

超音波誘起電磁応答を利用した 磁気測定と非破壊検査への応用

Magnetic measurements through acoustically stimulated electromagnetic response
and its applications to nondestructive evaluation

東京農工大学 工学府

電子情報工学専攻

指導教官: 生嶋 健司 准教授

博士（工学）学位論文

11834102 山田 尚人

目次

第1章 序論.....	4
1.1 非破壊検査について.....	4
1.1.1 磁粉・漏洩磁束探傷法.....	4
1.1.2 渦電流探傷試験.....	7
1.1.3 超音波計測.....	9
1.1.4 放射線計測.....	12
1.1.5 その他、医療応用に適用されている検査法.....	14
1.2 新しい試み——音響誘起電磁（ASEM）応答の計測.....	15
1.3 本研究の目的.....	17
第2章 音響誘起電磁（ASEM）法.....	19
2.1 基礎的な理論背景.....	19
2.1.1 圧電・圧磁効果の基本方程式.....	19
2.1.2 電気・磁気双極子放射を用いたモデル.....	22
2.2 ASEM 信号検出に関する考察.....	28
2.2.1 磁気双極子からの放射分布.....	28
2.3 実験セットアップ.....	30
2.3.1 実験方法と装置.....	30
2.3.2 プログラム概要.....	31
第3章 強磁性体における ASEM 応答.....	34
3.1 超音波による磁気分極変調の検証.....	34
3.1.1 実験セットアップ.....	34
3.1.2 実験結果および解析.....	35
3.1.3 議論および結論.....	36
3.2 超音波による磁気イメージング.....	39
3.2.1 2次元画像.....	39
3.2.2 断層画像.....	42
3.3 オーステナイト系ステンレスのマルテンサイト転移検出・画像化.....	43

3.3.1 実験準備	45
3.3.2 実験結果	48
3.3.3 議論	51
第4章 ASEM 応答の磁気ヒステリシスとその応用	54
4.1 ASEM 応答の磁気ヒステリシス	54
4.1.1 磁気ヒステリシスにおける ASEM 応答の考察	54
4.1.2 実験セットアップ	56
4.1.3 実験結果	57
4.1.4 解析	58
4.1.5 議論	61
4.2 欠陥周辺の磁束密度分布イメージング	62
4.2.1 実験セットアップ	62
4.2.2 実験結果および議論	63
第5章 高感度化へ向けた取り組み	67
5.1 SQUID	67
5.1.1 SQUID システムについて	67
5.1.2 SQUID の動作方法と結果	70
5.1.3 狭帯域化	72
5.1.4 議論	74
5.2 振幅変調法	74
5.2.1 振幅変調 (AM) 法について	74
5.2.2 測定方法	75
5.2.3 実験結果および考察	78
第6章 まとめと今後の展望	80
Appendix	82
参考文献	97
付録 業績リスト	100

第1章 序論

1.1 非破壊検査について

現在、非破壊計測技術は大型構造物から生体まで、様々な分野で欠かすことのできない測定技術であることは周知の事実である。この非破壊検査に求められているニーズは適用する機械・構造物と検出すべき欠陥の種類と寸法などによって多種多様で、そのニーズに合った様々な非破壊検査法および装置が開発され、適用されている。特に鉄鋼材を代表とする強磁性体に対する非破壊検査法は目的や測定環境に合わせて様々な手法が用いられている。非破壊検査の手法は大きく分けて二つの手法に分けることが出来る。一つが欠陥部を視覚的に拡大することで、目視試験をより精度よく行う方法、もう一つが健全部と異なる信号をセンサーや探触子を用いて検出することによって欠陥を見つける方法である。前者の試験方法として代表的な方法として、間接目視検査や、磁粉探傷検査や、浸透探傷検査があげられる。間接目視検査は、試験体の表面性状（形状、色、新さ、欠陥の有無など）をファイバースコープ、ビデオ内視鏡などの補助器具を用い、ディスプレイなどに映し出して間接的に観察する。そして、浸透探傷検査は毛細管現象を利用した試験方法であり、着色された浸透液が毛細管現象によって欠陥内部に浸透していくことを利用している。磁粉探傷試験については次節で詳しく記述する。これらの目視試験の補助的な手法は通常の目視試験では発見が難しい微小な欠陥に対して、実際の欠陥の幅より広がって表示することを目的としている。次に後者について、代表的な手法として挙げられるのが漏洩磁束探傷検査、渦電流探傷検査、超音波探傷検査、放射線等価検査の四種である。これらの測定法について次節より概要を記述する。

1.1.1 磁粉・漏洩磁束探傷法

鉄鋼をはじめとする強磁性体は産業を支える材料であり、近代の社会基盤を支える材料であることから非常に重要性が高く、その非破壊検査に関する研究は 19 世紀後半から既に始まっている。この鉄鋼に関する非破壊検査法として発展してきた手法が磁粉探傷法および漏洩磁束探傷法である。この二つの手法は一般には異なる手法として分類されているがここでは同じ漏洩磁束を検出する手法として、まとめて概要を説明する。

強磁性体に対して外部から磁場を印加し、強磁性体が磁化されると、磁束が試験体の中を流れる。磁束の流れの中に非磁性体や欠陥などがある場合には欠陥等を迂回して磁束が流れる。外部磁場の大きさが十分に強く、測定対象が十分に磁化している場合は欠陥を迂回した磁束の一部が試験体の表面に漏洩する（図 1-1 (a)）。この磁束の漏れは欠陥が表面で開口している場合に限らず、表面下数 mm であれば発生する。磁粉探傷法では、以上のような状況下で強磁性微粉末を鉄鋼材表面にばら撒き、漏洩磁束により微粉末が集積される現象を利用している（図 1-1 (b)）。1918 年に Hoke により偶然発見されたこの現象をその後、DeForest により実用化されたと言われている。この漏洩磁束に

よる探傷法では通常、粒子径 $0.3\ \mu\text{m}$ - $300\ \mu\text{m}$ の微粉末が用いられ、ドライ粉末を巻く方法や磁気コロイド溶液を巻くウェットな方法など様々な技術が開発されている。磁場の印加方法に関しても様々な手法がとられ、磁粉探傷法は目視で簡易に検査できることから、工業現場やパイプラインなど大型鉄鋼物の検査方法として広く用いられる。このように漏洩磁束の発生している箇所に散布された磁粉が吸着することで浸透探傷法と同様に欠陥の実際の幅より大きな磁粉による模様が形成され、観察が可能になる。また、浸透探傷法とは異なり、欠陥内部に水や油などの異物が混入していても傷の検出が可能である。また、この漏洩磁束を磁気センサーによって検知する方法もあり、この方法が漏洩磁束探傷法と呼ばれている。一方、漏洩磁束探傷法は、磁粉探傷法と同様に鋼材に磁場を印加し、磁気センサーの表面走査により漏洩磁場を測定する方法である。磁気センサーは一般にホール素子または誘導コイルが用いられるが、SQUID を利用した高感

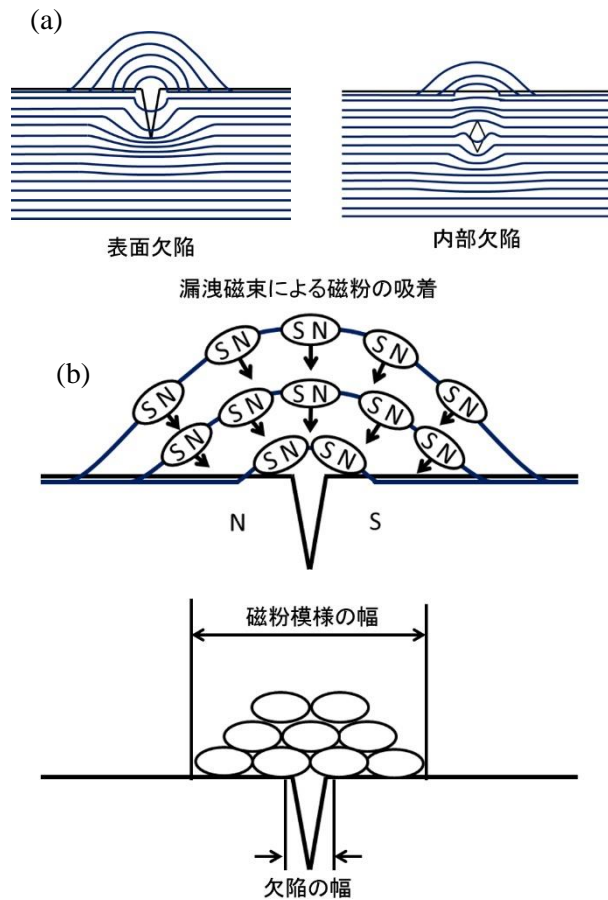


図 1-1 欠陥部における磁束の漏洩および磁粉の吸着。

度検査技術も開発されている。磁粉探傷法は簡易な方法だが、定量評価ができない欠点がある。そこで、欠陥の大きさや形状を知るために、磁粉探傷法と組み合わせてセンサーによる検査がされる。磁粉探傷法でおおよその問題個所を見つけ出し、漏洩磁束探傷法で詳細に調べることが一般的な用いられ方である。また、パイプラインの内側のように、汚染が許されない箇所や目視確認が困難な場所に対しては漏洩磁束探傷法が主に利用されている。漏洩磁束探傷法は装置としては磁場を印加する永久磁石や電磁石、もしくは電流を流すための電源と磁気センサーがあれば検査が可能である

ため、セットアップとしては非常に簡単である。そのため、導入コストも 30 万円程度からと非常に低く設定されている。また、利用される環境からも携帯性が重視されることから、おおよそ 10 kg 以下の装置がほとんどであるが、一部工場のラインに組み込まれるケースでは大型の機械も開発されている。欠陥の検出においては欠陥幅が 100 μm 程度でも検出は可能であるが、拡大効果を持っていることおよび漏洩磁場の逆問題を解くことで形状等を特定するため、二つの欠陥を識別する上では数 mm の距離が必要である。これら漏洩磁束を利用する方法では印加磁場に対して長手方向が平行になっている欠陥では磁束の漏れが発生しにくいため、検出が困難な場合がある。この検出困難な方向の傷を検出するために様々な磁場の印加方法も考案されており（図 1-2）管状の試験体や板状試験体など対象に合わせた磁場の印加方法を選択するとともに磁場印加方向も二種選択することで検出漏れを防止することが出来る。試料表面に欠陥が開口していない場合でも欠陥の検出は可能であるが、試料表面から数 mm 程度の深さにある欠陥の検出にとどまっている。さらに、漏洩磁束探傷試験においてはセンサーと測定対象の距離によって分解能や検出可能欠陥幅などが左右されてしまうため、検出センサーは測定

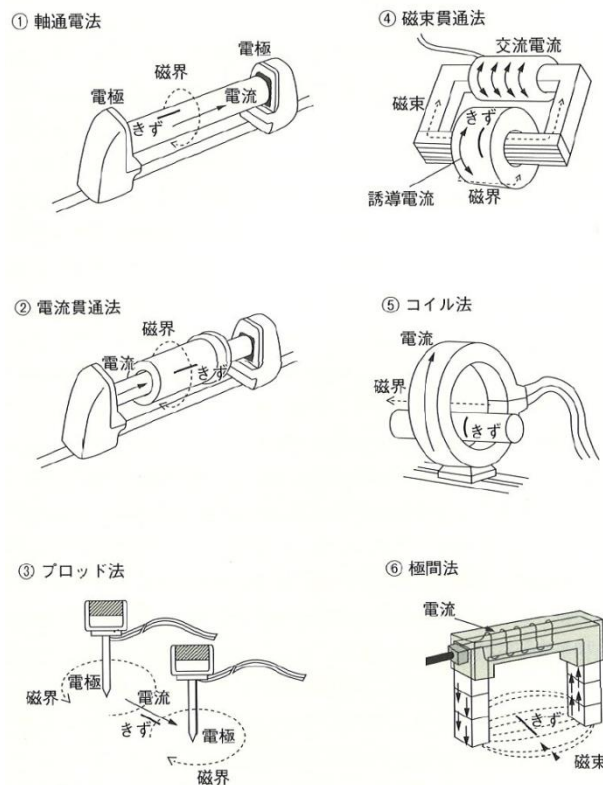


図 1-2 磁化方法と検出できるきずの向き[1]。

対象表面の 1 mm 以下の領域に設置することがほとんどである。また、測定対象と試料表面の距離を一定に保つことも重要である。そのため、試料表面が露出している対象物にのみ適用が可能であるため、非磁性体内部に埋め込まれた強磁性体（コンクリート内の鉄筋等）の検査などには適用できない。

1. 1. 2 渦電流探傷試験

渦流探傷法は試験体に対して隣接したコイルに交流電流を流した時に発生する試料内の渦電流を利用する方法である。コイルを導電性材料に隣接させ、電流を流すと導電性材料はコイルに発生する磁場の影響を受け、コイルの磁場を打ち消す向きの磁場を発生させようとする。このとき、導電性材料の内部には渦状の電流が発生する。したがって、コイルの下に置かれた材料は上のコイルに対して影響を及ぼし、コイルと材料間の距離はもとより、材料の種類などによっても影響度が変化する。材料表面に欠陥がある場合と無い場合でも当然コイルに与える影響が変わり、これを利用するのが渦電流探傷法である。

上記の渦電流に対する影響がどのように現れるのかを等価回路を用いてみる（図 1-3）。抵抗と理想的なコイルに対して交流電流が流れた場合、それぞれの電圧、電流およびオームの法則による電流と電圧の関係は

抵抗

$$\text{電圧 : } V(t) = V_0 \sin \omega t$$

$$\text{電流 : } I(t) = I_0 \sin \omega t$$

$$\text{オームの法則 : } V(t) = I(t)R$$

コイル

$$\text{電圧 : } V(t) = V_0 \sin \omega t$$

$$\text{電流 : } I(t) = I_0 \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$\text{オームの法則 : } V(t) = -L \frac{di}{dt}$$

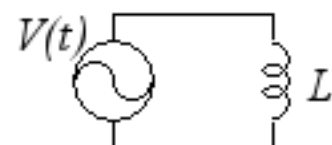
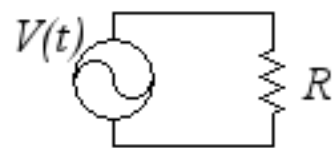


図 1-3 抵抗およびインダクタンスの等価回路。

となる。ここで、 R は抵抗、 L はインダクタンスを示す。上式より交流電源に抵抗を接続した場合電流と電

圧の位相が一致するのに対して、コイルでは電圧に対して電流が $\pi/2$ だけ位相がずれることがわかる。この位相のずれをフェーザ表記¹を用いて表すとそれぞれのインピーダンスは、

$$\text{抵抗} : \dot{Z}_R = R$$

$$\text{コイル} : \dot{Z}_L = j\omega L$$

となる。実際のコイルは抵抗を持つため、上記のコイルと抵抗を直列につなげた状態になり（図 1-4）、合成インピーダンス \dot{Z} は

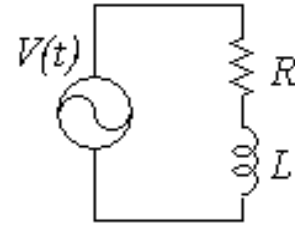


図 1-4 コイル等価回路。

$$\dot{Z} = R + j\omega L \quad (1.1)$$

となる。さらに、コイルに隣接した導電体に渦電流が発生する場合、導電体をコイルに見立てると相互インダクタンス M が生じる。したがって、コイルの電源から見た合成インピーダンスはコイルの電流値を I_1 、渦電流を I_2 、コイルと導電体のインダクタンスをそれぞれ L_1 、 L_2 、コイルと導電体の抵抗をそれぞれ r_1 、 r_2 とすると

$$\dot{Z} = \left(r_1 + \frac{\omega^2 M^2 r_2}{r_2^2 + \omega^2 L_2^2} \right) + j\omega \left(L_1 - \frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + \omega^2 L_2^2} L_2 \right) \quad (1.2)$$

となるため、コイルのみのインピーダンスに比べて等価の抵抗は増加し、インダクタンスは減少することになる。さらに導電体に欠陥がある場合は r_2 が増加し、上式から

¹ フェーザ表記：正弦信号を複素数で表現する方法。振幅 A 、角周波数 ω 、位相 θ の正弦波交流電圧が $v(t) = V_0 \sin(\omega t + \theta)$ であるとき、角周波数が定数であるとするこの交流電圧の特性を表す値は V_0 および θ である。この二つを利用した表示方法がフェーザ表示で、 $V = V_0 \angle \theta$ と表される。この V は大きさと角度を持っているため、ベクトルとして表現することができ、複素数としても表記できることから、

$$V = V_0 \angle \theta = V_0 \cos \theta + jV_0 \sin \theta$$

と表すこともできる。また、オイラーの公式： $e^{jx} = \cos x + j \sin x$ から、

$$V_0 \angle \theta = V_0 \cos \theta + jV_0 \sin \theta = V_0 e^{j\theta}$$

と三種の形に表すこともできる。

抵抗の減少に比べてインダクタンスの増加が大きくなることがわかる。このインピーダンスにおける抵抗とインダクタンスの変化を検出することで測定対象の欠陥をとらえている。

このように渦電流の変化を捉えることで欠陥の検出を行っているため、検出可能な欠陥幅としては 100 μm 以下の欠陥も検出可能である。しかし、漏洩磁束探傷検査と同様に二つの欠陥を識別するためには渦電流によって発生する磁場の逆問題を解く必要があり、現在のところ 2 mm 程度の距離が必要であるため、空間分解能としては漏洩磁束探傷法と同程度である。

渦電流の試料内部の浸透深さ δ は ρ 、 f 、 μ をそれぞれ低効率、交流電流周波数、真空の透磁率としたとき、 $\delta = \sqrt{\rho/\pi f \mu}$ で表される。具体的には鉄鋼材では周波数 1 kHz において 0.5 mm であり、使用する周波数によっては数 mm 程度の測定対象内部の欠陥も検出可能である。また、この周波数による浸透深さの依存性を利用した、欠陥深さの測定もされている。

渦電流探傷法では上記のような測定対象の電磁応答を利用することから測定対象は導体に限られる。さらに、測定対象と検出コイルの距離によっても検出信号が変化することから、センサーと測定対象の距離を一定に保つことが必要であるため、複雑形状の構造物（パイプの継手部分など）や 1 mm 程度の凹凸のある表面の粗い対象には適用が困難であるため、超音波探傷検査と比べると用途が制限される。さらに、非接触測定ではあるものの測定感度や空間分解能を上げるために数 mm から数百 μm 程度までコイルやセンサーを近づける必要があるため、漏洩磁束探傷法と同様に測定対象が露出している場合に限り適用が可能である。一方で、測定装置やセンサーが簡便であることから、導入コストは数十万から数百万円程度と低い。さらに、携帯性に優れるためにその場測定などに用いられることが多い。

1.1.3 超音波計測

音とは広義には弾性体に変形を加えた時に弾性体内を伝搬する波のことである[2]。密度 ρ 、ヤング率 E 、変位 $u(x, t)$ のとき運動方程式は

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.3)$$

である。この解は一般に $u = f(x - \sqrt{\frac{E}{\rho}}t)$ または、 $u = g(x + \sqrt{\frac{E}{\rho}}t)$ である。 $x - \sqrt{\frac{E}{\rho}}t = x_0$

である変位 $u = f(x_0)$ が Δt 秒後に Δx 移動した地点の変位は $u' = f\left(x + \Delta x - \sqrt{\frac{E}{\rho}}(t - \Delta t)\right)$ である。変位は変わらないので $\Delta x = \sqrt{\frac{E}{\rho}}\Delta t$ の関係がある。つまり変位の伝わる速度 v は $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ となる。この場合、変位と波の伝わる方向は同じで、このような波のことを縦波(longitudinal wave)という。逆に変位と波の伝わる方向が垂直な波のことを横波(transverse wave)という。一般に横波は固体中のみで存在する。速度 v と波長 λ の波の間には

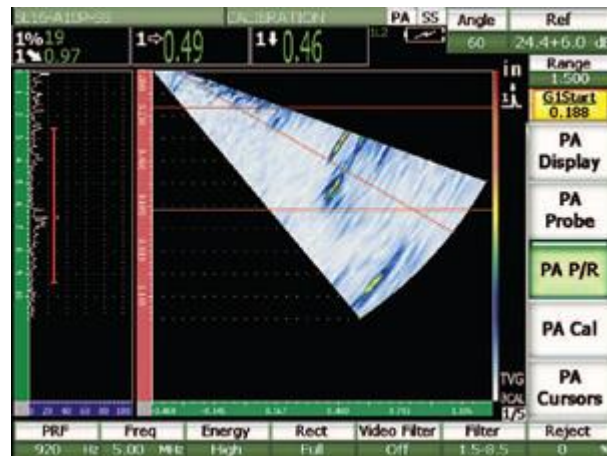


図 1-5 超音波探傷[7]。

$$v = f\lambda \quad (1.4)$$

の関係がある。 f は周波数を表し、1 秒間に何回の振動があるかを表す。

超音波は人の可聴域である 20Hz～20kHz を超える周波数帯の音波のことで、検査や診断に多く用いられるのは 100kHz～数 MHz の固体や液体に対して高い透過性を持ち、大型構造物の内部診断や生体の断層画像診断などに応用されている（図 1-5）。計測方法として代表的なものはエコー法が知られている。エコー法は測定対象に対してパルス超音波を照射し、

$$Z = \rho c \quad (1.5)$$

で表される音響インピーダンス Z の違いによって生じる反射波や透過波を測定することによって測定対象の断層画像を取得する。ここで、 ρ は密度、 c は音速を示す。ここで、音速は縦波音速 c_l 、および横波音速 c_t を例にとると、ヤング率 E およびずれ弾性率 G をもちいて、

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.6)$$

$$c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.7)$$

と表されることから、弾性率や密度によって異なり、音響インピーダンスは縦波音速については $Z_l = \sqrt{E\rho}$ 、横波音速については $Z_t = \sqrt{G\rho}$ と表すこともできる。異なる媒質の境界面において、反射率 r および透過率 α は媒質 1 の音響インピーダンスを Z_1 媒質 2 の音響インピーダンスを Z_2 とした時、

$$r = \left| \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right|^2 \quad (1.8)$$

$$\alpha = \left| \frac{2Z_1 Z_2}{Z_2 + Z_1} \right|^2 \quad (1.9)$$

と表され、この音響インピーダンスの違いによって発生する透過波や反射波が発生していることがわかる。

この超音波は、反射波計測による構造物の探傷検査や、音速測定による測定対象の硬さ測定などの検査に使われている。特に測定対象の目視では不可能な内部診断ではもっとも簡便でかつ導入コストも安いと、多く利用されている。医療診断では、心臓、肝臓などの臓器、脳、消化器官、胎児など、体内のほぼすべての器官の検査が可能となっている[3], [4], [5]。

超音波を用いた非侵襲診断・検査の利点としては、簡便、非侵襲、(IT 技術の進歩による) リアルタイム性、安価であることが挙げられる。一方、欠点としては難易度の高さ、再現性の低さ、検査者や被験者に依存することなどが挙げられる。超音波による画像診断は技術者の経験、熟練が必要で、定量的な診断は難しい。一般に検査に使われる周波数は数百 kHz から数 MHz である。この数値は分解能と減衰の兼ね合いで決まる。高周波数だと高分解能であるが減衰が大きくなり、低周波数だと減衰は少ないが低分解能である。特に工業応用では検査対象が金属、複合材、プラスチック、セラミックなどの固体が主であり、減衰率が高いため、内部検査には数百 kHz の低い周波数が用いられることが多い。

超音波を利用した探傷試験には測定対象に対する音波の入射角によって主に垂直探傷と斜角探傷の二種類に分類される。垂直探傷は被検査体の表面に対して垂直に超音波を入射させる方法で、通常は縦波が利用される。斜角探傷では探傷面に対して斜めに超音波を入射させる方法で、通常横波が使われる。超音波探傷は超音波の伝搬方向(波数ベクトル)に対して垂直な反射面をもつ欠陥の検出は反射波が大きいため容易である。一方で波数ベクトルに対して水平方向に反射面を持つ欠陥に対しては欠陥に沿って音波

が散乱されるため、反射波が発生しにくく、検出漏れの原因となっている。そのため、試料表面に対して長手方向が平行な欠陥は垂直探傷のほうが感度がよく、試料表面に対して長手方向が垂直な欠陥については斜角探傷のほうが感度が良い。以上のことから、一つの被検体に対して垂直探傷と斜角探傷の両方の検査を行い、斜角探傷においては入射方向を2つ以上選択することで、欠陥の検出漏れを防ぐことが出来る。しかし、球状欠陥に関しては双方の探傷法においても検出が困難な欠陥であることがわかる。また、欠陥内に不純物が充填されている（溶接時の酸化物の閉じ込めなど）場合や、亀裂は発生しているが閉じているいわゆる閉じた亀裂と呼ばれるものに対しては音波が透過しやすく、エコー検査では発見が難しい。

1.1.4 放射線計測

放射線は物質との直接、もしくは間接に電離を引き起こす作用があり正しくは電離放射線と呼ばれる。X線や γ 線は電磁放射線と呼ばれ、 α 線、電子(β 線)、陽電子(β^+ 線)、中性子線などは粒子放射線と呼ばれる。ここでは検査によく用いられるX線を用いた検査について述べる。X線は電離能力のある波長の短い電磁波で、その波長は10 pm から10 nm 程度である。一般的に検査用途に使われるX線は波長が0.1 から0.2 nm （光子エネルギーが5 から10 keV）であり、医療応用（レントゲン撮像法や医療用CT スキャンなど）や工業利用（構造物の内部探傷検査や空港の荷物検査など）に使われている。また、X線が持つエネルギーとして、単一エネルギーの特性X線と連続エネルギーを持つ制動X線の二種類がある。検査・診断の多くは制動X線が使われており、エネルギーが単一でない、つまり波長が一つでないことから白色X線とも呼ばれる。X線の最大の特徴として、測定対象に対する透過性が圧倒的に高く、固体から液体、気体までのほとんどの物質を透過する。透過性の大小は一般に原子番号、密度、厚さが大きいほど小さくなる。検査技術として応用する場合は照射した放射線の透過率を計測する。

X線による検査方法としてまず挙げられるのが、レントゲン撮影法があげられる。

レントゲン写真の歴史は古く、最初に発見され、撮影されたものは1896年のRoentgen博士によるものである。それ以来レントゲン撮影法は医療診断や工業利用など様々な場



図 1-6 レントゲン画像例[8]。

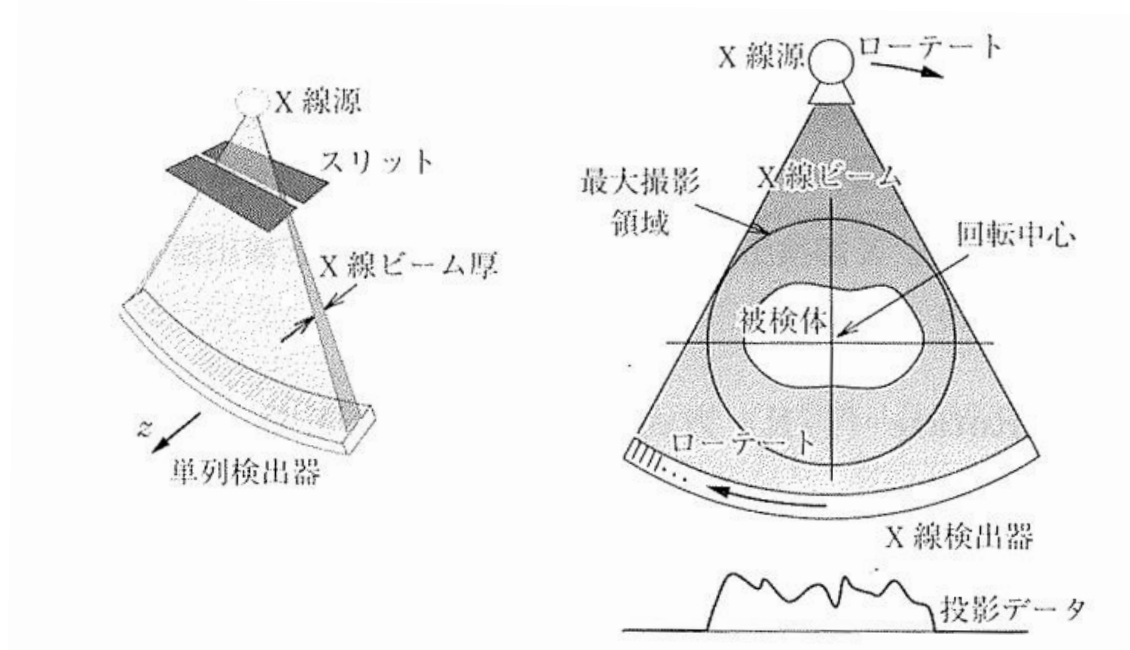


図 1-7 CT スキャン撮像法例[9]。

面で測定多少の内部深度方法として利用されてきた。レントゲン写真は X 線をフィルムに感光させることで写真として記録されるが、この時の撮影像は透過率が高い部分は黒く感光し、透過率の低い部分では感光材が取り除かれ、白い像といて写る。つまり、X 線の吸収率を画像化している。近年さらに高感度な撮影法として透過時の位相シフトによる干渉を利用した位相コントラスト法[10]が注目を浴びている。

上記のレントゲン撮像法の発展形として X 線 CT があげられる。X 線 CT はレントゲンが面内の撮像であるのに対して断層画像や 3 次元像を撮影する方法であり、こちらも医療診断や工業的に応用されている。画像の取得方法はレントゲンと同様に X 線の吸収値を画像化しているが、レントゲンと大きく異なる点として、X 線源とディテクターを測定対象に対して回転させ撮像することである（図 1-7）。被検体を中心に 360° 測定を行い、得られた投影データから画像を再構成することによって断層画像が得られる。空間分解能は焦点幅、検出器開口径、画像再構成方法などによって異なり、一般に普及している X 線 CT の空間分解能は約 0.5 mm 程度である。また、近年はより高分解能な μ CT など製品化されている。CT 画像において、1 画素に対してプロットされる値は CT 値とよばれる X 減弱係数と対応付けられており、水の X 線減弱係数を基準として透過率の大小をプロットしている。これは装置や測定対象の大小によって CT 値が左右されてしまい、絶対値としての評価がむずかしいためである。

さらに、X 線が利用される検査法の一つとして応力検査があげられる。X 線はブラッグ反射による回折 X 線を測定することで、格子間隔や結晶状態を測定することが出来る。つまり、同じ結晶の格子面間隔の応力による変化も測定することが可能である。この応力測定は主に大型の構造体などからサンプルを抜き出し、測定することが多いが、近年ではその場測定が可能な製品も開発されている。また、X 線の侵入深さは数十 μm であるため、表面応力が主なターゲットとなっている。

放射線を利用した画像診断については高分解能でかつ撮像時間の短い計測が可能であり大型機械による測定では再現性は高い。現在では持ち運びの出来る大きさのレントゲン撮像器なども実用化されており、データをデジタルに取得することによってリアルタイム計測も可能にしているが、ハンディタイプの測定機器では超音波と同様に検査者の熟練度に依存する。さらに、応力測定では空間分解能を意図的に下げることで、回折 X 線の強度を上げるため、約 1 mm 程度の空間分解能になっている。また、放射線を使用することから、周辺環境への被ばくのリスクは常に付きまとう。さらに屋外使用に関しては X 線作業主任者などの資格が必要である。

1.1.5 その他、医療应用到に適用されている検査法

電磁応答を利用した医療応用の代表的な手法としてあげられるのが MRI である[9]。MRI は生体内に多く存在する水素の原子核の磁気スピンに対する磁気共鳴現象を利用して測定対象の断層画像や血管像などを取得する方法である。MRI では、ある一定強度の静磁場を印加することによって磁気共鳴現象による信号を検出可能なレベルにし、さらに高周波磁場を印加することによって磁気共鳴現象を起こし、静磁場方向の磁場の大きさを空間的に変える傾斜磁場によって位置情報を付与することによって組織における磁気共鳴現象のパラメータの差をコントラストとして画像化している。前述の X 線 CT と比較して MRI は軟部組織に対するコントラストが高い、水素以外にリ

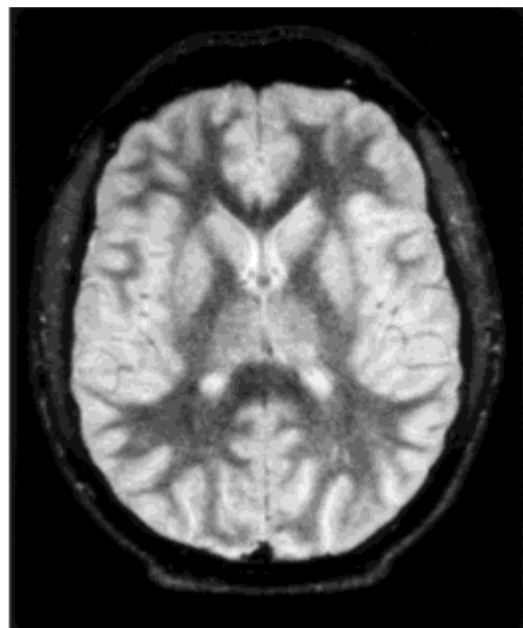


図 1-8 MRI の断層画像[11]。

ンや炭素などの核種を利用した代謝画像や造影剤なしでの脳機能画像などの機能画像を取得できるなどがあげられ、もちろん被ばくは無い。MRI の弱点は同一核種の量を検出することである。また、撮像時間が放射線計測に比べて長時間であるため、対象の動きに弱い。さらに、強磁場を印加することから、強磁性体に対しては適用しにくく、導電性の物質においても渦電流の発生によって熱を持つことから適用が難しく、工業的な応用はまだされていないのが現状である。

1.2 新しい試み——音響誘起電磁 (ASEM) 応答の計測

前述のように、超音波計測は人体や構造物への非侵襲検査として広く利用されている。その大きな特徴のひとつは、適当な周波数を選べば、真空を除く、あらゆる物体に対して比較的低い減衰長をもって伝搬させることが可能なことだろう。さらに、音速と光速の大きな違いに起因して、音波は電磁波に比べて同一周波数で波長が約 5 桁短い (10 MHz 周波数では、水中音波の波長は 150 μm に対して、電波の波長は 30 m である)。これは、実時間波形の取得が容易な MHz/GHz 周波数帯においてミリメートル/マイクロメートルスケールの空間分解能が可能であることを意味する。ただし、超音波のこれらの利点にもかかわらず、その多くの利用は対象物の質量密度分布や弾性率などの力学特性の計測にこれまで限られており、主な利用法は測定対象の形状や硬さを判別するにとどまっている——すなわち、電氣的、

或いは磁氣的な性質をプローブしない。しかしながら、近年、超音波による電気・磁気特性の検出方法の提案が為された[12]。弾性波である音波は、電磁波のように直接的に電気・磁気特性と結合しない。しかしながら、弾性変調は、固体の格子歪みや液体の密度変化を通してしばしば対象物の電荷や磁気モーメントに時間変調を与えることができる。このことは、超音

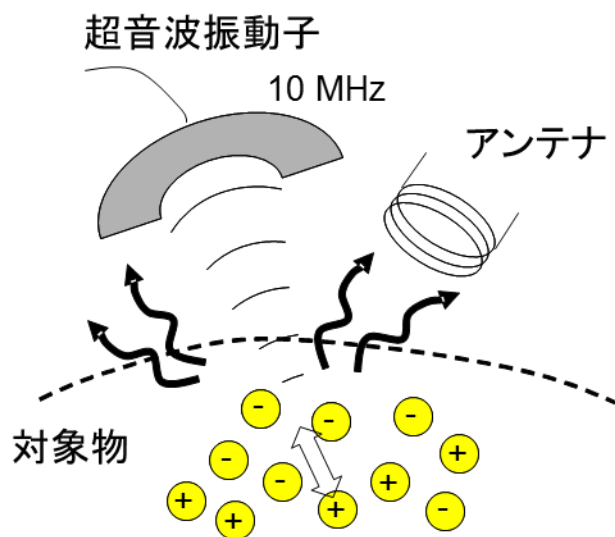


図 1-9 ASEM 応答概念図。

波照射により、双極子放射を通して超音波と同一周波数の電磁波（通常 RF 波—マイクロ波）が発生し得ることを意味する。ここでは、超音波によって励起される電磁場を音

響誘起電磁場 (Acoustically Stimulated ElectroMagnetic (ASEM) field) と呼ぶことにする。固体物質ならピエゾ効果や磁歪効果を通して ASEM 場が発生するだろう。液晶や燃料電池などに含まれるコロイド溶液・イオン電解水の場合なら、製品動作時に生じる局所的な電荷中性条件の破れ（すなわち、電束密度勾配の発生）が ASEM 場の発生原因になり得る。また、神経組織や筋組織においても局所的なイオン濃度の分布（あるいはそれに伴う媒体の電束密度勾配）があるため、活動状態の非侵襲検知の可能性も示唆される。

音波計測の長い歴史の中で、音波により誘起される電磁放射に関する学術論文や特許は少ない。関連するものとして、音響デバイスのワイヤレス動作に関するもの[13], [14]、地球物理学における岩石破壊によって生じる電磁波などが挙げられる[15]が、測定対象物からの微弱な信号を検出してイメージング計測へ応用するといった報告は我々の調べた限り皆無である。また、本計測を反転した方法、すなわち電磁波（RF 波～近赤外光）照射により発生した超音波を検知する方法は、Photoacoustic imaging と呼ばれ医療診断への応用が期待されている。しかしながら、この方法は、電磁波吸収を通して人体の水濃度分布や血液中の酸素濃度分布を画像化しようとするものであり、体内部位の電気・磁気的特性を獲得するものではない。よって、ASEM 法は全くの新技术構想であり、各要素技術を発展させることによって、医療診断や材料評価など、広範囲な応用が期待される。

ここで、前節で解説した非破壊検査法との性能比較表を表 1 に示す。前述のように ASEM 法では超音波を利用して磁気的特性が取得することができるため、磁束漏洩探傷検査と超音波探傷検査の両方の利点を利用できることが最大の特徴である。つまり、超音波の空間分解能と漏洩磁束探傷法の拡大効果を併せ持った性能が期待される。また、従来の磁束漏洩探傷検査や渦電流探傷検査とは異なり探触子、検出アンテナをともに非接触に使用できることから、コンクリート内の鉄筋や地中の配管などにも原理的には適用可能である。加えて、超音波探傷検査や放射線透過検査では測定対象の幾何学的な情報を取得することで欠陥の特定などを行っているが、ASEM 法では磁気的情報を取得することで、欠陥発生の予測などにも使用されることが期待される。

表 1 非破壊検査法の性能比較表

	漏洩磁束探傷	渦電流探傷	超音波探傷	放射線探傷	ASEM 法
測定される物理量	漏れ磁束密度	渦電流	音響特性	放射線透過率	電磁応答
接触／非接触	接触	非接触 (1 mm 以下)	送信：非接触 受信：接触	非接触	非接触
面内空間分解能	2 mm 程度	2 mm 程度	1 mm 程度	10 μ m 程度	1 mm 程度
検出可能なサイズ	100 μ m 以下	100 μ m 以下	0.5 – 1 mm	10 μ m 程度	100 μ m 以下
検出可能な深さ	2 – 3 mm	0.5 mm	30 mm 程度	40 cm 程度	3 mm 以上
重量コスト	10 kg 程度 30 万円 ～100 万円	10 kg 程度 70 万 ～300 万円	10 kg 程度 50 万 ～500 万円	100 kg – 1t 1000 万円 以上	10 kg 程度 100 万 ～500 万円

1.3 本研究の目的

文献 [12]により、GaAs などの典型的な圧電体、骨や木材などの生体組織、および強磁性体において ASEM 場が検出できることが立証されていたが、理論的な基礎付けと応用可能性については未知数であった。

そこで本研究の目的は、超音波により誘起される電磁場と検出される信号との関係について基礎付けを行い、この ASEM 法を実用的な非破壊検査へと発展させることであ

る。本研究では、主に、超音波による磁気測定を試み、金属非破壊検査への応用について焦点を絞った。

第 1.1 節に書いたように鉄鋼材をはじめとする強磁性材料の非破壊検査は社会的に見ても需要が高く、近年ではインフラ設備の老朽化による事故なども問題となっており磁性体の非破壊検査技術への要求は高まっているといえる。

本研究を開始する段階において、解決すべき 3 つの主要な問題点があった。まずひとつは、物理的メカニズムと検出される応答信号についての理解が不十分であること、次に、簡易な計測システムでどれくらい磁場検出感度があるのかが不明であること、そして、その応用可能性と具体的な適用分野が特定されていないこと、であった。これらの問題を解決するために行った研究概要を以下に示す。

- ・超音波により誘起される電磁応答を定式化し、検出信号の特徴を予想する（第 2 章）。
- ・磁化方向の判明している永久磁石を用いて、その予想を検証する（第 3 章 1 節）。
- ・超音波ビームを走査して磁気イメージングの実演を行う（第 3 章 2 節）。
- ・簡易な計測システムにおける ASEM 法の磁場検出感度を見積もる（第 3 章 3 節）。
- ・磁気ヒステリシス特性を超音波で測定可能であることを実証し、探傷検査として応用する（第 4 章）。

また、第 5 章では検出感度改善のための高速 SQUID および AM 法の導入について議論する。

第2章 音響誘起電磁 (ASEM) 法

2.1 基礎的な理論背景

本節では ASEM 応答を理解する出発点となる基礎的な理論背景について記述する。物質中で音波から電磁波へ変換され、それがアンテナで検出されるまでの過程を各過程に分割して議論する。まず 2.1.1 節では、音波と電磁波との物質中の変換過程を熱力学の基本方程式を仮定し、いわゆる圧電・圧磁効果と同種の現象として取り扱う。対象とする周波数帯域（ラジオ波帯）が電子系ダイナミクスに比べて十分低周波帯であるため、非平衡過程については無視できると考える。2.1.2 節では、音波により発生した電気分極または磁気分極が作る周辺の電磁場を双極子放射近似の範囲で議論する。

2.1.1 圧電・圧磁効果の基本方程式

物質内のギブスの自由エネルギー(Gibbs free energy)は電磁場によるエネルギーを考慮すると次のようになる[16,17]。

$$G = U - S_i T_i - D_m E_m - B_m H_m - \sigma \theta \quad (2.1)$$

ただし、応力 T 、電場 E 、磁場 H 、温度 θ 、内部エネルギー U 、歪 S 、電束密度 D 、磁束密度 B 、エントロピー σ を示す²。ここで、 $m = (1 \dots 3)$ および $i = (1 \dots 6)$ である。内部エネルギー U の増加 dU は、可逆過程では外から試料になされた仕事 dW と試料に加えられた熱量 dQ との和で、次のように表される。

$$dU = dW + dQ = T_i dS_i + E_m dD_m + H_m dB_m + \theta d\sigma \quad (2.2)$$

(2.1)の全微分を作り、(2.2)を代入すると次式が得られる。

$$dG = -S_i dT_i - D_m dE_m - B_m dH_m - \sigma d\theta \quad (2.3)$$

従って、示量性物理量は示強性物理量によって次のように与えられる。

²応力 T 、電場 E 、磁場 H 、温度 θ のように対象としている試料の大きさに依存しない物理量を示強性(intensive)物理量、内部エネルギー U 、歪 S 、電束密度 D 、磁束密度 B 、エントロピー σ を示量性(extensive)物理量という。

$$S_i = - \left(\frac{\partial G}{\partial T_i} \right)_{EH\theta} \quad (2.4)$$

$$D_m = - \left(\frac{\partial G}{\partial E_m} \right)_{TH\theta} \quad (2.5)$$

$$B_m = - \left(\frac{\partial G}{\partial H_m} \right)_{TE\theta} \quad (2.6)$$

$$\sigma = - \left(\frac{\partial G}{\partial \theta} \right)_{TEH} \quad (2.7)$$

ただし、右辺右下の添字は一定にした物理量を表す。次に(2.4)~(2.7)の全微分を作る。

これらの変数は $S_i = S_i(T, E, H, \theta)$, $D_m = D_m(T, E, H, \theta)$, $B_m = B_m(T, E, H, \theta)$, $\sigma = \sigma(T, E, H, \theta)$ と表されるので、微小変化は次のようになる。

$$dS_i = \left(\frac{\partial S_i}{\partial T_j} \right)_{E,H,\theta} dT_j + \left(\frac{\partial S_i}{\partial E_m} \right)_{T,H,\theta} dE_m + \left(\frac{\partial S_i}{\partial H_m} \right)_{T,E,\theta} dH_m + \left(\frac{\partial S_i}{\partial \theta} \right)_{T,E,H} d\theta \quad (2.8)$$

$$, i, j = 1 \dots 6, m = 1 \dots 3$$

$$dD_m = \left(\frac{\partial D_m}{\partial T_j} \right)_{E,H,\theta} dT_j + \left(\frac{\partial D_m}{\partial E_k} \right)_{T,H,\theta} dE_k + \left(\frac{\partial D_m}{\partial H_k} \right)_{T,E,\theta} dH_k + \left(\frac{\partial D_m}{\partial \theta} \right)_{T,E,H} d\theta \quad (2.9)$$

$$, j = 1 \dots 6, m, k = 1 \dots 3$$

$$dB_m = \left(\frac{\partial B_m}{\partial T_j} \right)_{E,H,\theta} dT_j + \left(\frac{\partial B_m}{\partial E_k} \right)_{T,H,\theta} dE_k + \left(\frac{\partial B_m}{\partial H_k} \right)_{T,E,\theta} dH_k + \left(\frac{\partial B_m}{\partial \theta} \right)_{T,E,H} d\theta \quad (2.10)$$

$$, j = 1 \dots 6, m, k = 1 \dots 3$$

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T_j} \right)_{E,H,\theta} dT_j + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial E_m} \right)_{T,H,\theta} dE_m + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial H_m} \right)_{T,E,\theta} dH_m + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right)_{T,E,H} d\theta \quad (2.11)$$

$$, i = 1 \dots 6, m = 1 \dots 3$$

これらからマクスウェルの関係式が得られ、各定数を定義する。

$$\frac{\partial D_m}{\partial T_j} = \frac{\partial S_j}{\partial E_m} = d_{mj}^{H,\theta} \quad \text{圧電定数(piezoelectric constant)} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial B_m}{\partial T_j} = \frac{\partial S_j}{\partial H_m} = d_{mj}^{E,\theta} \quad \text{圧磁定数(piezomagnetic constant)} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial D_m}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma}{\partial E_m} = p_m^{T,H} \quad \text{焦電定数(pyroelectric constant)} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial B_m}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma}{\partial H_m} = i_m^{E,T} \quad \text{焦磁定数(pyromagnetic constant)} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial D_m}{\partial H_k} = \frac{\partial B_k}{\partial E_m} = m_{mk}^{T,\theta} \quad \text{磁気誘電定数 (magnetodielectric constant)} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial S_j}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma}{\partial T_j} = \alpha_j^{E,H} \quad \text{熱膨張定数 (thermal expansion constant)} \quad (2.17)$$

$$\left(\frac{\partial S_i}{\partial T_j} \right)_{E,H,\theta} = s_{ij}^{E,H,\theta} \quad \text{弾性コンプライアンス定数 (elastic compliance constant)} \quad (2.18)$$

$$\left(\frac{\partial D_m}{\partial E_k} \right)_{T,H,\theta} = \varepsilon_{mk}^{T,H,\theta} \quad \text{誘電率(dielectric constant)} \quad (2.19)$$

$$\left(\frac{\partial B_m}{\partial H_k} \right)_{E,T,\theta} = \mu_{mk}^{E,T,\theta} \quad \text{透磁率(magnetic permeability)} \quad (2.20)$$

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right)_{E,H,T} = \frac{\rho c^{E,H,T}}{\theta} \quad \text{熱容量(heat capacity)} \quad (2.21)$$

これらの式は物理量の相互関係を示す基本式である。諸定数を(2.8)~(2.11)に代入すると見やすい形で表現できる。

$$S_i = s_{ij}^{E,H,\theta} T_j + d_{mi}^{H,\theta} E_m + d_{mi}^{E,\theta} H_m + \alpha_i^{E,H} d\theta \quad (2.22)$$

$$D_m = d_{mi}^{H,\theta} T_i + \varepsilon_{mk}^{T,H,\theta} E_k + m_{mk}^{T,\theta} H_k + p_m^{T,H} d\theta \quad (2.23)$$

$$B_m = d_{mi}^{E,\theta} T_i + m_{mk}^{T,\theta} E_k + \mu_{mk}^{E,T,\theta} H_k + i_m^{E,T} d\theta \quad (2.24)$$

$$d\sigma = \alpha_i^{E,H} T_i + p_m^{T,H} E_m + i_m^{E,T} H_m + \frac{\rho c^{E,H,T}}{\theta} d\theta \quad (2.25)$$

ここで、ASEM 応答の実験状況において誘電体に対して応力が加えられる場合を考え

ると、試料内において磁場による作用は電場による作用に対してはるかに小さいため、磁場に関する項を無視する。また、音波によって応力がかけられた場合の力学的応答は断熱状態であるとするすると熱に関する項を無視できる。したがって、誘電体に成り立つ式が以下のように導ける。

$$S_i = s_{ij}^E T_j + d_{mi} E_m \quad (2.26)$$

$$D_m = d_{mi} T_i + \varepsilon_{mk}^T E_k$$

この式を圧電基本方程式とよぶ。同様に電場、熱との相互作用を無視したとき、磁性体に成り立つ式が以下のように導ける。

$$S_i = s_{ij}^H T_j + d_{mi} H_m \quad (2.27)$$

$$B_m = d_{mi} T_i + \mu_{mk}^T H_k$$

この式を圧磁基本方程式とよぶ。

以上の方程式は E および $H = 0$ の場合は $D = dT$ 、 $B = dT$ が成り立つ。ここで、応力 $T(t) = T_0 \sin \omega t$ が音波の照射によって与えられるとすると、 D および B の時間的に変調されるため

$$\begin{aligned} \frac{\partial D(t)}{\partial t} &= dT_0 \omega \cos \omega t \\ \frac{\partial B(t)}{\partial t} &= dT_0 \omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.28)$$

と書き表される。

2. 1. 2 電気・磁気双極子放射を用いたモデル[18], [20]

上記の圧電・圧磁方程式によって見積もられる電束密度 \mathbf{D} および磁束密度 \mathbf{B} から ASEM 応答がどのように誘起されるのかを説明するため、 \mathbf{D} および \mathbf{B} を双極子に見立てたモデルを考える。実験状況から、双極子放射における近接場を考えなくてはならないため、Maxwell 方程式から電気双極子放射および磁気双極子放射の近接場を導く。まず、Maxwell 方程式

$$\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (2.29)$$

$$\text{div } \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.30)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad (2.31)$$

$$\text{div } \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \quad (2.32)$$

を電磁ポテンシャル表記に改めると、以下のようになる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \text{grad} \phi_L(\mathbf{x}, t) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \text{rot } \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t)$$

$$\begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) &= -\mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \\ \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi_L(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon_0} \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\text{div } \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_L(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (2.35)$$

ここで、(2.35)の式を Lorentz 条件といい、この条件を満たす電磁ポテンシャル \mathbf{A}_L 、 ϕ_L を Lorentz ゲージにおける電磁ポテンシャルという。 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} を求めるには(2.35)を満たす \mathbf{A}_L 、 ϕ_L を(2.33)に代入すればよい。

以上の電磁ポテンシャルは「点電荷、双極子、四重極子、……による電場の重ね合わせ」として表現されている。本研究の実験状況から、ターゲットは双極子になるため、重ねあわされている多重極子を展開し、双極子の成分についての放射場を考えなくてはならない。

ローレンツゲージにおけるマックスウェル方程式(2.33)、(2.34)、(2.35)についてフーリエ変換を行うと、

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{A}(\mathbf{x}, \omega) = -\mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, \omega) \quad (2.36)$$

$$\Delta \phi(\mathbf{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \phi(\mathbf{x}, \omega) = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho_e(\mathbf{x}, \omega) \quad (2.37)$$

となる。この2式は非斉次のヘルムホルツ型方程式であるため、まずは

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \right) G(\mathbf{x}) = -\delta^3(\mathbf{x}) \quad (2.38)$$

の解 $G(\mathbf{x})$ を求める。遠方でゼロとなる特解 $G(\mathbf{x})$ は

$$G_{\text{ret}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{+i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}|} \quad (2.39)$$

$$G_{\text{adv}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{-i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}|} \quad (2.40)$$

である。ここで $G_{\text{ret}}(\mathbf{x})$ は遅延ポテンシャル $G_{\text{adv}}(\mathbf{x})$ は先進ポテンシャルを意味する。電磁放射を考えると、遅延ポテンシャルは場所 \mathbf{x}' において電磁波が発信され、場所 \mathbf{x} で受信される。つまり、受信される時刻は $t = t' + \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}$ 。一方で、

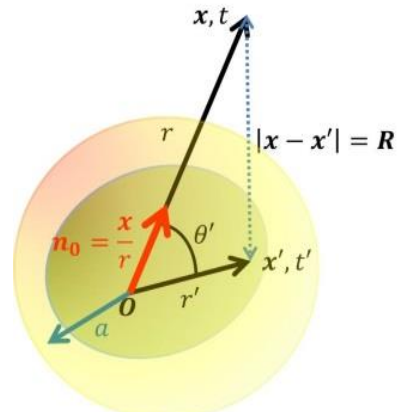


図 2-1 電荷分布のある有限領域における位置ベクトル。

に時刻 t' で電流を発生させるには電磁波

を場所 \mathbf{x} から時刻 $t = t' - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}$ に発信させるという問題設定になっている。つまり、遅延ポテンシャルは物体を送信アンテナとみなすとき、先進ポテンシャルは物体を受信アンテナとみなすときに使う。今回は物質から発生する電磁放射を考えるため、遅延ポテンシャルを用いた結果を使うべきである。そこで、

$$\begin{cases} A(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega(t-t')} \int d'\mathbf{x}' \frac{e^{i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \\ \phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega(t-t')} \int d'\mathbf{x}' \frac{e^{i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \rho_e(\mathbf{x}', t')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \end{cases} \quad (2.41)$$

を出発点とする。

次に、電荷分布 $\rho_e(\mathbf{x}, t)$ 、電流分布 $\mathbf{i}_e(\mathbf{x}, t)$ の領域が半径 a の球面内に限られているとして、 $\omega a/c \ll 1$ もしくは周期 T を使って $cT \gg a$ の場合、つまり $\omega a/c = 2\pi a/\lambda \ll 1$ という電磁波の波長が電荷分布および電流分布の存在する領域の大きさに比べてずっと大きい場合を考える（図 2-1）。この場合の近接場を含めた電磁ポテンシャルの一般式はルジャンドル展開³をすることにより、

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{(2l+1)!!} (-r)^l \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^l \left(\frac{1}{r} \langle \rho^{(l)}(t - \frac{r}{c}) \rangle\right) \\ A(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l-1)}{(2l-1)!!} (-r)^{l-1} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^{l-1} \left(\frac{1}{r} \langle \mathbf{i}^{(l-1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle\right) \end{cases} \quad (2.42)$$

と書き表される。ここで、 $\langle \rho^{(l)}(t') \rangle$ および $\langle \mathbf{i}^{(l)}(t') \rangle$ はそれぞれ

$$\begin{cases} \langle \rho^{(l)}(t') \rangle = \int r'^l P_l(\cos \theta) \rho_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \\ \langle \mathbf{i}^{(l)}(t') \rangle = \int r'^l P_l(\cos \theta) \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \end{cases} \quad (2.43)$$

を表している。電気双極子からの放射は $l=1$ によって表されるので、 $\phi_l(\mathbf{x}, t)$ は $\mathbf{n}_0 = \mathbf{x}/r$ は \mathbf{x} 方向の単位ベクトルとすると（図 2-1）

$$\phi_1(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}(t - \frac{r}{c})}{r^2} + \frac{\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}(t - \frac{r}{c})}{cr} \right) \quad (2.44)$$

と書くことができる。次に $A_l(\mathbf{x}, t)$ も(2.42)より $l=1$ のとき

$$A_1(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \dot{\mathbf{p}}(t - \frac{r}{c}) \quad (2.45)$$

³ ルジャンドル展開の公式: $\frac{e^{i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} = i \frac{\omega}{c} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j_l\left(\frac{\omega}{c} r'\right) h_e^{(1)}\left(\frac{\omega}{c} r\right) P_l(\cos \theta)$

と書き表される。電場 \mathbf{E}_1 は

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_1(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\partial \mathbf{A}_1(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \text{grad} \phi_1(\mathbf{x}, t) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{r^3} (3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}) - \mathbf{p}) + \frac{1}{cr^2} (3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}) - \dot{\mathbf{p}}) + \frac{1}{c^2 r} (\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{p}}) - \ddot{\mathbf{p}}) \right\}\end{aligned}\quad (2.46)$$

となる。一方磁束密度 \mathbf{B}_1 は

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_1(\mathbf{x}, t) &= \text{rot } \mathbf{A}_1(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{rot} \frac{\dot{\mathbf{p}}}{r} \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \times \dot{\mathbf{p}}}{r^2} + \frac{\mathbf{n}_0 \times \ddot{\mathbf{p}}}{cr} \right)\end{aligned}\quad (2.47)$$

となる。以上の \mathbf{E}_1 、 \mathbf{B}_1 を \mathbf{p} 、 $\dot{\mathbf{p}}$ 、 $\ddot{\mathbf{p}}$ の三つの項に分解すると

$$\begin{aligned}&\mathbf{p} \text{ の項} \\ &(r^3 \text{ の項 :} \\ &\text{near field})\end{aligned}\quad \begin{cases} \mathbf{E}_1^{(0)}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}) - \mathbf{p}}{r^3} \right\} \\ \mathbf{B}_1^{(0)}(\mathbf{x}, t) = 0 \end{cases}\quad (2.48)$$

$$\begin{aligned}&\dot{\mathbf{p}} \text{ の項} \\ &(r^2 \text{ の項 :} \\ &\text{intermediat} \\ &\text{e field})\end{aligned}\quad \begin{cases} \mathbf{E}_1^{(1)}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{(3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}) - \dot{\mathbf{p}})}{cr^2} \right\} \\ \mathbf{B}_1^{(1)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \times \dot{\mathbf{p}}}{r^2} \right) \end{cases}\quad (2.49)$$

$$\begin{aligned}&\ddot{\mathbf{p}} \text{ の項} \\ &(r \text{ の項 :} \\ &\text{far field})\end{aligned}\quad \begin{cases} \mathbf{E}_1^{(2)}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{p}}) - \ddot{\mathbf{p}}}{c^2 r} \right\} \\ \mathbf{B}_1^{(2)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \times \ddot{\mathbf{p}}}{cr} \right) \end{cases}\quad (2.50)$$

となる。一方で、磁気双極子による放射は $l=2$ のときの磁気双極子が寄与する部分を抜き出すことで、以下のように表される。

$$\phi_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.51)$$

$$\mathbf{A}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times \mathbf{n}_0}{r^2} + \frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{cr} \right) \quad (2.52)$$

ただし、ここで磁気双極子モーメント

$$\mathbf{m}(t) = \frac{1}{2} \int (\mathbf{x}' \times \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t)) d^3x' \quad (2.53)$$

を定義した。(2.54)、(2.55)の電磁ポテンシャルから電場 $\mathbf{E}_2^{(m)}$ および磁場 $\mathbf{B}_2^{(m)}$ は

$$\mathbf{E}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{r^2} + \frac{\ddot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{cr} \right) \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) &= \text{rot} \mathbf{A}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{m}) - \mathbf{m}}{r^3} + \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{m}}) - \dot{\mathbf{m}}}{cr^2} + \frac{\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{m}}) - \ddot{\mathbf{m}}}{c^2r} \right\} \end{aligned} \quad (2.55)$$

と表される。 $\mathbf{E}_2^{(m)}$ および $\mathbf{B}_2^{(m)}$ についても \mathbf{m} 、 $\dot{\mathbf{m}}$ 、 $\ddot{\mathbf{m}}$ の項に分解すると

$$\begin{aligned} &\mathbf{m} \text{ の項} \\ &(\mathbf{r}^3 \text{ の項 :} \\ &\text{near field}) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{E}_2^{(m_0)}(\mathbf{x}, t) &= 0 \\ \mathbf{B}_2^{(m_0)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{m}) - \mathbf{m}}{r^3} \end{aligned} \right. \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{m}} \text{ の項} \\ &(\mathbf{r}^2 \text{ の項 :} \\ &\text{intermediate field}) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{E}_2^{(m_1)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{r^2} \\ \mathbf{B}_2^{(m_1)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{m}}) - \dot{\mathbf{m}}}{cr^2} \end{aligned} \right. \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} &\ddot{\mathbf{m}} \text{ の項} \\ &(\mathbf{r} \text{ の項 :} \\ &\text{far field}) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{E}_2^{(m_2)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\ddot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{cr} \\ \mathbf{B}_2^{(m_2)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{m}}) - \ddot{\mathbf{m}}}{c^2r} \end{aligned} \right. \quad (2.58)$$

と分けられる。

結局、電気分極が変調される場合、 r^{-3} で減衰する近接場項は電場成分のみであり、磁場成分は r^{-2} で減衰する。一方、磁気分極が変調される場合、近接場項は磁場成分のみであり、電場成分は r^{-2} で減衰する項として現れる。したがって、ループアンテナにより磁場成分のみが測定されると仮定すると、圧電材料と磁性材料で試料-アンテナ間の

距離依存性が異なることが予想される。また、電気分極に対する近接場の電場成分、磁気分極に対する近接場の磁場成分とも、静的な双極子場が作る電場や磁場分布と同じと考えてよいことがわかる。

2.2 ASEM 信号検出に関する考察

本節では、上述した基礎的な物理プロセスを背景にして、ループアンテナで検出される電圧信号との関係について議論する。ASEM 応答の実験状況において、試料-アンテナ間の距離は波長（30 m at 10 MHz）に比べてはるかに小さいため、以下、近接場項のみを検出していると考ええる。

2.2.1 磁気双極子からの放射分布

強磁性体の場合、磁歪効果による磁化の変動が ASEM 信号の主な原因であるため、強磁性体からの ASEM 信号は磁気双極子放射と仮定する。磁気双極子放射の磁束密度は(2.55)である。近接場($1 \gg r/\lambda$)のときの磁束密度 $\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}(\mathbf{x}, t)$ は

$$\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{m}) - \mathbf{m}) \quad (2.59)$$

となる。ここで磁気双極子 $\mathbf{m} = (0, 0, m(t))$ からの ASEM 放射を考える。 \mathbf{n}_0 を r 方向として考えると

$$\mathbf{n}_0 = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \quad (2.60)$$

とおける。したがって

$$\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}(r, t) = \frac{\mu_0 m(t)}{4\pi r^3} (3\sin \theta \cos \theta \cos \varphi, 3\sin \theta \cos \theta \sin \varphi, 3\cos^2 \theta - 1) \quad (2.61)$$

となる。この式の各成分はアンテナをその方向に向けた時に捉える磁束密度を表している。また近接場の磁束密度の x 方向成分 $(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)})_x$ 、 y 方向成分 $(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)})_y$ 、 z 方向成分 $(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)})_z$ 、 r 方向成分 $(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)})_r$ はそれぞれ

$$(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)})_x = \frac{\mu_0 m(t)}{4\pi r^3} (3\sin \theta \cos \theta \cos \varphi) \quad (2.62)$$

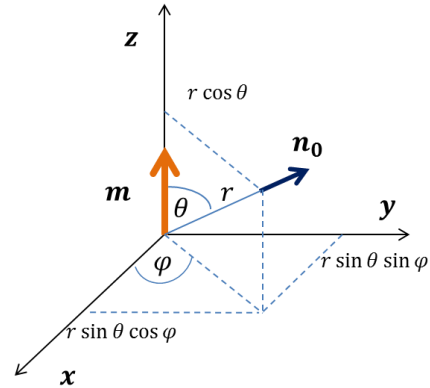


図 2-2 磁化ベクトルと単位ベクトル。

$$\left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_y = \frac{\mu_0 m(t)}{4\pi r^3} (3\sin\theta \cos\theta \sin\varphi) \quad (2.63)$$

$$\left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_z = \frac{\mu_0 m(t)}{4\pi r^3} (3\cos^2\theta - 1) \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_r &= \left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_x \sin\theta \cos\varphi + \left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_y \sin\theta \sin\varphi + \left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_z \cos\theta \\ &= \frac{\mu_0 \dot{m}(t)}{2\pi r^3} \cos\theta \end{aligned} \quad (2.65)$$

となる。 Φ をアンテナを貫く磁束、 S をアンテナの断面積、 N をコイルの巻き数とすると、それぞれの方向に向けた時の検出電圧は

$$\begin{aligned} V_x &= -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} \left(\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \right)_x = -NS \frac{d\left(\mathbf{B}_{\text{near}}^{(m)}\right)_x}{dt} \\ &= -\frac{\mu_0 NS \dot{m}(t)}{4\pi r^3} (3\sin\theta \cos\theta \cos\varphi) \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$V_y = -\frac{\mu_0 NS \dot{m}(t)}{4\pi r^3} (3\sin\theta \cos\theta \sin\varphi) \quad (2.67)$$

$$V_z = -\frac{\mu_0 NS \dot{m}(t)}{4\pi r^3} (3\cos^2\theta - 1) \quad (2.68)$$

$$V_r = -\frac{\mu_0 NS \dot{m}(t)}{2\pi r^3} (\cos\theta) \quad (2.69)$$

となる。ここで、例えば $\theta = 0, \varphi = 0, m(t) = m_0 \sin\omega t$ とすると

$$\mathbf{V}_1 = (0, 0, -\frac{\mu_0 NS \omega m_0}{2\pi r^3} \cos\omega t) \quad (2.70)$$

となり、 $\theta = \pi/2, \varphi = 0, m(t) = m_0 \sin\omega t$ とすると

$$\mathbf{V}_2 = (0, 0, \frac{\mu_0 NS \omega m_0}{4\pi r^3} \cos\omega t) \quad (2.71)$$

となる。つまり、磁気双極子モーメントのベクトルと同一直線上の点で測定された V_1 とその軸から離れた点で測定された V_2 の関係は $|V_1| = 2|V_2|$ となる。例えば直径 1 mm の円環に 10 MHz, 1 nA の交流電流が流れることによって生じた変動磁束密度を、4 cm 離れ

た位置で 30 回巻、直径 2.5 cm のコイルアンテナで受信すると、peak to peak 電圧 $V_{peak}(=V_{max} - V_{min})$ は $V_{peak} \approx 0.1 [\mu V]$ となる。ただし、本実験のアンテナや機器による損失を考慮することは現時点では困難であるため、次の比例関係を利用するに留める。

$$V_{ASEM} \propto \frac{1}{r^3}, N, S, \omega, m_0 \quad (2.72)$$

2.3 実験セットアップ

2.3.1 実験方法と装置

ASEM 応答の一つの特徴として、音波周波数で変調された狭帯域な信号であるという点があげられる。心電計や脳磁計のように電気・磁気信号をパッシブに測定する場合と異なり、本測定は音波により信号が変調されるので、感度の高い狭帯域検波が使える。そこで、図 2-3 (a)に示す測定系を立ち上げた[12]。

本測定で最も危惧すべき点は、励起パルスあるいはエコー信号により発生する超音波振動子の電磁信号である（本測定ではノイズとなる）。この振動子ノイズは、測定試料からの目的信号よりもはるかに強大であると予想され、さらに目的信号と同じ周波数成分であることから、狭帯域検波でも逃れることはできない。よって、図 2-3 (c)の上図に示す、測定対象物に振動子を密着させる一般的に超音波を利用して行われる物性検査の手法において ASEM 信号観測は絶望的である。そこで、我々はパルス法により音波遅延時間を利用した。例えば、水中の音速は 1500m/s であるから、音波が 60mm 伝搬するのに 40 μ s の遅延時間が生じる。一方、電磁波の伝搬時間は無視できるほど短い。したがって、振動子と試料の間に音波媒体（水やゲル）を設け、音波伝搬時間より十分短い超音波励起パルスを用いることにより、振動子ノイズと試料からの目的信号を時間的に分離することが可能になる。図 2-3 (c)の下図に示すように、ASEM 信号は往復伝搬する超音波エコー信号と比べてちょうど半分の遅延時間で発生する。この遅延時間の厳密なチェックは ASEM 応答であると確証するために不可欠な作業である。結局、狭帯域検波と遅延時間によるノイズ分離によって、一般の超音波エコー信号強度より 6 桁ほど微弱な信号さえ検出可能としている。

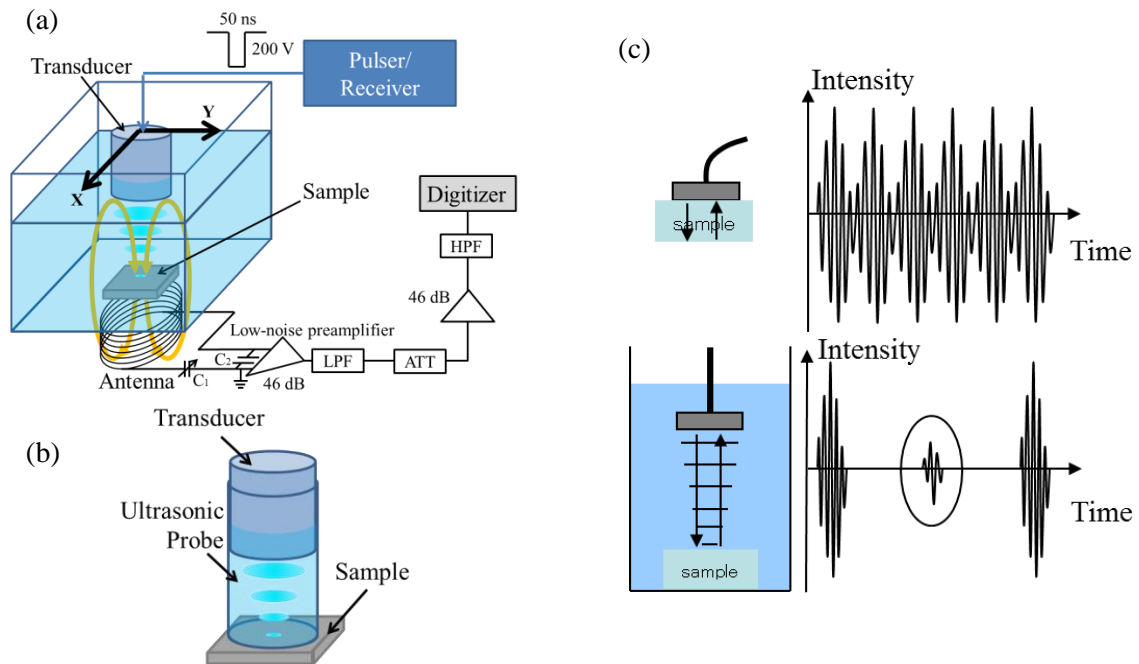


図 2-3 (a) ASEM 測定概念図 (水浸法) (b) プローブ法 (c) 接触法において発生する ASEM 信号模式図および水浸法における ASEM 信号模式図。

本研究では、音波媒体として水を用い、水浸法（図 2-3(a)）と非水浸プローブ法（図 2-3(b)）の 2 種類の方式を開発した。水浸法はサンプルをビーカー等に張った水の中に沈めた状態において測定を行うため、生体試料などの測定に適しているがサンプルスペースに限界がある。一方で、プローブ法ではサンプルスペースに制限がないため、大型の試料の測定に適しており、乾燥状態での測定も可能である。しかし、サンプルと接する部分に薄膜が添付されているため、サンプルとプローブの密着には注意が必要である。RF 受信はチューニング可能な狭帯域ループアンテナを用い、低雑音アンプにより 80~90dB 増幅し、デジタルオシロスコープで信号積算する。

2.3.2 プログラム概要

本研究では ASEM の信号を検出、解析、およびイメージングを行うため、ナショナルインスツルメンツ社の Labview®を用いてプログラ

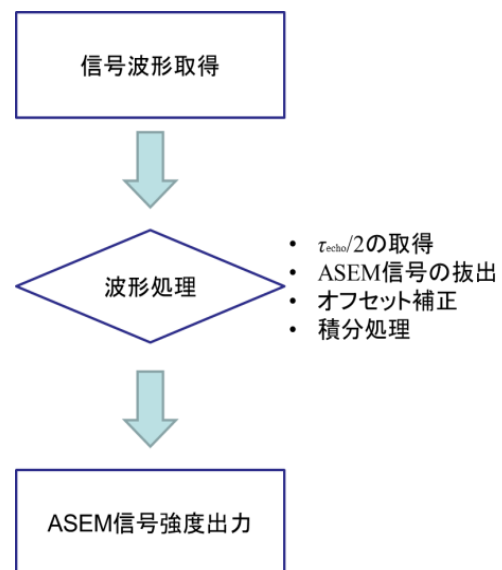


図 2-4 定点測定ダイアグラム。

ミングを行っている。ここではそのプログラムの概要を説明する。

まず、定点測定プログラムの概要を大枠のダイアグラムを図 2-4 に示す。定点測定においては信号波形取得、波形処理、信号強度の計算を行っている。波形測定は通常のデジタルオシロスコープと同様だが、サンプリングレートが最大 60 MHz であるのに対して、波形の取得レートは波形取得時間長が 100 μ s において最速で 2 kHz 以上である。本研究ではパルス法によるマルチプルエコーが問題となるため、1 kHz より早いパルスの繰り返し周波数は使用できないが、今後のエコー取得方法の改善によってはより速い繰り返し周波数による測定も見込まれる。ASEM 信号の実時間波形を取得する際に留意する点としてエコーの半分の時間 $\tau_{\text{echo}}/2$ の信号を抜き出すことがあげられる。特に固体中の音速は水や空気と比較して約 4~10 倍になり、局所的な応答を見ようとした場合 ASEM 波形についても時間的に分離することが重要であることは想像に難くない。本研究における ASEM 信号は $\tau_{\text{echo}}/2$ から約 500 ns の波形の絶対値を信号強度として取得するため、デジタイザーにおいて取得された信号波形に対して波形処理を行っている。具体的には、まず測定されたエコー波形に対してトリガーをかけ、エコーの立ち上がり検出し、 $\tau_{\text{echo}}/2$ を算出する。次に ASEM 信号波形の平均値を算出し、オフセットをキャンセルする。最後に、 $\tau_{\text{echo}}/2$ から 500 ns の ASEM 波形を抜き出し絶対値をとった値を積分し、信号強度として出力する。また、空間的にローカルな信号を取得しない、つまり測定対象のバルクとしての評価を行う場合は ASEM 信号のピークや積分範囲を広くとった値を信号強度としても良い。

次に、イメージングについて、大枠のダイアグラムを図 2-5 に示す。イメージングにおいては XYZ ステージの走査、距離補正、信号取得を行っている。まず、XYZ ステージの走査では水浸法においては単に XY ステージを操作するのみとなっているが、プローブ法においては少し複雑な処理を行っている。まず、Z ステージを上げて試料とプロー

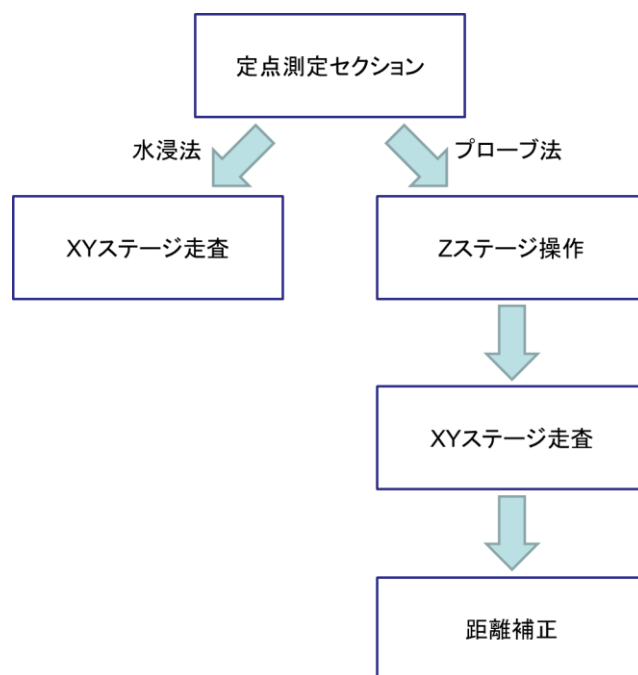


図 2-5 イメージングダイアグラム。

ブの先端を離す。これはプローブ先端の薄膜が擦過による傷に弱いため、走査過程ではプローブと試料の接触を避けるためである。そののちに XY ステージにおいて走査を行い、走査後に試料との距離を元に戻すために距離補正を行う。この時基準とするのはエコーのピークを基準とし、フィードバックをかけることによって距離を合わせる。その後、信号取得プロセスに移る。信号取得プロセスは定点計測と同様である。この場合の ASEM 信号強度は断層画像では波形の絶対値を信号強度としてプロットしているが、ASEM 信号の peak to peak と前述の積分値の二種類を信号強度としている。

第3章 強磁性体における ASEM 応答

3.1 超音波による磁気分極変調の検証

3.1.1 実験セットアップ

まず初期実験として一般的な円形型フェライト磁石を使い強磁性体の磁気特性の測定を試みた[21]。試料のストロンチウムフェライト磁石($\text{SrO}/6\text{Fe}_2\text{O}_3$)は実際にはフェリ磁性体であるが現象論的には強磁性体と同じ範疇で取り扱って良いことが多い。ストロンチウムフェライト磁石はマグネトプランバイト型(magneto plumbite type)の六方晶の結晶体であり、C 軸方向（底面に垂直方向）が磁化容易方向となっている。従って C 軸方向から縦波音波が照射されることで逆磁歪効果が生じる。さらに超音波の縦波の波数ベクトルと磁石内の磁気モーメントが平行であれば、磁気モーメントの大きさが変化すると予想される。そのときの磁束密度変化をアンテナコイルで検出する。

図 3-1 右下に直径 $D = 20 \text{ mm}$ の円柱磁石試料の画像を示す。円柱の高さは、 $h = 5 \text{ mm}$ (左)、 $h = 10 \text{ mm}$ (右) である。図 3-1 に示すように、ループアンテナの位置を試料の横と下の 2 ヶ所、アンテナの磁束検出方向を上向き、横向きに、計 4 ヶ所の配置でそれぞれ ASEM 信号強度の測定を行った。どの配置も試料の音波照射面からアンテナの中心までの距離を 35 mm とした。アンテナ I、II は磁束検出方向が磁石のつくる磁力線に垂直、III、IV は平行になっている。磁気双極子放射、圧磁基本方程式の考察よりアンテナ I、II は 0 となり、アンテナ III、IV からは信号が得られ、(2.72)の関係が成り立つと考えられる。ここで、エコー測定および ASEM 測定において、信号は低雑音アンプにより、それぞれ 11 dB、72 dB 増幅されている。

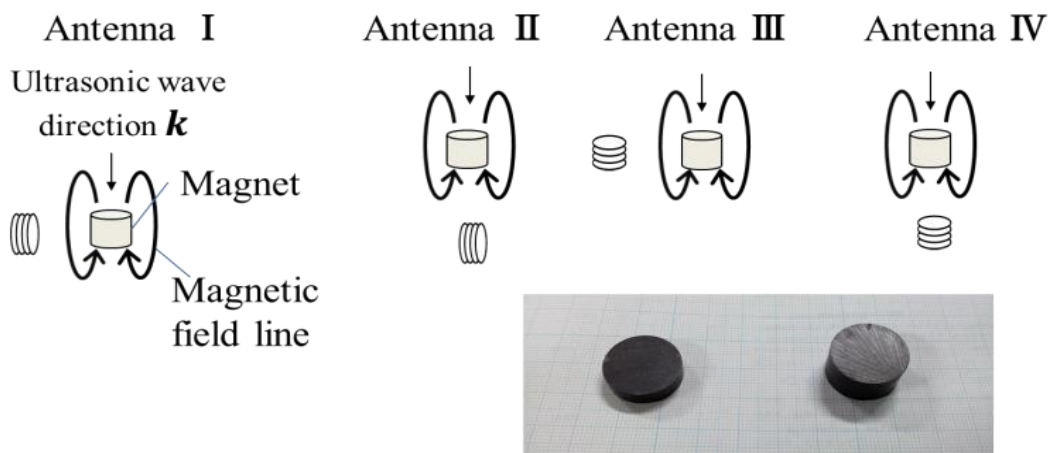


図 3-1 アンテナの配置と試料の画像

3. 1. 2 実験結果および解析

図 3-2 に $h=10$ mm アンテナ配置 III で測定した典型的な実時間波形を示す。縦軸の値は増幅前の信号電圧値を示している。図 3-2(a)と(b)には、それぞれ $h = 10$ mm と $h = 5$ mm の円柱型磁石における実時間波形の拡大図を示す。波形の横軸はエコー遅延時間 t_{echo} の半分の時間 $t_{echo}/2$ 付近の $5 \mu s$ を、縦軸は電圧強度（任意単位）を示す。点線は $t_{echo}/2$ を示す。ただし測定時のトランスデューサ-試料間の距離により $\pm 0.1 \mu s$ 程度の誤差がある。この誤差はデジタイザのサンプリングレートの $1/6$ 程度のずれであるため、補正可能であるが、スポットの焦点深度が 5 mm 程度であるため、信号強度に影響はない。またローマ数字 I,II,III,IV は図 3-1 のアンテナの配置、向きを表す。矢印は超音波進行方向である。

まず、図 3-2(a)から励起パルスとエコー信号のちょうど半分の時間($t_{echo}/2$)から ASEM 信号が出ることが確認できる。また超音波パルス幅が 50 ns にも関わらず、 $30 \mu s$ 以上の

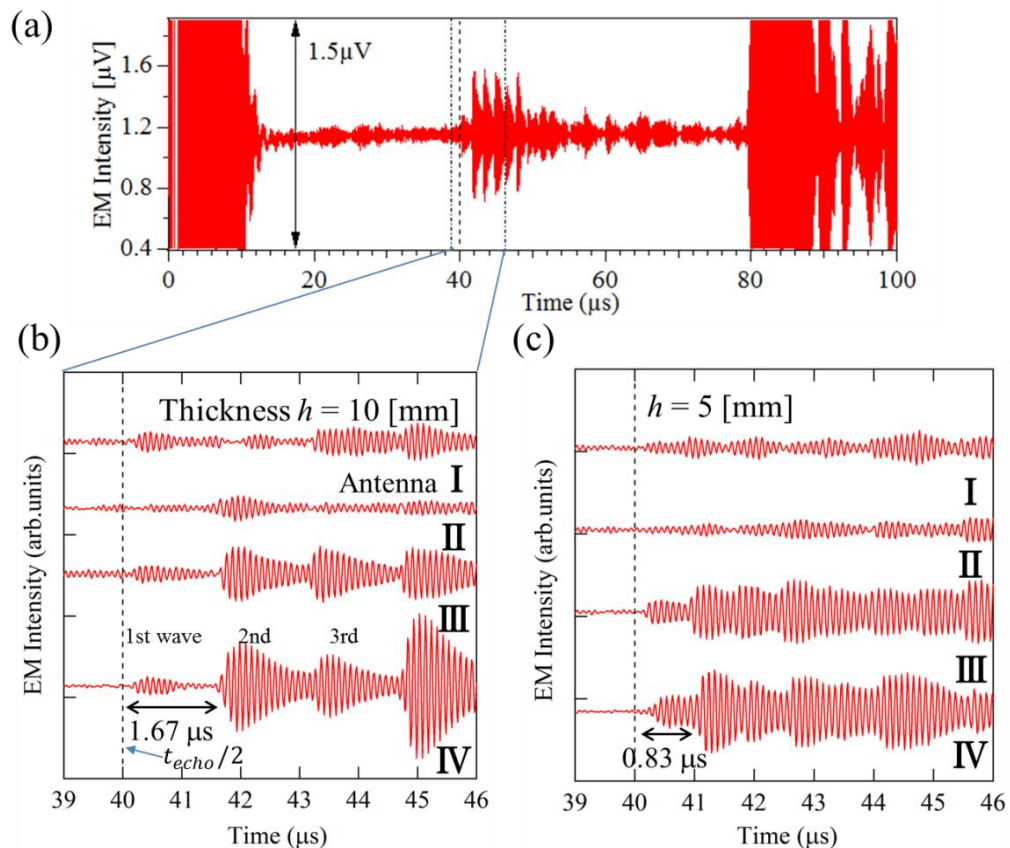


図 3-2 円柱形磁石から検出された ASEM 信号波形 (a) 厚さ 10 mm 試料における典型的 ASEM 波形 (b) 厚さ 10 mm 試料の ASEM 信号拡大図。 (c) 厚さ 5 mm 試料の ASEM 信号拡大図。

信号が得られていることがわかる。これは音波がフェライト磁石内を伝搬し続けていることを意味する。励起パルス(0 s 付近)とエコー信号(80 μ s 付近)に起因するトランスデューサノイズが観測されている。

次にこの波形の時間幅を拡大したところ、周期的なくし状の構造の波形が観測された。フェライト磁石は金属であるため、電磁波は表面からしか発生しない。従って、くし状波形は閉じ込められたパルス音波がフェライト内を往復伝搬していると定性的に解釈される。固体に閉じ込められた音波の振る舞いは通常のエコー法では観測されず、ASEM 法の大きな特徴の一つである。この周期 1.67 μ s から計算すると縦波音波が上面と底面の間を伝搬する時間であることがわかる⁴。厚さ 5 mm の磁石の周期が半分の時間 0.83 μ s であることが主張を裏付けている。また、アンテナの配置によって信号は大きく異なり、アンテナ I、II の信号強度に比べて III、IV のほうが大きいことがわかる。これは磁力線の方の磁束密度成分が縦波音波によって変調されていることを示している。

3. 1. 3 議論および結論

以上の結果から次の疑問点が挙げられる。

- (1) 全音波エネルギーがもっとも大きいはずの第 1 波がそれ以降の波に比べて非常に小さい。
- (2) アンテナ IV において、奇数番目の波より偶数番目の波のほうが大きい。

疑問点(1)について考察を行う。まず、フェライト磁石の底面が固体であるガラスの場合と液体の水の場合で ASEM 信号強度に違いがないかを確認した。フェライト磁石($h=5$ mm)とガラス面との間に水とみなすことのできる吸収材(水分を吸った布)を設置

⁴ 一般に縦波音速 c_l 、横波音速 c_t は $c_l = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}$ 、 $c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}$ とかける。ただし、 E :ヤング率、 σ :ポアソン比、 ρ :密度とする。[44] $E = 1.5 \times 10^5$ [MPa], $\sigma = 0.25$, $\rho = 5.0 \times 10^3$ [kg/m³] (日立金属株式会社カタログ HG-A23-B より)として計算すると、 $c_l = 6.0 \times 10^3$ [m/s], $c_t = 3.5 \times 10^3$ [m/s]となる。

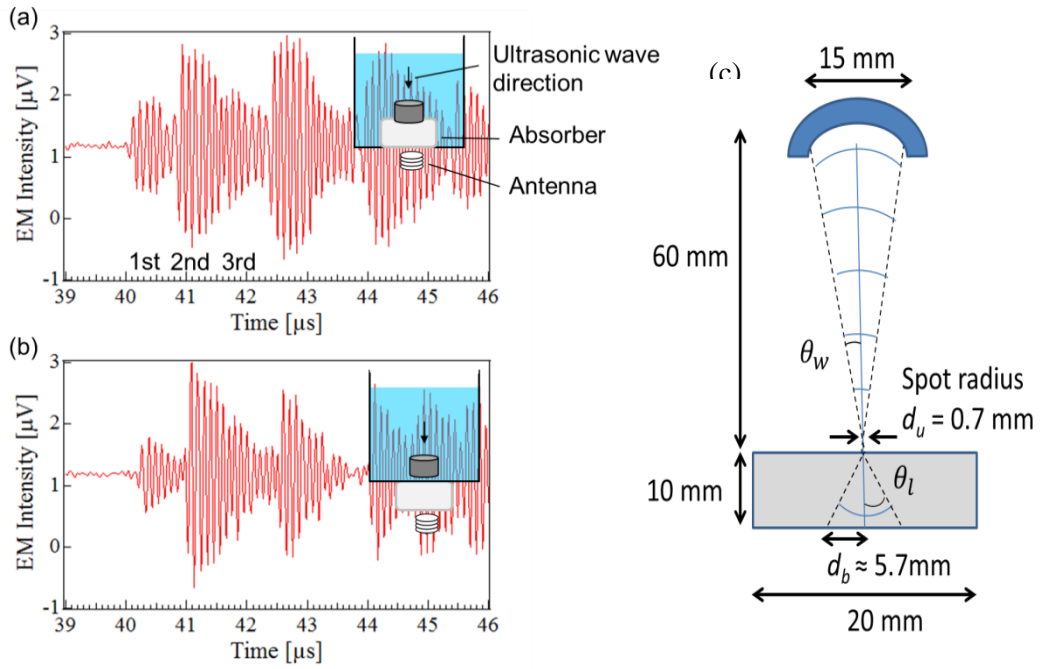


図 3-3 吸収材を用いた底面の影響の検証 (a) 試料直下に音波吸収材を置いた場合の ASEM 信号波形 (b) ビーカークの外に吸収剤を置いた場合の ASEM 信号波形 (c) 試料内部への音波伝搬。

した。図 3-3(a)がビーカークと磁石の間に吸収材を挟んで測定された ASEM 応答強度-時間波形であり、図 3-3(b)がビーカークと磁石が接している波形である。図中の点線は上面あるいは底面に音波が届くと予想される時刻を示したものである。これらの波形の比較から大きな変化は観測されず、ガラス面との相互作用の可能性は排除される。そこで、音波で誘起される面積は フェライト磁石の上面 S_u よりも底面 S_b の方が大きいことに留意する。音波エネルギーは数 μ s の間は減衰しないので単位面積当たりの音波エネルギー I は面積 S に反比例する($I \propto S^{-1}$)。単位面積当たりの音波エネルギー I と音圧 p には $I = p^2/\rho c$ の関係があるから、音圧 p は面積 S の平方根に反比例する($p \propto S^{-1/2}$)。ここで音圧と音波によって変調された磁束密度 ΔB が比例関係にあるとする($p \propto \Delta B$)と、 $\Delta B \propto S^{-1/2}$ である。検出磁束 $\Delta\Phi = \Delta B \cdot S \propto S/S^{-1/2} = \sqrt{S}$ となるから、最終的に電圧振幅 ΔV と \sqrt{S} が比例すると仮定した。つまり磁石上面からの ASEM 信号強度振幅 ΔV_u と磁石下面からの ASEM 信号強度振幅 ΔV_b の比は

$$\frac{\Delta V_b}{\Delta V_u} = \sqrt{\frac{S_b}{S_u}}$$

と表される。この考察を計算で確認した。音波の収束角は幾何学的な見積りから $\theta_w \approx 7^\circ$ である。ここで、スネルの法則より

$$\frac{\sin \theta_w}{\sin \theta_l} = \frac{c_w}{c_l} = \frac{1500 \text{ [m/s]}}{6000 \text{ [m/s]}} = 0.25$$

(ただし、水の音速 c_w 、サンプルの縦波音速 c_l)であるから、
 $\theta_l = 30^\circ$ である。従って $d_b = h \tan \theta_l \approx 5.7 \text{ [mm]}$ である。よって音波によって誘起された面積は

$$\sqrt{\frac{S_b}{S_u}} = \frac{d_b}{d_u} \approx 8.1 \text{ (} h = 10 \text{ [mm])}$$

である。従って、面積比を仮定とした見積もりでは

$$\frac{\Delta V_b}{\Delta V_u} \approx \begin{cases} 8 \text{ (} h = 10 \text{ [mm])} \\ 4 \text{ (} h = 5 \text{ [mm])} \end{cases}$$

となる。一方、実験結果は

$$\frac{\Delta V_b}{\Delta V_u} \approx \begin{cases} 4 \text{ (} h = 10 \text{ [mm])} \\ 3 \text{ (} h = 5 \text{ [mm])} \end{cases}$$

である。従って、第1波がそれ以降の波より極端に小さい理由は音波が試料に当たっている面積が小さいからであるといえる。

次に、疑問(2)について考察を行う。我々が検出している rf 電磁場は波長に比べて発振源からの距離 r が十分近いため、近接場の磁場成分を検出していると考えられる。したがって、信号強度は(2.59)より、 r^3 に反比例すると予想される。第2波と第3波の信号強度の比は約1.7であり、アンテナ IV から上面と底面との距離の3乗の比は $4.5^3/3.5^3 \approx 2.1$ である。このことから、アンテナ IV のデータにおいて偶数番目と奇数番目の信号強度の違いが説明される。また、上面までと底面までの距離が等しいアンテナ III のデータでは偶数番目と奇数番目の信号強度の大きさに違いがない点がもう一つの根拠となっている。以上のことから、超音波により誘起される電磁応答に対して、圧電・圧磁方程式を通して誘起される電気・磁気双極子場として記述し、特に強磁性体に関する実験において検証した。強磁性体をループアンテナで検出した応答信号は、予想通り、 r^3 で減衰する磁気双極子場の近接場成分(磁気双極子モーメントが作る静磁場と同じ分布)で説明できた。

3.2 超音波による磁気イメージング

3.2.1 2次元イメージング

前述のように超音波による磁化の検出が可能であることが分かったので、我々は音響刺激による磁気イメージングを行った(図 3-4(a))。測定試料は純鉄箔(厚さ 0.1 mm)、銅箔(厚さ 0.2 mm)そしてフェライト磁石($\text{SrO}/\text{Fe}_2\text{O}_3$)である。試料はガラスピーカーの底に置かれ、ASEM 信号はアンテナ IV の位置で検出される。アンテナは試料の磁化の方向によらず検出が出来るように試料の設置エリアに対して検出された ASEM 波形のパルス幅は 500 ns 以下であることから、得られた画像は局所的な ASEM 応答のマッピングに相当する。面内の空間分解能は収束超音波のスポットサイズ(~ 0.7 mm)によって決定される。

まず、常磁性である銅箔からはほとんど信号が観察されていない。一方で、フェライト磁石からのはっきりとした信号と純鉄箔の試料端からの弱い信号が観察されている。

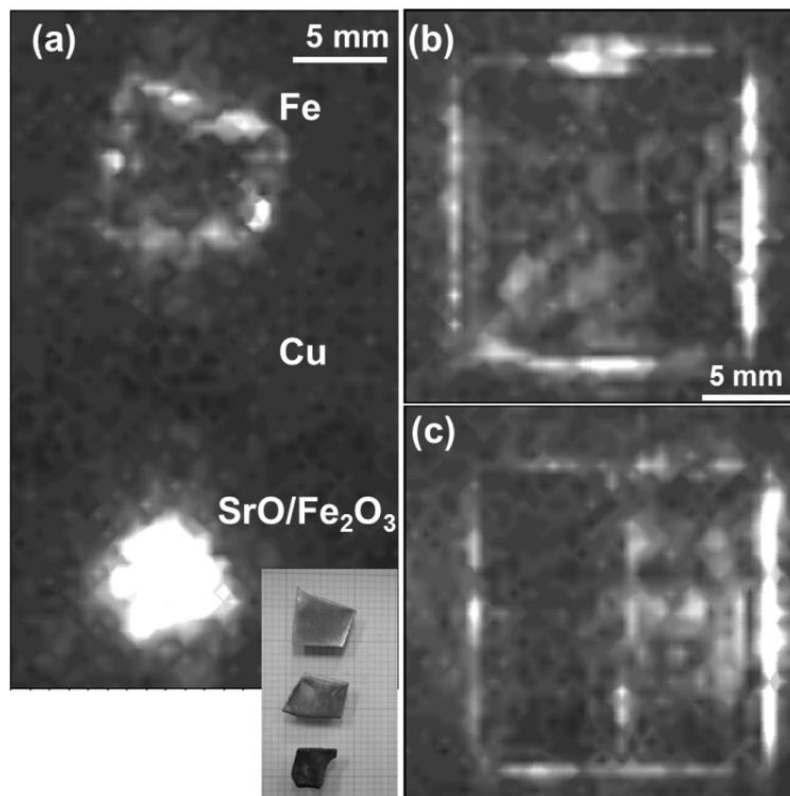


図 3-4 (a)ASEM 応答を利用した磁性体の選択的画像化。白が ASEM 信号強度の強い部分を示す。右下挿入図は試料の写真画像(鉄および銅箔、そして $\text{SrO}/\text{Fe}_2\text{O}_3$ 小片)。鉄箔の(b)折り曲げ前および(c)折り曲げ後の ASEM 画像。

図 3-4(b)に示されている純鉄の詳細図では、試料端周辺における磁化の存在を示唆して

いる。鉄の多重磁区構造において巨視的磁化はほぼ 0 であるため、観測された試料端の信号は、試料切断時における外部応力または歪による磁区配向に起因していると推測される。そこで、純鉄箔の中心を折り曲げることにより歪を与えると、ASEM 応答が折り曲げ線上に見事に観察された(図 3-4(c))。

応力もしくは塑性変形による残留磁化の発現は単純な引っ張りや圧縮ではもともと磁化がキャンセルされている磁区構造の強磁性体ではほとんど無いといってもよい。もともと単純な応力と磁区構造のモデルを考えたとき、磁歪効果が **positive magnetostriction** である場合には磁区構造は圧縮応力に対してはそれに垂直な方向の磁区構造が拡大し、平行方向の磁区構造は縮小する。一方で、引っ張り方向の応力では平行方向の磁区が拡大し、垂直方向の磁区は縮小するため、縞状の磁区構造が形成される。この様子は様々な磁気イメージングの研究からも[22], [23]報告されている。このように磁区構造が変化する場合、どちらの応力に関しても平行方向の磁区が（向きは問わない）均等に拡大するようではトータルの磁化には何ら影響を与えない。しかし、ここで塑性変形という状況を考えてみる。塑性変形は格子形状や格子間隔が応力によって変形を受けたときに本来の結晶構造を保てなくなり、準安定的な状態として結晶構造の中に欠陥を抱えた状態で安定化することである、つまり、塑性変形を引き起こされた結晶は元の形状から何らかの欠陥を抱えている。そして、この格子欠陥等は磁区構造の境目である磁壁の移動を阻害し、ピンでとめられたように磁壁を固定してしまういわゆるピン止めという現象を引き起こす。さらに、切断や折り曲げにおける印加応力の方向は非常に複雑で、例えば、折り曲げ時の応力分布は数値計算が困難[24]なほどの複雑な応力がかかっている。以上のことより、応力による磁区構造の変化に加え、欠陥による磁区構造のピン止めが折り曲げた際に同時に引き起こされているため、応力印加部分での磁化の発現につながっていることが考えられる。

我々は鉄と同様にニッケルについても 2 次元画像化を試みた。使用した試料は厚さ 0.5 mm の Nickel 多結晶小片である。アンテナの中心周波数は 9.3 MHz であり、Nickel の音速[25]から計算される試料の厚み共振である 12MHz からは外してある。これは試料の厚みの不均一による機械共振の不均一から信号強度が変化しないようにするためである。結果を図 3-5 に示す。ASEM 信号強度を実時間波形の **peak to peak** とした場合の結果を図 3-5 (a)に示す。図 3-4(b)とは異なり試料エッジ部分のみならず、試料表面からも信号が観察されている。考えられる原因として音波が試料内を伝搬し、試料端に到達した際に発生する信号であること、もしくは先ほどの外したはずの機械共振が何らかの

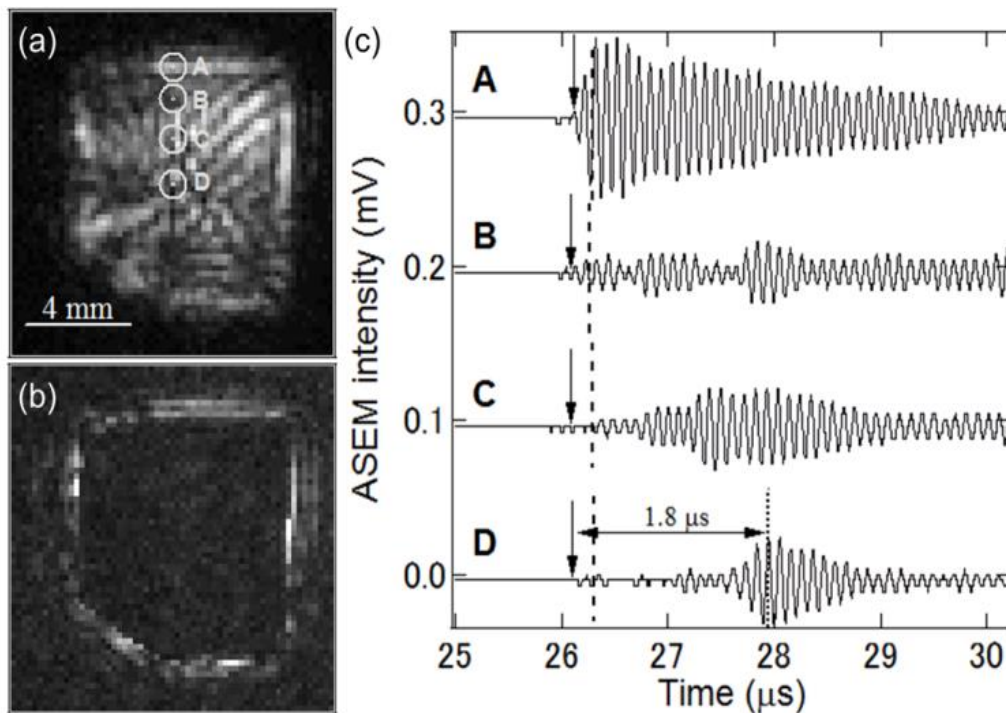


図 3-5 (a) Nickel の ASEM 画像。信号強度は実時間波形の peak to peak を信号強度としている。(b) 照射音波のスポットサイズ内の信号を抽出した画像 (c) (a)における A、B、C、および D 点の ASEM 波形。矢印はエコーの半分の時間 $techo/2$ を示し、破線はスポットサイズ径(1 mm)まで音波が伝搬する時間を示している。また、D における点線は peak to peak を示すまでの遅延時間を示している。

波長領域において発生していることが疑われる。先ほどの機械共振については、厚みから予測される共振周波数は一波長では約 12.1 MHz、3/4 波長では約 9MHz、半波長では約 6 MHz、が見積もられる。今、アンテナの共振周波数は 9.3MHz であるため、一番近い機械共振は 9 MHz である。それでは 0.3 MHz が波長としてどの程度の違いになるかを見てみると、ニッケル試料内では縦波音速において約 20 μm に相当するため、試料の粗さによっては信号強度に変化が発生することが予想される。そこで、まずは表面の粗さを確認するためにエコーのピークタイムが重要な情報となる。仮に共振による信号強度の変化が原因であれば、ASEM 応答と同様にモザイク状の模様がエコーの時間に確認できるはずである。しかし、時間プロットにおける模様は全く見られず、表面の粗さはほぼ均一といってよい結果が得られていた。以上のことより共振による影響はほぼないことが示唆された。それでは次に、試料内の音波の伝搬について解析してみる。図 3-5 (a)に示す A、B、C および D 点における ASEM 実時間波形を見てみる。各実時間波形

を図 3-5 (c)に示す。A 点においては試料端における信号のピークが音波照射後約 200 ns において検出されており、これは縦波音速においては試料厚み方向の往復時間に相当し、横波音速においては厚みの約 1.5 倍の長さに相当する。一方で、B 点、C 点、D 点ではピークが試料厚み方向の往復時間よりさらに遅く発生していることがわかる。例えば、D 点では約 1.8 μs 遅れており、この時間は縦波音速では約 10.8 mm、横波音速では約 5.4 mm である。5.4 mm は試料角までの距離に相当するため、横波音速に近い音速の伝搬波が関係している可能性が高い。そこで、ASEM 信号が発生する $\tau_{\text{echo}}/2$ から 200 ns (波数) の間を積分した (図 3-5 (c))。これは Nickel の音速が早いため、スポットサイズ程度であることと、 $\tau_{\text{echo}}/2$ から少なくとも 2 波長以上が含まれることを基準に決められている。図 3-5 (a)の試料表面に発生していた信号は取り除かれ、試料のエッジのみで信号が確認されており、図 3-4 (b)と同様の結果が得られている。以上の解析から、ピークプロットによる試料表面の信号は伝搬波による信号であることが示唆された。特に伝搬波については横波もしくはそれに近い音速の板波や表面弾性波による誘起が支配的であることも分かった。つまり、これらの伝搬波を積極的に利用したイメージング法も期待される。

3. 2. 2 断層画像

次に我々は超音波の透過性を利用した ASEM 応答の断層画像化を試みた[21](図 3-6、図 3-7)。使用した試料は寒天の中に Al 片と磁石 (SrO/Fe₂O₃) の碎片を埋め込んだものである。磁石は約 10 mT の残留磁化を持っている。アンテナは測定対象とアンテナの距離の差による信号強度の強弱を緩和するために試料全体を取り囲むようなアンテナが使用されており、共振周波数は約 9MHz となっている。

まず、エコー法では Al、SrO/Fe₂O₃ 共にはっきりと像が見えており、寒天中の金属片が検出されていることがわかる (図 3-7 (a),(b))。一方で、ASEM 法では磁化を持っている SrO/Fe₂O₃ のみ像が見えており、磁化を持っている物質が選択的に画像化されている (図 3-7 (c), (d))。

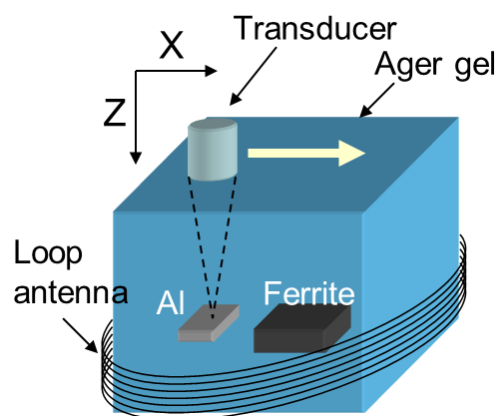


図 3-6 断層画像計測模式図

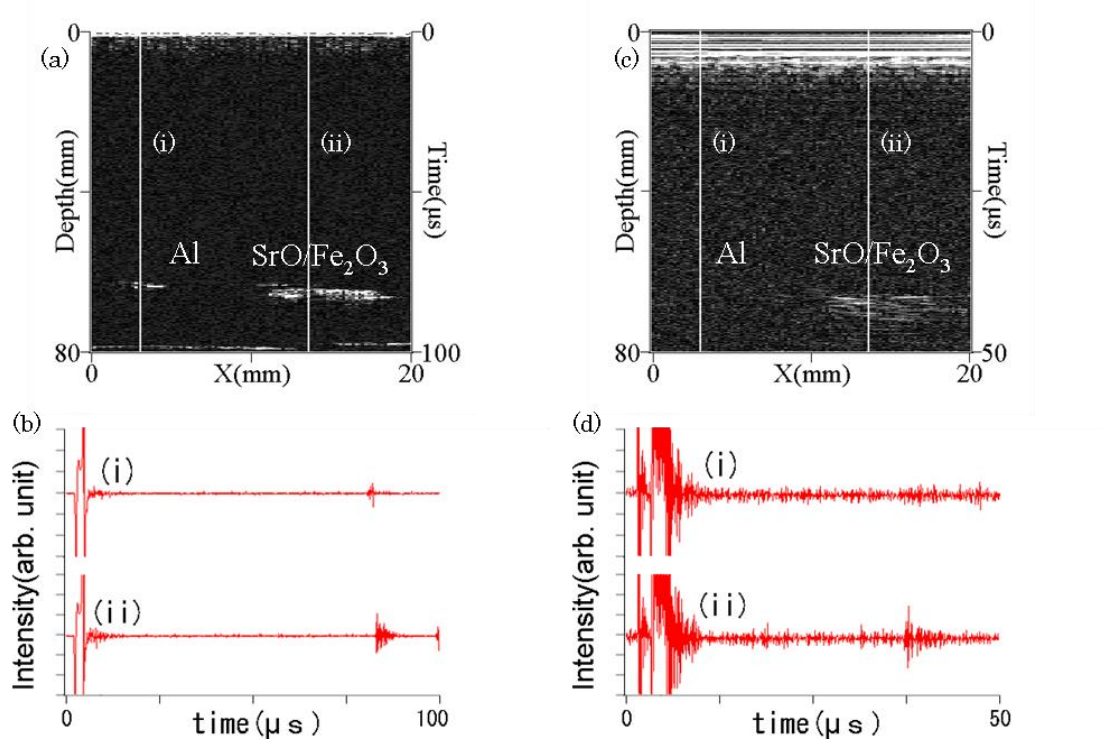


図 3-7 断層画像実験結果 (a),(b)エコー法による断層画像および検出波形。(a)の白線部分の波形を(b)に示している。(c),(d)ASEM 法による断層画像。(b)と同様に(c)の白線部分の波形を(d)に示している。

以上のように超音波を用いた 2 次元磁気イメージングおよび磁気断層画像を面内空間分解能約 0.7 mm、深さ空間分解能は約 0.2 mm で実演され、超音波エコー画像と同時計測可能であることが確認された。また、漏洩磁束探傷法や渦電流探傷法と異なり、非金属に囲まれた磁性体を非接触に測定できることが確認された。

3.3 オーステナイト系ステンレスのマルテンサイト転移検出・画像化

本実験ではステンレス合金の引張り試験を行うため、JFE テクノリサーチ（株）所有の引張り試験機を用い、同社員の協力を得た [21]。試料の SUS304 はオーステナイト系ス

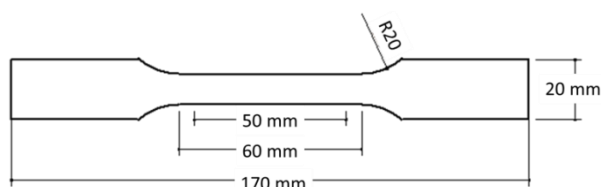


図 3-8 SUS304 試験片の形状。



図 3-9 加工誘起マルテンサイト転移。

テンレスといい、耐食性、靱性、延性、加工性、溶接性に優れたステンレス合金である。

用途として自動車部品やキッチンシンク、化学プラント、原子力プラント内部配管などに使われる。主成分は Cr: 18 %、Ni: 8 % であり、金属組織はオーステナイト(austenite)を呈している。

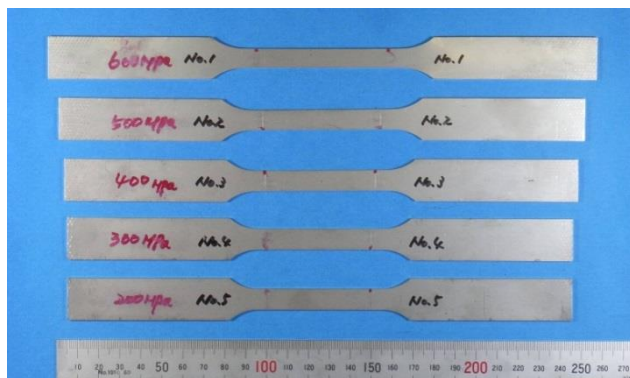


写真 1 SUS304 引張り試験材（実験後）。

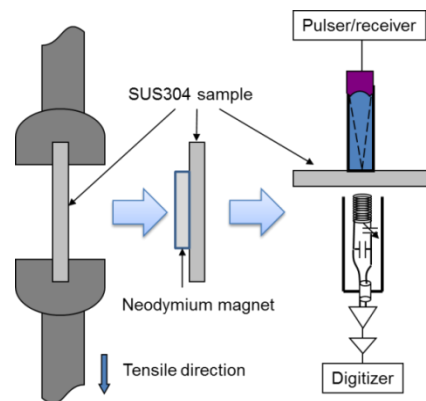


図 3-10 SUS304 引張り試験概略図。

オーステナイト系ステンレスは以上のように優れた性質を持つ鉄鋼材であるが、一方で結晶粒が粗大である、結晶異方性を持つ、といった特性を持つことで、炭素鋼と比べ超音波探傷検査が困難であるとされる。粗大な結晶粒が材料中を通過する超音波の散乱を引き起こし、減衰させる。また散乱によるエコーがノイズとなり SN 比の低下、つまり検出感度の低下の原因となる。結晶異方性は、超音波ビームを歪ませ音速を変化させる。従って、超音波探傷が困難であるといわれる[26]。

オーステナイト系ステンレスは冷却していくと組織的に面心立方格子 (γ 相) から体心立方格子 (α' 相) のマルテンサイト(martensite)に変質し磁性が発現する。これをマルテンサイト転移(martensite transformation)という。マルテンサイト転移はオーステナイト相の化学自由エネルギーがマルテンサイト相の化学自由エネルギーより大きく、かつ抵抗に打ち勝つほどの駆動力が得られたときに起こる。冷却によってマルテンサイト転移が始まる温度を M_s 点と表記する。冷却によらずに M_s 点以上でも、加工によって室温で転移が生じる場合がある。これを加工誘起マルテンサイト転移(deformation induced martensitic transformation)と呼ぶ[27]-[30] (図 3-9)。こうした性質から、変質を起こさない SUS305 のような安定オーステナイトに対して SUS301、SUS304 は準安定オーステナイトとも呼ばれる。このような準安定オーステナイト金属では、磁化した試料に超音波を照射し磁気モーメントを振動させ、その時の磁束密度変化をアンテナで検出することにより脆化検査をする試みが報告されている[31]。

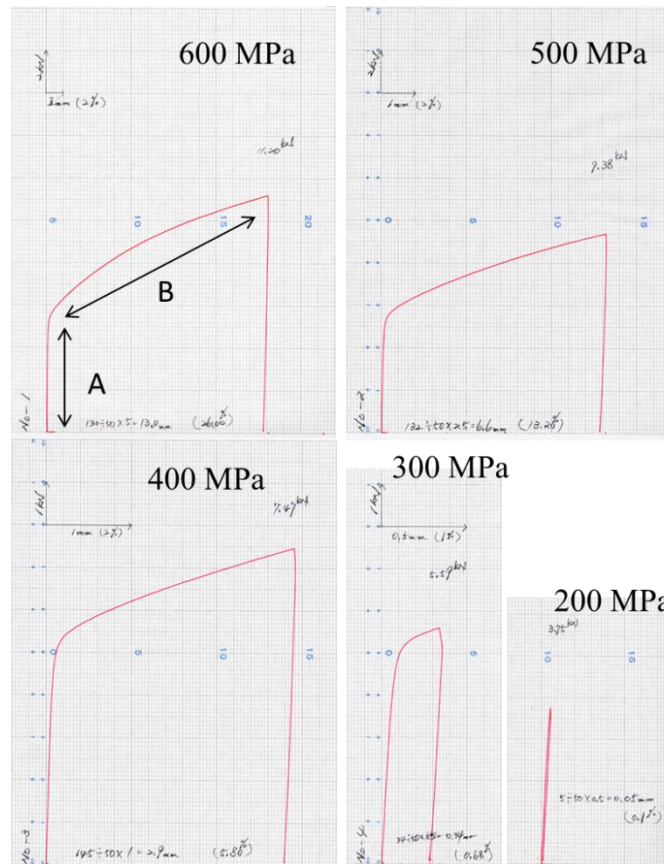


図 3-11 引張り応力と伸びの関係。

3. 3. 1 実験準備

引張り試験機により、事前に圧力 0, 200, 300, 400, 500, 600 MPa を印加した厚さ約 1.9 mm の 6 枚の試料片（図 3-8、写真 1）を準備した。この試料片について、残留磁化による漏洩磁場をホールセンサにより測定した。また、この試料片に対して行った ASEM 法の概念図を図 3-10 に示す。また、引張り試験機実験における試料への荷重印加と試料の伸びの関係を図 3-11 に示す。

試料にかかる力は電圧として変換され、デジタルマルチメータで観測する。実験の前に、力と電圧の変換係数を測定しておく。試料にかかる力を試料の断面積で除することで引張り応力を求める。厳密には試料は応力印加につれて断面積が減少するが、その補正は小さいので無視する（試験前の断面積約 19 mm²一定とする）。断面積の変化を考慮した応力を真応力(true stress)、便宜上の厚み変化を無視して評価した応力を公称応力(nominal stress)と呼び、真応力 σ_t 、公称応力 σ_n としたとき次のように表される。

$$\sigma_t = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_n = \frac{F}{S_0}$$

ここで、 F は引張り試験片にかかる力（荷重）、 S は引張り試験片の断面積、 S_0 は引張り試験片の初期断面積を表す。図 3-11 の 600 MPa のグラフの A の領域は弾性領域を、B の領域は塑性領域を表す。残留磁化を測定する前に、試料を 1 T 程度の永久磁石により約 10 s ほど励磁し、ASEM 応答を測定した。漏洩磁場測定にはホールセンサ(ホール素子に SANYO SHS 371 を使用)が用いられた。試料を励磁させる方向、ASEM 応答を受信するアンテナの磁場検出方向、およびホールセンサの磁場検出方向は、すべて試料表面に対して垂直方向である。

次に引張り試験と同時に ASEM 計測を行った。図 3-12 に引張り実験模式図を示す。引張り試験機（島津製作所 オートグラフ DSS-10TS）に SUS304 試験片（写真 2）をはさみ、非水浸プローブ法を用いた超音波媒体プローブを試験片表面に付着させる。トランスデューサとして PVDF が使用された。超音波媒体プローブの反対側の面にアンテナが設置されている。受信した信号はプリアンプとパルサ・レシーバ内のアンプで増幅しデジタイザーで波形取得される。

試料が強磁性体になったときのみ、つまりマルテンサイトに変化したときのみ ASEM 応答が得られるはずである。プローブにはネオジウム磁石を取り付けたがこれは試料の磁気モーメントの方向を揃え、より大きな信号を得るためである。初期実験から、アンテナ



写真 2 SUS304 試験片（実験後）。

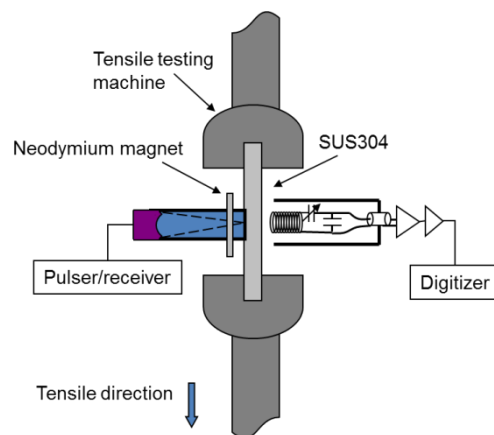


図 3-12 引張りと ASEM 応答計測の同時試験の概略図。

を磁力線が入る向きに配置した方が、信号が大きいとわかったので、本実験も板の面に垂直方向に磁化させて、その磁力線が入る向きにアンテナ配置して実験した。ノイズを

小さくするためにアース線の片側を引張り試験機上部に、もう片側を全ての電子機器の電源コードとつながった電源タップに接続した。エコー信号を 10 dB 増幅、ASEM 信号を 50 dB 増幅した。コイルアンテナの共振周波数が 9.55 MHz、Q 値は 60-70 程度であった。測定手順は、(1) パルス繰り返し周波数を 1000 Hz でエコー信号を 5 秒間積算 (5 千回積算)、(2) 次に ASEM 信号を 10 秒間 (1 万回積算) 積算する、である。このひとつの手順を 1 測定点と呼ぶことにする。

まず、各測定点で引張りをやめて定常状態にしてから ASEM 積算強度の測定を行った。次に、引張り速度 0.5 mm/min で一定に伸ばしていった際の ASEM 積算強度の測定を行った。引張り速度が上昇すると発生するマルテンサイト量が低下することがわかっている[32]。これは引張り速度が大きいと試片温度が上昇するためであると考えられている

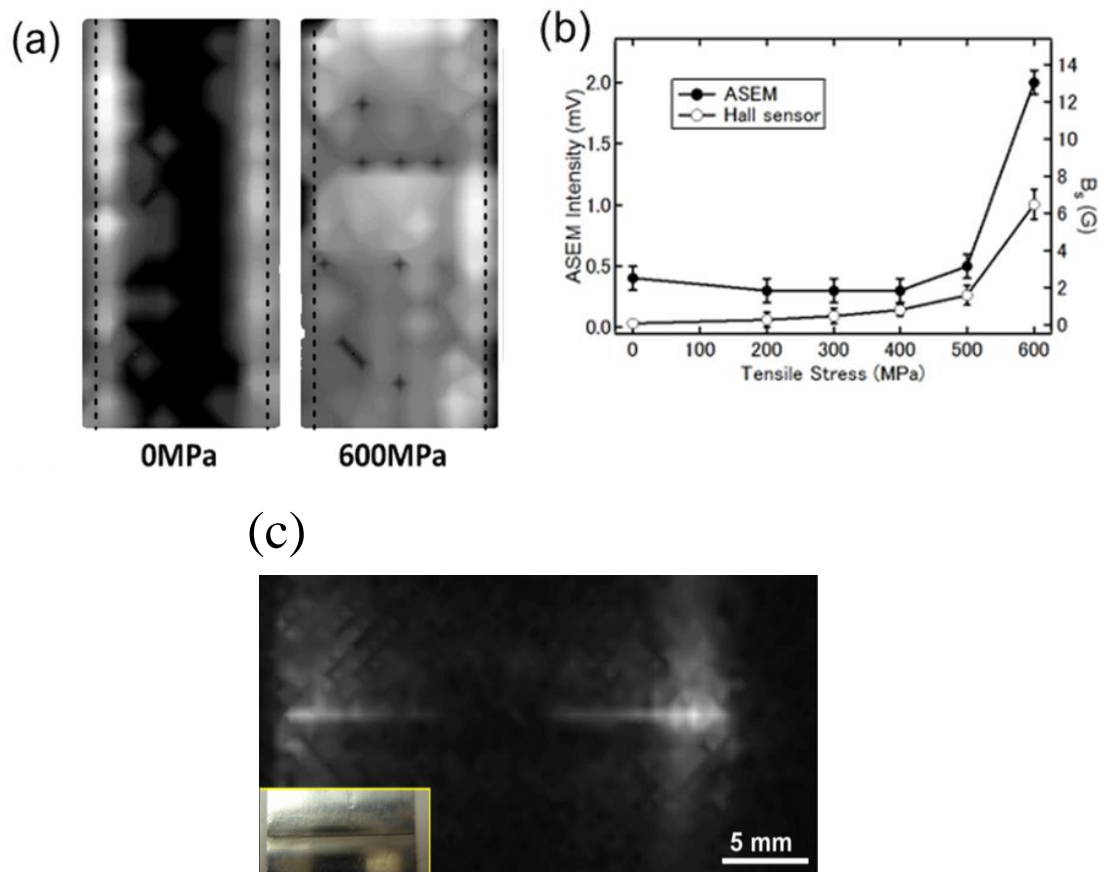


図 3-13(a)オーステナイト系ステンレス鋼の塑性変形前(左)と後(右)ASEM 画像。(b)ASEM 強度と表面磁化 B_s の相関。矢印は文献 11 に報告されている応力の閾値 $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ を示している。(c) 中心部分を折り曲げたオーステナイト系ステンレス合金の 2 次元画像。挿入図はサンプル写真。

[33]。従って本実験ではなるべく多くの加工誘起マルテンサイトを得るため、引張速度の値を小さくした。

3.3.2 実験結果

図 3-13 に、引張り応力を印加した試料に対して ASEM 信号強度と表面磁化を測定した結果を示す。ここで、図 3-13(a)は、応力 0MPa と 600MPa における ASEM 応答の空間画像である。無負荷試料では(図 3-13(a)左)、ASEM 信号は試料端のみに現れている。これは加工時に生じた応力により、試料側端部においてマルテンサイト転移が無負荷試料でも引き起こされていることを示唆している。一方、応力 600 MPa を印加した試料においては、ASEM 信号強度は試料全面において観測されている(図 3-13(a)右)。このことから、ASEM 信号強度により、マルテンサイト転移により強磁性発現したことを強く示唆している。そこで、我々はホールセンサを用いて試料中心部の漏洩磁場（板表面に垂直成分）を測定した。図 3-13(b)に示すように、応力 500 MPa 以上を印加した試料に対して明らかに漏洩磁場値が大きい。このことから、ASEM 信号の増大はマルテンサイト転移による強磁性発現によるものと結論づけられる。ここで、600 MPa の ASEM 信号の S/N は約 10 であり、各測定データの積算時間が 2000 s である。積算時間を有効バンド幅とみなすと、ASEM 測定による漏洩磁場値に換算した有効検出感度は、約 $6 \text{ G}/\sqrt{\text{Hz}}$ と見積もられる。

図 3-13(c)に、SUS304 ($24 \times 59 \times 1 \text{ mm}$) 試料片を人為的に折り曲げて元に戻した後のイメージングを示す。ここで、測定前に 0.3 T の磁場を印加した。切断部分で生じるマルテンサイト転移だけでなく、サンプルの折り曲げ部分でも磁化が発生し、マルテンサイト転移が生じていることがわかる。このようにオーステナイト系ステンレスの応力履歴や残留応力等によって生じるマルテンサイト部位（塑性変形した部分）を ASEM 法の磁気イメージングを通して観測することが可能である。

次に、引張り試験機におけるマルテンサイト転移のその場観察についての実験を報告する。図 3-14 は定常状態試験における各引張り応力のエコー信号波形と ASEM 信号波形グラフである。図 3-15 は一定引張り試験における各引張り応力のエコー信号波形と ASEM 信号波形グラフである。

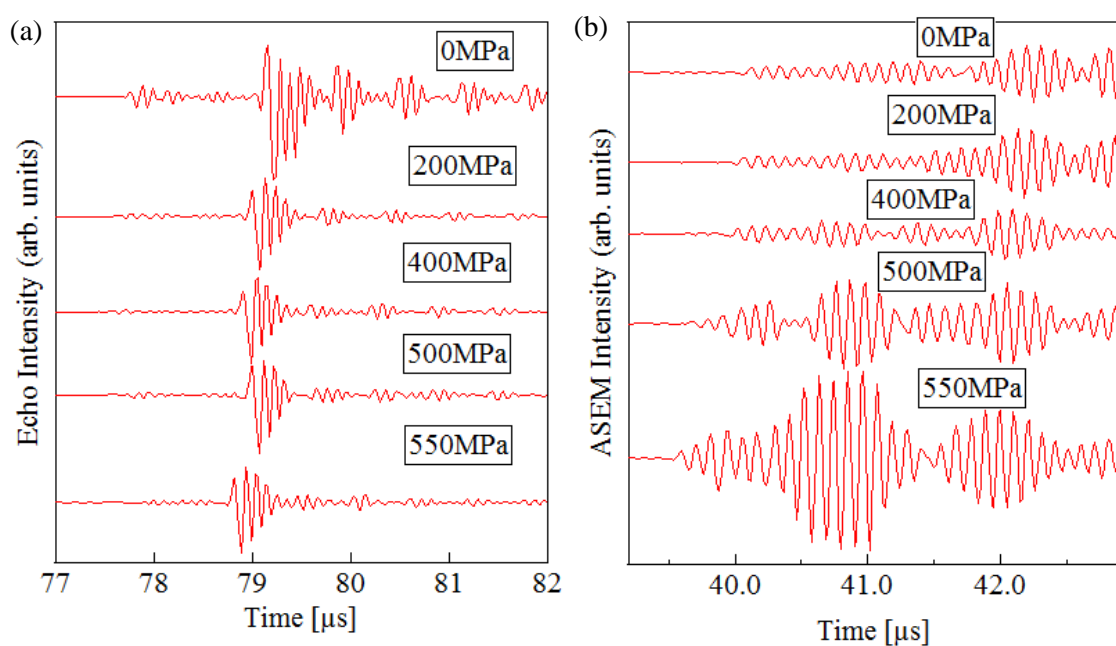


図 3-14 (a) 各引張り応力におけるエコー信号波形（定常状態測定）。(b) 各引張り応力における ASEM 信号波形（定常状態測定）。

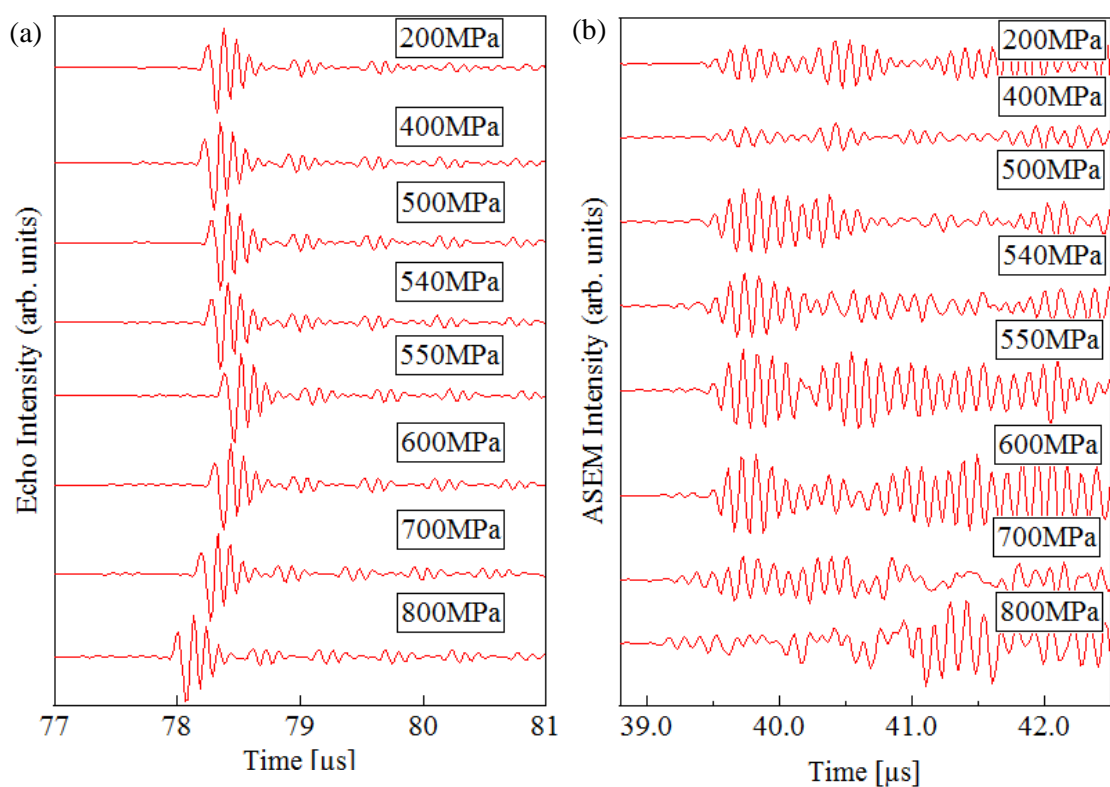


図 3-15 (a)各引張り応力におけるエコー信号波形（一定引張り測定）。(b) 各引張り応力における ASEM 信号波形（一定引張り測定）。

まず、エコー信号について説明する。図 3-14(a)の $79 \mu\text{s}$ 付近、あるいは図 3-15 の $78 \mu\text{s}$ 過ぎの強い信号が最初に試料にあたって反射してきた信号（第 1 エコー信号とよぶ。）である。その後の断続的な少し強い信号が試料の裏面にまで届いてから反射してきた信号、または試料内で反射を繰り返して戻ってきた信号（第 2,3…エコー信号とよぶ。）である。第 1 エコー信号より前にある信号は超音波媒体プローブの試料に接するポリマーフィルム、あるいは試料とポリマーフィルムの間に塗布した超音波検査用ジェルの反射波である。接着状態が悪いと図 3-14(a)の 0 MPa の波形のように第 1 エコー信号より前に不要な信号が測定される。トランスデューサと試料の距離が極端に変わったり、間に空気などの異物が混入したりしない限り、第 1 エコー信号の強度はほぼ変化がないことが確認される。

ASEM 信号は音波の往復時間、つまりエコー信号の到達時間の半分の時間 $t_{echo}/2$ から発生し始める。図 3-14(b)に示すように、応力が増すにつれて、ASEM 信号強度が大きくなることがわかる。一方、図 3-15 では、応力による傾向は判断できない。図 3-16 に外部応力 σ_{ext} に対する ASEM 積算強度 $|\bar{V}_{sig}|$ の関係を示す。ASEM 積算強度 $|\bar{V}_{sig}|$ は

$$|\bar{V}_{sig}| = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{echo}}^{\frac{t_{echo}}{2} - \Delta t} |V_{sig}(t)| dt$$

と表せられる。ここで、積算時間 Δt は、音波が試料に到達してから裏面に至るまでの到達時間 $0.3 \mu\text{s}$ に設定されている。実際の測定プログラミングでは、デジタイザーのサンプリングレート 60 MHz （サンプリングポイント間隔 $16.7 \times 10^{-9} [\text{s}]$ ）から、約 18 点のサンプリングポイントに対して信号電圧値の和を取っている。応力 0 MPa 付近での ASEM 積算強度はノイズが積分された値に相当し、応力印加していない状態ではほぼマルテンサイト転移部分はないといつてよい。

静的測定（図 3-16 白抜き四角）では、各実験点で応力が安定するまで待って測定した。この結果は図 3-14 の結果の傾向と一致している。この臨界応力 $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ は過去の報告（図 3-17⁵[35]）とも一致している。一方、連続的に速度 0.5 mm/min で引っ張

⁵ $1 [\text{EMU/g}] = 1 [\text{A} \cdot \text{m}^2/\text{kg}] = 1 [\text{J}/\text{T} \cdot \text{kg}]$ (SI 単位系) であり、SI 単位系の磁化に換算するには試料の密度 ρ 、真空の透磁率 μ_0 をかければよい。[37]

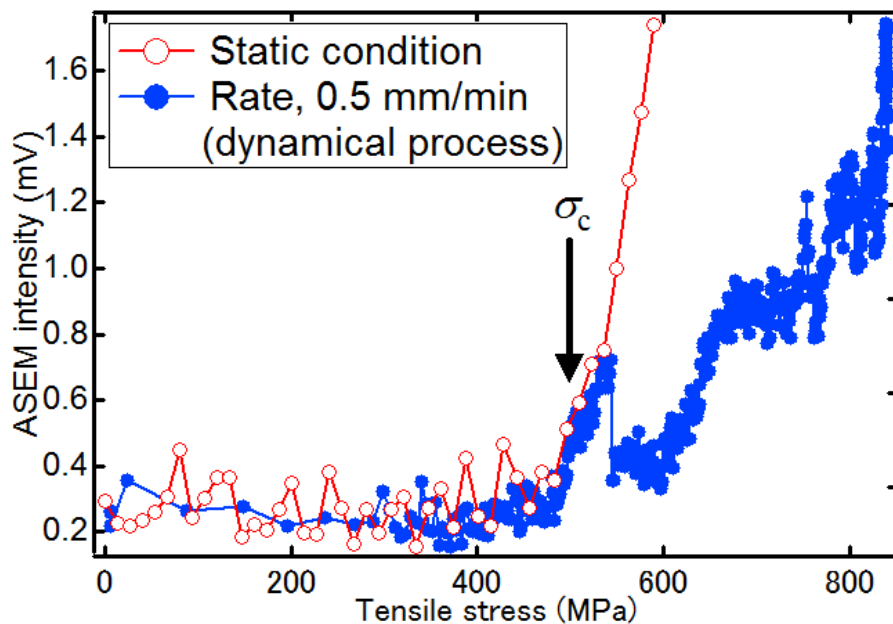


図 3-16 引張り試験過程におけるマルテンサイト変態のその場観察。試料は引張り試験機に取り付けられ、音響媒質による超音波プローブと接触している。測定中、磁場は永久磁石によって印加されている。ループアンテナは d3m を通して誘起された RF 磁場が検出されるように配置されている（永久磁石の測定におけるアンテナ IV に対応）。白丸と黒丸は、静的条件下と一定の引張り速度（0.5 mm/min）での動的条件下での測定結果をそれぞれ示す。

る動的測定（図 3-16 黒丸）においても、500 MPa あたりで ASEM 信号強度の増大が観測された。ただし、興味深いことに、 $\sigma'_c = 550$ MPa 付近で極値を迎え、急激に減少し、その後再び増加していく。同時に測定していたエコー信号ではその異常は特に見られない。この 550 MPa の異常なピークの起源について考察で以下の二つの解釈を考える。

3.3.3 議論

図 3-16 の連続引張り試験における 550 MPa の異常なピークの起源について、以下の二つの解釈を試みた。ひとつめの解釈は、「引張り過程において試料の厚みは変化するが、試料板がたまたま 550 MPa 近傍で機械共振条件を伴う厚みになったから」というものである。そこで同時測定したエコーの結果から、試料板の厚みを推定する。厚みは、試料表面に反射した第 1 エコー波形と内部に透過し裏面に反射した第 2 エコー波形の時間の差（図 3-17(b)の Δt ）に SUS304 の縦波音速をかけ往復の分の 2 で割ることで求められる。その値を各応力でプロットした結果が図 3-18(a)である。

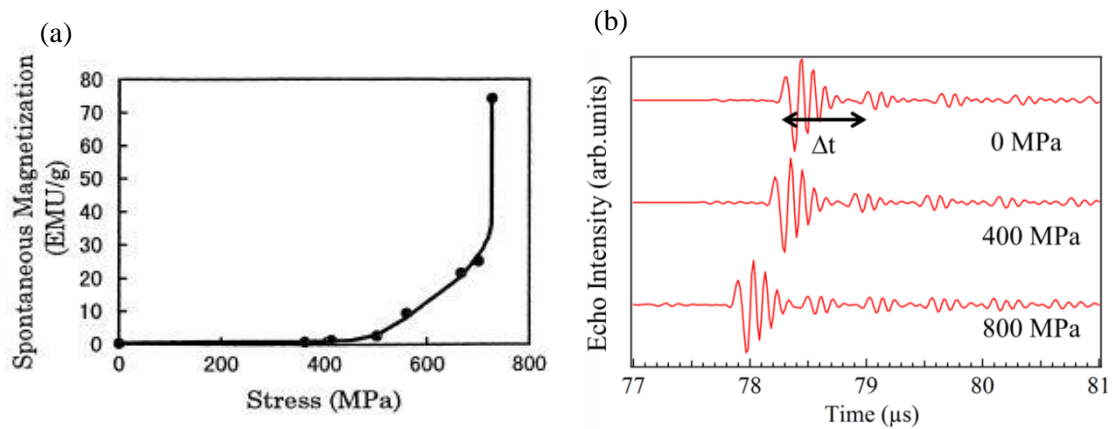


図 3-17 (a) SUS304 の自発磁化と引張り応力の関係。 (b) 応力変化におけるエコー信号波

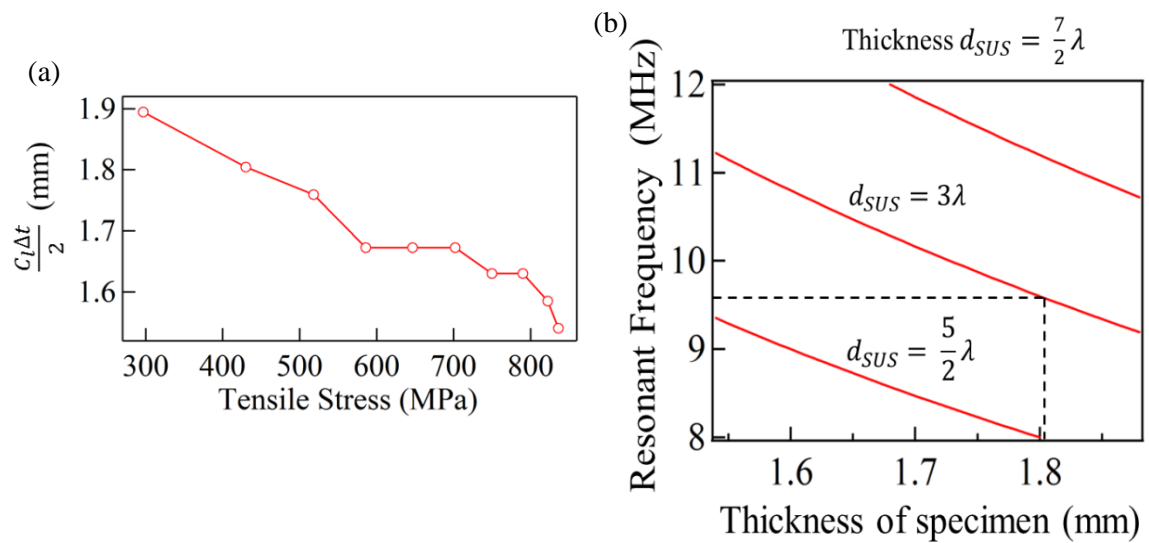


図 3-18 (a) 印加応力と予想される試料の厚さの関係。 (b) 厚さと機械共振周波数の関係。

縦軸が推定の厚さ $\frac{c_l \Delta t}{2}$ 、横軸が引張り応力を示す。ほぼ線形的に応力とともに厚さが小さくなっていることがわかる。推定の厚さが同じ部分はデジタイザーのサンプリングレート不足に起因している。推定厚さに対して機械共振周波数を計算した結果を図 3-18(b)に示す。応力 550 MPa のときは厚みが約 1.75 mm であるから、縦波による機械共振条件 $d_{SUS} = 3\lambda$ に近い条件となっている。ただし、次の疑問が生じる。(1) 静的測定においても機械共振条件に至る領域があるはずだが、このようなピーク構造は観測されていない、(2) 応力 550 MPa までは静的測定と動的測定がほぼ同じ測定値を示して

いるが、動的測定値は $\sigma_{ext} > 550 \text{ MPa}$ において急激に減少している。単純な厚み共振がこのような非対称で急激な振る舞いをする急峻なスペクトル特性であるとは考え難く、機械共振に帰する解釈には無理があると結論付けた。

もうひとつのより自然な解釈は、「塑性変形転移に伴う内部応力の突然の減少効果」である。弾性領域では、応力の釣り合いは動的測定においても成立しているだろう。つまり、印加応力と内部応力が等しい ($\sigma_{ext} \approx \sigma_{int}$)。したがって、動的測定の振る舞いは静的測定の振る舞いとほぼ等しいと考えられる。これは、図 3-16 の $\sigma < \sigma_c$ の実験データにより支持されている。しかしながら、塑性領域では、動的測定において応力釣り合いが必ずしも要求されない。たとえば、強磁性マルテンサイト相のドメイン（塑性変形領域）が引張り方向に垂直な試料断面を横切るように広がったとき、内部応力は開放されるに違いないだろう（図 3-19(a)）。その概念図を図 3-19(b)に示す。応力 $\sigma_c < \sigma < \sigma'_c$ の領域ではマルテンサイト相の微小ドメインが形成される。しかしながら、 $\sigma \approx \sigma'_c$ でマルテンサイトのドメインが試料断面に沿って拡張されると、このとき内部応力が瞬間的に減少するだろう。ASEM 信号強度 \propto 磁化 $\propto \sigma_{int}$ と仮定すると、この内部応力の減少は動的過程における ASEM 信号強度の減少の十分な理由となる。また、この解釈は、静的測定においてこの異常なピークが観測されないこと、ASEM 信号強度の急激な減少を説明する。このことから、ASEM 信号強度の急激な減少はステンレス鋼板の断面を横切る塑性変形オンセットに対応していると考えてよいだろう。

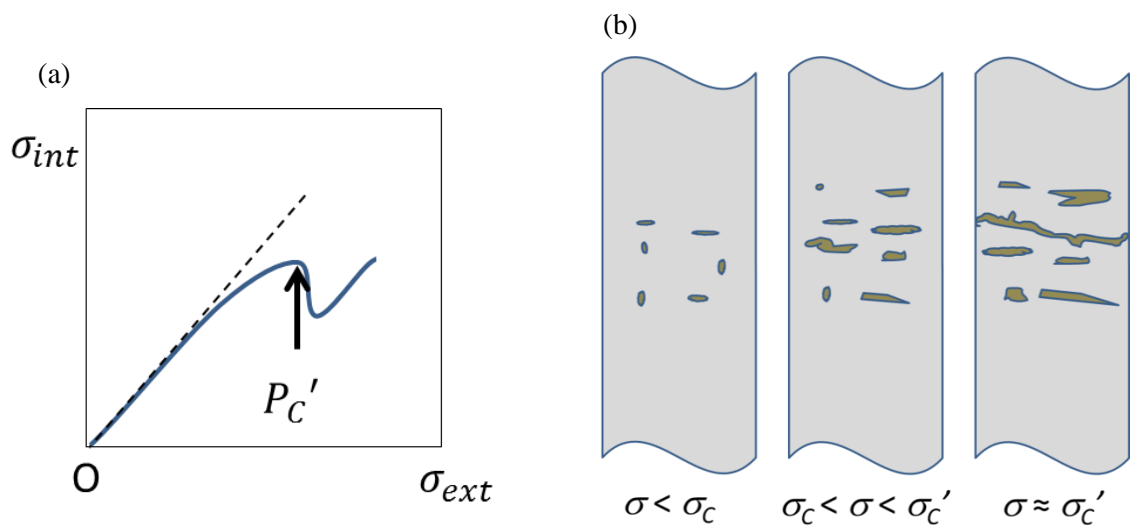


図 3-19 (a) 外部応力と内部応力の関係 (b) マルテンサイト転移の模式図。

第4章 ASEM 応答の磁気ヒステリシスとその応用

4.1 ASEM 応答の磁気ヒステリシス

すべての強磁性材料は磁場 H による磁束密度 B の変化として磁気ヒステリシスを示す。例として、図 4-1 に今回実験で用いた鉄鋼材のヒステリシスを示す。そのヒステリシス特性（保持力 H_c 、飽和磁化、残留磁化、透磁率、バルクハウゼンノイズなど）は応力、歪、グレインサイズ、温度処理に対して敏感である。ヒステリシス測定は磁気特性に関わる独立なパラメータを複数得ることができるので、物性評価のみならず、応力センサーや非破壊検査に広く利用されてきた[39]。これまで我々は超音波検査による磁気イメージングの実演に成功してきたが、磁気ヒステリシス特性と ASEM 応答との関連性を明らかにすることは実用上、極めて重要と思われる。ここでは、ASEM 応答における磁気ヒステリシス曲線を示し、それを鉄鋼材の欠陥検知に応用した。

4.1.1 磁気ヒステリシスにおける ASEM 応答の考察

応力場における磁気ヒステリシスの記述を完成するためには、磁場 H 、磁束密度 B および応力 T の間にある本質的な関係を含めなければならない。外部磁場 $H \neq 0$ の場合、磁束密度 B は磁場 H と応力 T の非線形な関数 $F(H, T)$ として表され、それは真空中の磁束密度 $\mu_0 H$ と物質内の磁束密度 $\mu_0 M(H, T)$ の和として書くことができるだろう。つまり、

$$B = F(H, T) = \mu_0 \{H + M(H, T)\} \quad (4.1)$$

と表され、図 4-1 に示すようにヒステリシス現象を示す磁化 $M(H, T)$ は H と T の一価関数ではない。また、磁化の磁場依存性を示す関数形が、印加応力により変化することが

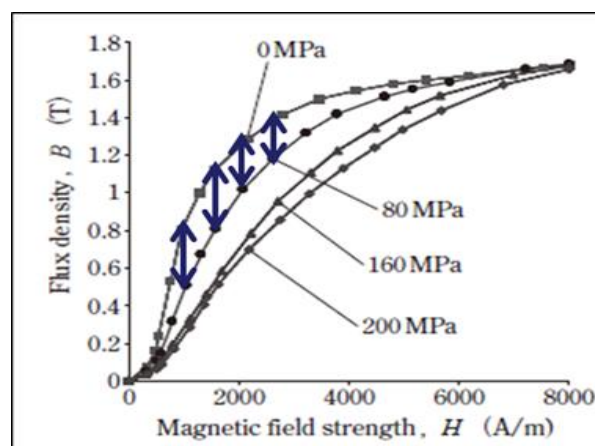


図 4-1 SS400 鋼における磁化曲線[38]。

わかる。磁化の応力依存性を示す関数形も同様に、印加磁場により変化する。第2章で導出した基本方程式(2.27)において、 B は T と H に対してそれぞれ独立な線形応答として表せることを示したが、この $\mathbf{M}(\mathbf{H}, \mathbf{T})$ を用いて圧電定数 d_{mi} および透磁率 μ_{mk} を $i = 1 \dots 6$, $m, k = 1 \dots 3$ [16]として書き表すと、

$$\begin{aligned} d_{mi} &= \left(\frac{\partial B_m}{\partial T_i} \right)_H = \mu_0 \left(\frac{\partial M_m}{\partial T_i} \right)_H \\ \mu_{mk} &= \left(\frac{\partial B_m}{\partial H_k} \right)_T = \mu_0 \left(1 + \frac{\partial M_m}{\partial H_k} \right)_H \end{aligned} \quad (4.2)$$

となる。ここで、圧力 $T_i(t)$ が音波により与えられると、物質内における磁束密度 \mathbf{B} は次のような関係式により時間変調される：

$$\frac{dB_m}{dt} = \mu_0 \left(\frac{\partial M_m(H_m, T_i)}{\partial T_i} \right)_H \frac{dT_i}{dt} = d_{mi}(H) \frac{dT_i}{dt}. \quad (4.3)$$

第2章で議論したように、ASEM法では、周辺環境に放射されたラジオ周波数（RF）帯の交流磁場の近接場成分を検出している。ここで注目すべき点は、ASEM応答は強磁性体に内在する本質的な磁束から生じるており、試料表面から空气中に漏れてきた漏洩磁束を検知しているのではないことである。つまり、ASEM法では、非破壊検査における標準的な漏洩磁束法とは異なる物理量を見ていることに注意すべきである。したがって、試料の形状に強く依存する反磁場補正がASEM法では要求されないのである。

もし、 \mathbf{H}, \mathbf{B} および \mathbf{M} が強磁性体の磁化方向(3軸とする)に平行な軸ベクトルであるなら、多結晶試料に対して非ゼロ圧磁係数は $d_{31} = d_{32}$ と d_{33} に制限されるだろう。縦波超音波の波数ベクトル \mathbf{k} が3軸に直交した1軸とすると、アンテナコイルにより検出されるASEM信号電圧は

$$V_{sig} \propto -\frac{1}{2\pi r^3} d_{31}(H) \dot{T}(t) \quad (4.4)$$

と表される。ここで、 r は局所的に時間変調された磁化領域と観測点との距離である。その結果、信号強度の磁場依存性は圧磁係数 $d_{31}(H) = \left(\frac{\partial B_3}{\partial T_1} \right)_H$ の磁場依存性として考えてよいだろう。図4-1に示す圧力下の磁化曲線の結果は、10 kPa程度の音圧よりもはるかに大きな静圧力下において測定されているが、磁化の音圧に対する敏感性は磁化の発展過渡領域で大きいことがわかる。したがって、ASEM信号強度は磁化の発展過渡領域で最大を示すことが推測される。

4. 1. 2 実験セットアップ

図 4-2(a)に実験装置概要を示す。2. 3 節に示したプローブ法と同様のシステムである。アンテナの方向は磁力線と平行である時に信号強度が最大になることが 3. 1 節において明らかにされたため、印加磁場と並行に配置した。磁場は電磁石によって印加され、電磁石とサンプルは磁気回路として閉回路になっている。この実験セットアップにおいて

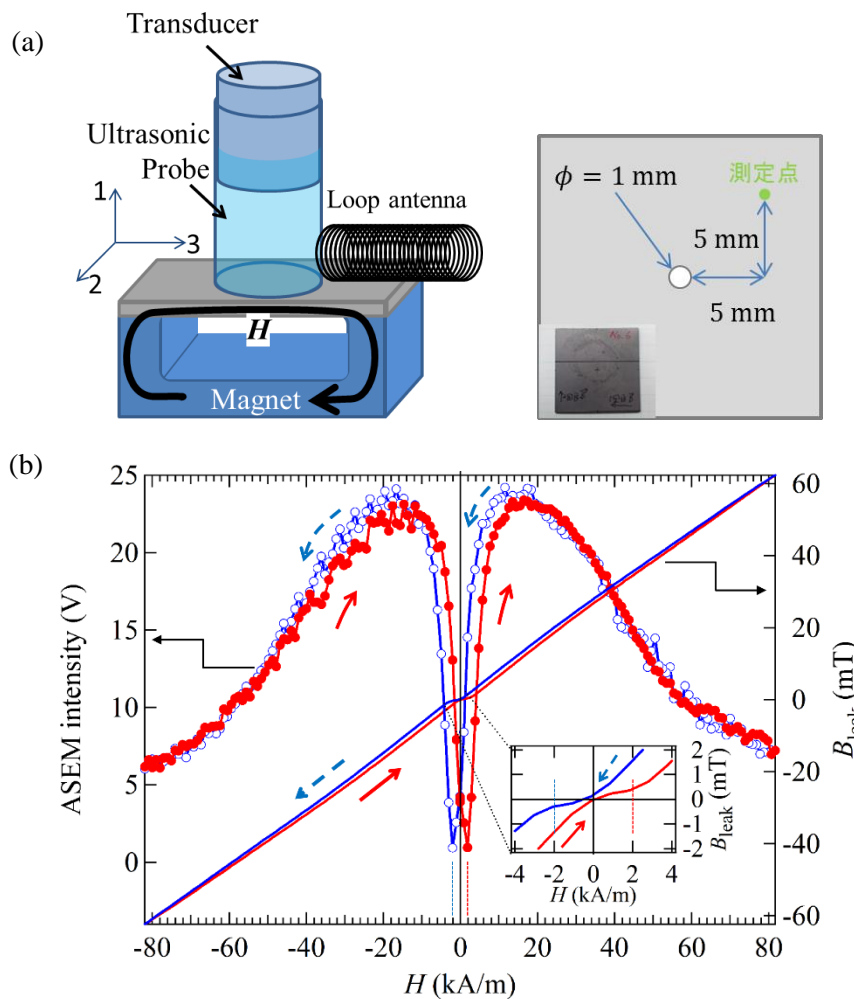


図 4-2 (a) 実験セットアップ概略図。右図は測定試料を示す。(b) ASEM 信号強度と漏洩磁場の磁気ヒステリシスループ。赤塗り丸 (●) と白抜き青丸 (○) 印は、上昇磁場および下降磁場に対する ASEM 信号強度をそれぞれ示す。赤と青の実線は、上昇磁場と下降磁場に対する漏洩磁場 B_{leak} をそれぞれ示す。また、実線矢印 (赤) と破線矢印 (青) はそれぞれ磁場の上昇、下降磁場過程を示している。挿入図は、低磁場近傍で漏洩磁場の振る舞いを拡大した図である。鋼材が $|H| = H_c \approx 2.0 \text{ kA/m}$ (点線によって示されている) で消磁されることを示している。漏洩磁場で測定される保磁力は ASEM 信号強度が最小値をとる磁場の値に対応する。

て、縦波音波の波数ベクトルは1軸方向とし、磁場の向き（磁化の向き）は3軸方向とする。試料はサイズ $50 \times 50 \times 0.8$ mm の鋼材板（JIS G 3101 SS400）である。後述する欠陥検知の実演のために、試料中心付近に直径 $\phi = 1$ mm の貫通穴がある。本実験はこの貫通穴の影響を受けない位置（図 4-2(a)右図の測定点）に対して行った。ASEM 信号強度は以下の式で表され、

$$|\bar{V}_{sig}| = \frac{1}{\Delta t} \int_{\frac{t_{echo}}{2}}^{\frac{t_{echo}}{2} - \Delta t} |V_{sig}(t)| dt \propto |d_{31}(H)| \quad (4.5)$$

本実験では積分時間 Δt を 500 ns に設定した。また、磁場の印加により試料が電磁石に引き寄せられるため、振動子-試料間の距離が変わってしまう。そのため、本実験ではエコーの遅延時間を解析することにより、距離の補正をプログラムにより自動化している。

4. 1. 3 実験結果

図 4-2(b)に漏洩磁場と ASEM 応答に関するヒステリシス測定の結果を示す。右軸に対応する漏洩磁束を見ると（挿入図参照）、磁場約 ± 2 kA/m において変曲点が存在していることがわかる。漏洩磁場計測においては検出するセンサーは印加磁場と試料からの漏洩磁束の影響をともに受ける。そのため、残留磁化からの消磁過程では印加磁場と内部磁化が逆方向を向いている。つまり、消磁過程では漏洩磁束と印加磁場が打ち消しあうため、センサーで検出される磁場の増加は緩やかであることが予想される。一方で、内部磁化が印加磁場と同じ方向を向いている磁化過程ではセンサーで検出される磁場は消磁過程に比べて急激に増加することが予想される。つまり、漏洩磁場計測においては変曲点が保磁力 H_c に対応していることがわかる。一方、左軸に示す ASEM 信号強度については、約 ± 2 kA/m で鋭い最小値が観測され、保磁力が顕著に測定できることが示唆される。さらに磁場の絶対値を大きくすると、ASEM 信号が急峻に増加し、大きさ約 15 kA/m の磁場で最大値を取る。さらに印加磁場を増大すると、ASEM 信号強度は緩やかに減少する。磁場の上昇・下降過程の両方においてこれらの傾向は確認される。また、磁化の発展領域である $2 \text{ kA/m} < H < 15 \text{ kA/m}$ において、磁場の下降過程の方が信号が大きい。これは、通常の磁化ヒステリシスと同様、磁区のピン止めによって生じる残留磁化の寄与が考えられるだろう。ASEM 応答のヒステリシス特性は、前述したように圧磁係数のヒステリシス特性に帰することができる。その物理的描像については後ほど議

論するが、まずは測定データのより詳細な分析結果を次節で説明する。

4.1.4 解析

鋼材の磁化曲線（図 4-1）を見ると、磁化の圧力依存性の大きな領域は必ずしも微分透磁率の大きな領域ではなく、やや高磁場側であることを示唆している。言い換えると、磁化の飽和領域よりやや低磁場側が最も圧力依存性が顕著な条件である。ASEM 応答は音圧による磁化変調の結果生じる電磁信号であるから、磁化曲線の圧力依存性とおおよそ対応しているはずであろう。たとえば、ASEM 応答の最大値を示す磁場領域はおおよそ磁化曲線の圧力依存性が最大となる領域と一致しているだろう。ここではまず、漏洩磁場と ASEM 信号強度データを解析することにより、上記予想について吟味する。

図 4-3 に漏洩磁場と ASEM 信号強度のデータをそれぞれ印加磁場に対して微分したものである。低磁場では、鋼材内部の磁束密度（磁化）と鋼材から漏洩した磁場がほぼ比例関係にあると仮定すると、漏洩磁場の印加磁場に対する微分値は微分透磁率に対応しているだろう。図 4-3 の赤丸データは、漏洩磁場から求めた微分透磁率である。約 10 kA/m の磁場で ASEM 信号強度が最大値を示す振る舞いに対して、微分透磁率が最大を示す磁場は約 4 kA/m であった。微分透磁率がほぼ一定となる領域において、ASEM 信号強度が最大値を示している。これらの結果は、図 4-1 で示されたような鋼材の磁化曲線の圧力依存性と矛盾しないことがわかる。

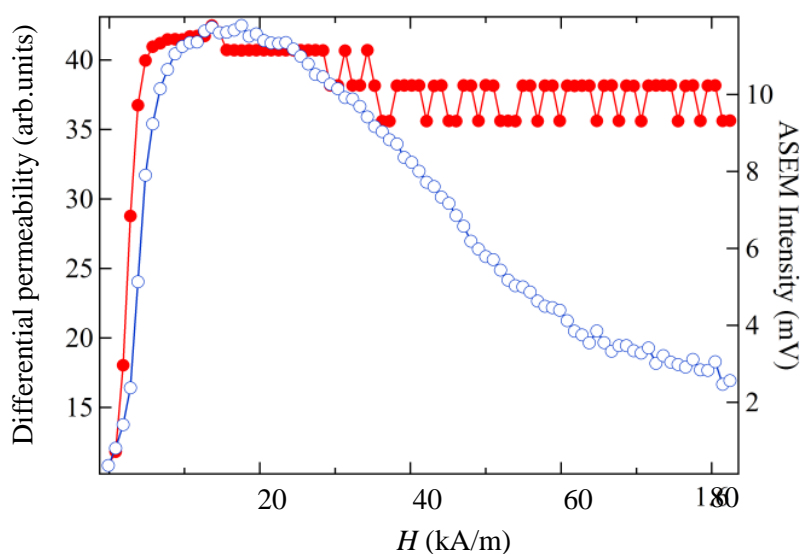


図 4-3 初期磁化過程における ASEM 信号強度と漏れ磁束密度の微分値（微分透磁率）の比較。赤は漏れ磁束密度の微分値、青は ASEM 信号強度を示している。

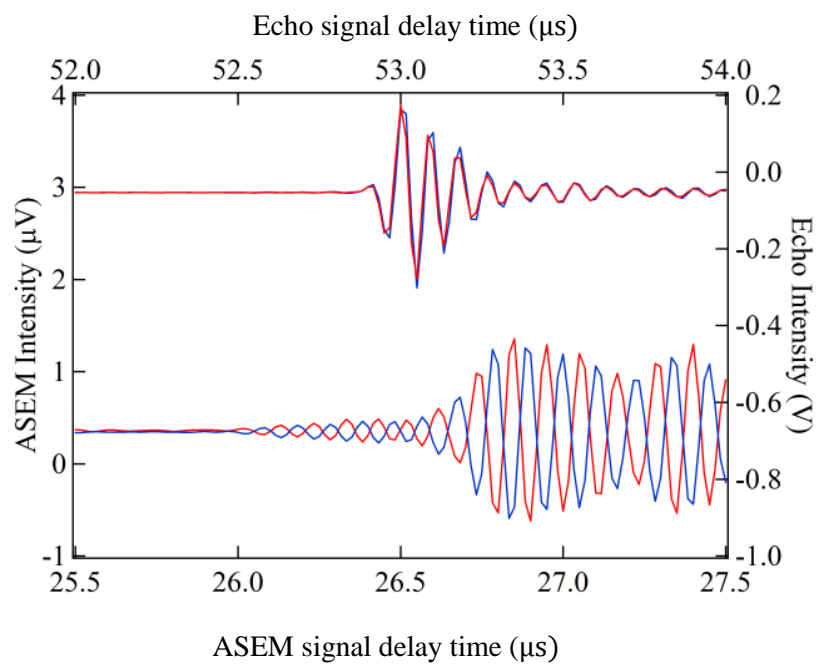


図 4-4 ASEM 信号のピーク近傍での実時間波形。上と下のデータはそれぞれエコー信号波形と ASEM 信号波形を示す。赤線と青線はそれぞれ磁場の正負に対応している。

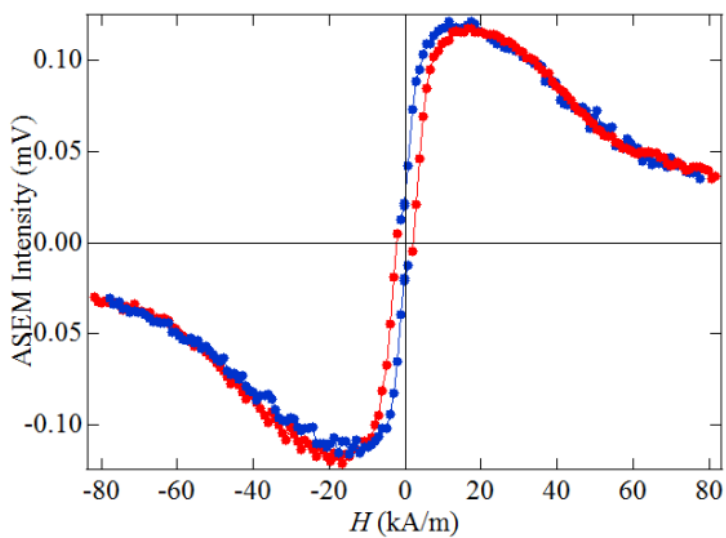


図 4-5 マイナス位相の波形の積分値にマイナスをつけ、再度プロットした ASEM 信号強度。

次に、ASEM 応答により、磁化の向きを決定できるかどうかを確かめた。磁場の印加方向を反転させると、ASEM 信号の実時間波形の位相が反転することが期待される。図 4-4 に磁場を反転させたときのエコー信号と ASEM 信号の実時間波形を示す。エコー信号の位相は変化しないが、ASEM 信号では見事に位相が反転することがわかった。そこで、印加磁場の向き（磁化の向き）が 3 軸に対して正負情報を含めた ASEM 信号強度をプロットすると図 4-5 のようになる。これは、intrinsic な磁性体内部の磁束密度（磁化）を検出していたため、周辺外部の磁場補正を必要としない ASEM 法特有の結果と考えられる。次に、図 4-4 における ASEM 信号の周波数スペクトルを図 4-6 に示す。スペクトルのピークが 7.6 MHz、8.9 MHz、11.5 MHz に確認される。アンテナの中心周波数が 8.9 MHz であるため、もっとも大きなピークはアンテナの中心周波数である k とがわかる。さらに、7.6 MHz と 11.5 MHz はそれぞれ、0.8 mm の鋼板の厚み共振における 1 波長と 3/4 波長に相当し、ASEM 信号におけるうねりはこの厚み共振によって引き起こされていることが予想される。また、アンテナのバンド幅は 200 kHz 以下であるにもかかわらず、厚み共振の信号を検出していることから、共振を利用した S/N の改善が見込まれる。また、共振周波数の解析による厚さの精密測定や音波入射面裏側の欠陥の深さ測定などにも応用が期待できる。

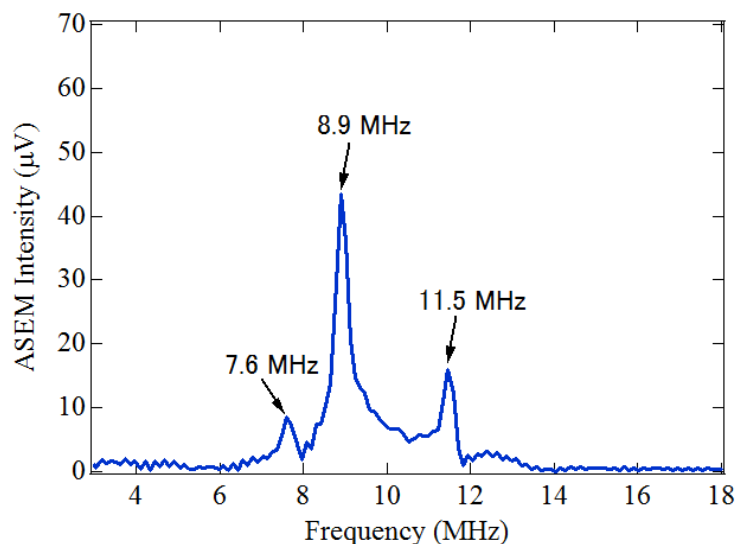


図 4-6 図 4-4 における ASEM 信号の周波数スペクトル

4. 1. 5 議論

圧磁係数の磁場依存性は、強磁性体における磁場と圧力の環境下における磁区構造の配列に起因している。そこで、磁区構造に関する自由エネルギーの競合という観点で圧磁係数の磁場依存性、つまり、ASEM 信号強度の磁場依存性について考察する。

強磁性体におけるギブスの自由エネルギー(Gibbs free energy)は

$$G = E_{ex} + E_D + E_\lambda + E_k + E_H \quad (4.6)$$

で表せる。ここで、 E_{ex} 、 E_D 、 E_λ 、 E_k 、および E_H はそれぞれ短距離相互作用エネルギー、磁気双極子相互作用エネルギー、磁気弾性エネルギー、磁性結晶異方性エネルギー、そしてゼーマンエネルギーを表す。本研究における測定対象は多結晶体が主であり、超音波の照射面積内では結晶軸はすべての向きが平均的に含まれているとして異方性は無視する。 E_D は隣接する磁気双極子とループ構造(磁力線が外に漏れにくい構造)をとった時にエネルギーが最少となる。 E_λ は磁区構造ができたときに試料内部に歪みが生まれるため、弾性エネルギーが蓄えられる。つまり、単磁区構造をとるときに最少となる。 E_H は印加された磁場の向きに試料内部の磁化がそろっている場合、つまりは単磁区構造においてエネルギーが最少となる。このように、 E_D 、 E_λ 、 E_H が競合する。例えば、 $H \rightarrow \infty$ の場合： $E_H \gg E_D, E_\lambda$ となるため、 E_H が最少となる状態、つまりは単磁区構造をとる。 $T \rightarrow \infty$ の場合： $E_\lambda \gg E_H, E_D$ となるため、 E_λ が最少となる状態、つまりは単磁区構造をとる。

上記議論に基づいて、ASEM 信号強度が磁化発展過程において大きくなる理由について考察する。磁化過程におけるギブスの自由エネルギーは(4.6)としてあらわされた。初期磁化過程の $H=0$ におけるエネルギーは E_D が支配的であることから、磁区構造はマクロに見た場合に磁化がゼロである状態、つまり磁区構造は完全に閉じた状態を保とうとする。そのため、応力による磁化の変化はほとんど現れず最小値を示す。次に、磁化が飽和に近い場合は E_H が支配的になるため、磁区構造は単磁区構造を維持しようとする。したがって印加磁場が大きくなるにつれて応力による E_λ の寄与が相対的に減少していき、応力による磁化の変化も減少していく。一方で、磁化過程においては E_D 、 E_λ 、 E_H が競合している。ここで、一度それぞれのエネルギーについて確認してみよう。まず E_D は巨視的な磁化における相互作用エネルギーであり、磁化が一様にそろおうと磁気エネルギーが増加するため、磁気エネルギーを減少させるために磁区構造はマルチドメイン構造

をとり、磁区構造の磁気回路としては完全に閉じた状態がエネルギーは最低を示す。次に E_λ については磁化が発生することによって発生する歪みによる弾性エネルギーを示しており、ミクロに見たときの磁化 $M=0$ のときに最少となるが、磁区構造が生じることで格子歪みが生じる。また、外部からの圧縮応力を緩和するために拡大する磁区は positive magnetostriction の場合は応力に垂直方向の磁区、negative magnetostriction の場合は平行方向の磁区であることから、磁区構造をとる場合でも平行な磁気モーメントを持つ磁区が多く存在する場合に E_λ が小さいことが予想される。磁化 $M=0$ のときのエネルギーを $E_{\lambda 0}$ 、磁区構造が生じた際のエネルギーを $E_{\lambda multi}$ 、平行磁区構造の場合のエネルギーを $E_{\lambda parallel}$ としたときに $E_{\lambda 0} < E_{\lambda multi} < E_{\lambda parallel}$ であることが予想される。そして、 E_H については磁気モーメントに磁場が印加されている場合、磁場に対して磁気モーメントが角度を持っている場合に回転させようとするエネルギーであるため、磁場に対して磁気モーメントが平行である時が最もエネルギーが低い。まず、磁化過程において応力がかかった場合 E_λ 、とりわけ $E_{\lambda parallel}$ を減少させようと磁区の再編が行われる。一方で、 E_D も最少であろうとするため $E_{\lambda parallel}$ と E_D の競合によって磁区構造が決まる。この時 E_H はバイアスとして考えられ、もともと存在する磁化は E_H と E_D の競合によって決まり、ここから音波が照射された際の応力による変化量は $E_{\lambda parallel}$ と E_D が E_H より大きいとき、つまりは磁化過程において最大となる。

4.2 欠陥周辺の磁束密度分布イメージング

前節において相対的な磁束密度を圧磁係数を通して ASEM 信号から検出できることを確認した。本節では、超音波走査による磁束密度イメージングについて記述する。特に、非破壊検査への応用を想定して、意図的に貫通穴を鋼材に加工し、穴の周辺を避ける磁力線分布を検知することを試みた。

4.2.1 実験セットアップ

図 4-7 に実験装置概要を示す。ASEM 測定は水を音波媒体としたプローブ法[12]で測定された。貫通穴(1mm ϕ)を加工した鋼材板試料(JIS G3101 SS400, サイズ: 50 x 50 x 0.8 mm)は、10 MHz トランスデューサー(直径 20mm)から約 40mm 離れた焦点領域に設置している。磁場は、前節と同様、電磁石を用いて試料長辺に沿った方向(3 軸)に対して印加されている。超音波の焦点(スポットサイズ: 約 0.8mm ϕ)は、ピックアップループアンテナ(共振周波数 8.9 MHz, 直径 10mm)と一体化された超音波振動子

によって試料全領域を走査する。アンテナ一体型の超音波振動子は、走査中に試料-観測点距離が一定に保たれるようにするためである。本実験で印加した磁場の大きさは 40 kA/m である。これは、前節の図 4-2 で得られたヒステリシス特性において ASEM 信号強度の最大値よりもやや高磁場側に相当し、外部磁場の増加に対して ASEM 信号強度が減少する（外部磁場に対して負の傾きを有している）領域である。

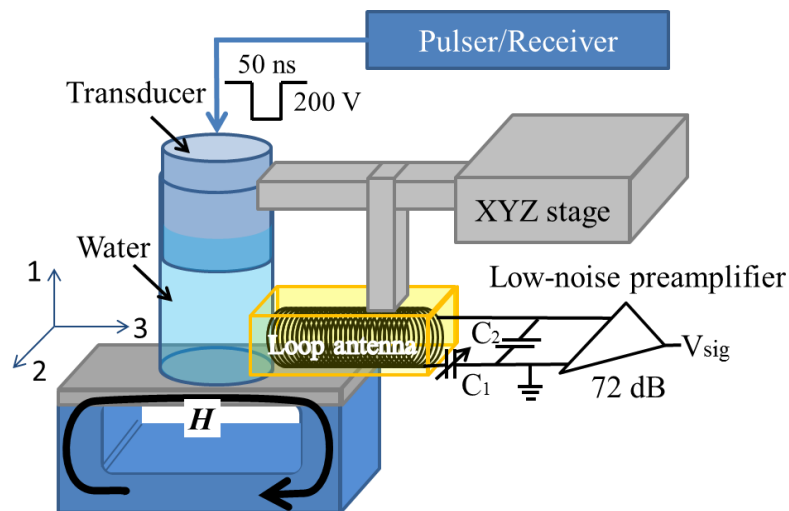


図 4-7 イメージング装置概略図。

4. 2. 2 実験結果および議論

まず、鋼板に欠陥がある場合の磁束密度分布の数値シミュレーションを図 4-8(a)に示す。円形欠陥の周りにおいて Q 領域では磁束密度が高く、P 領域では磁束密度が低いことが確認された。R 領域は穴の影響を受けないリファレンスとして用いる。P, Q, R のどの領域も直径は超音波スポットサイズである 0.8 mm に設定した。次に、同様のサンプルにおける ASEM イメージングでは(図 4-8 (b))磁束密度の高い Q 領域では ASEM 信号が小さく、磁束密度の低い P 領域では ASEM 信号が大きい傾向として観測された。この結果は、ASEM 信号強度の磁場に対する負の傾きから定性的に説明できる。また、欠陥サイズに比べて 5 倍以上の広い領域に信号の変化が観測されることから、漏洩磁束探傷法と同様に欠陥の拡大効果が確認された。さらに以下で、定量的評価について議論する。シミュレーションにおける P, Q, R の磁束密度はそれぞれ 2 T 、 2.4 T 、 2.2 T であり、

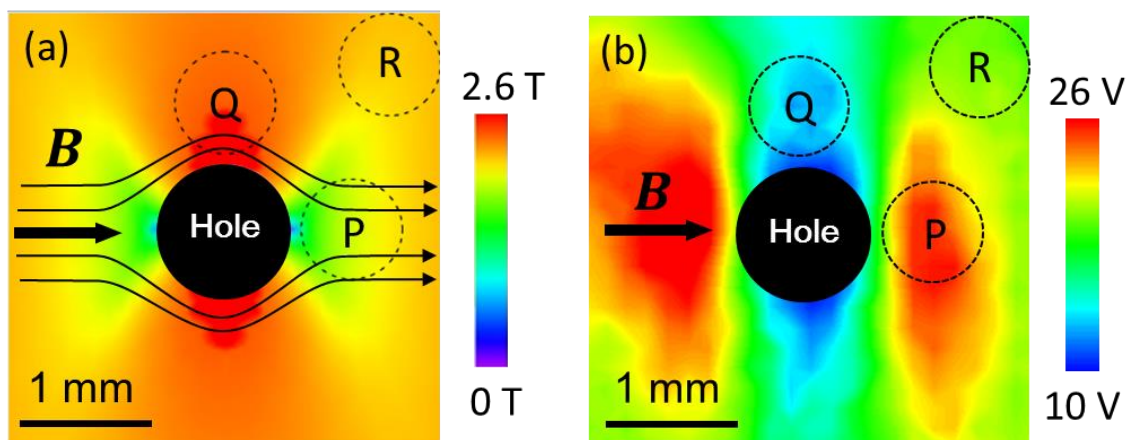


図 4-8(a)円形欠陥周辺の磁束密度分布シミュレーション結果。(b)磁場に対して平行にアンテナを設置した場合の ASEM イメージング結果。

その場合の漏れ磁束密度の比は $P : Q : R = 3 : 11 : 10$ である。R の実測値 32 mT から、P, Q の磁束密度はそれぞれ 9.6 mT、35 mT と計算できる。この磁束密度における ASEM 信号強度は図 4-2 (b)より約 1.7 倍の信号強度比であると推測される。一方でイメージングにおける P, Q の信号強度比は約 2 倍であることから、ASEM 信号強度のヒステリシス測定とほぼ等しい結果が得られている。つまり、図 4-7(b)における ASEM イメージングは圧磁係数を通した磁気コントラストを反映している。

穴周辺の特徴的パターンが試料の不均一に依存しないことを確かめるために、図 4-9(a)に示すように、磁場とアンテナに対して試料を回転させてイメージングを取得した。図 4-9(b) – (d)に見られるように、穴周辺の特徴的パターンは磁場に追従してほぼ同一であることが確認された。

さらに、我々は印加磁場に対して垂直方向に磁束をプローブするアンテナ配置でイメージング測定を行った (図 4-10 (a))。磁束密度の垂直方向への射影ベクトルの大きさは、図 4-10 (b)のように穴周辺の 4 つの対角部分で最大となるはずである。ASEM イメージング結果 (図 4-10 (c)) を見ると、予想通り、対応する 4 つの対角部分で信号強度が最大値をとっていることがわかる。この結果は、アンテナ配置により、物質内部の intrinsic な磁束のベクトル成分を独立に測定できる可能性を示している。

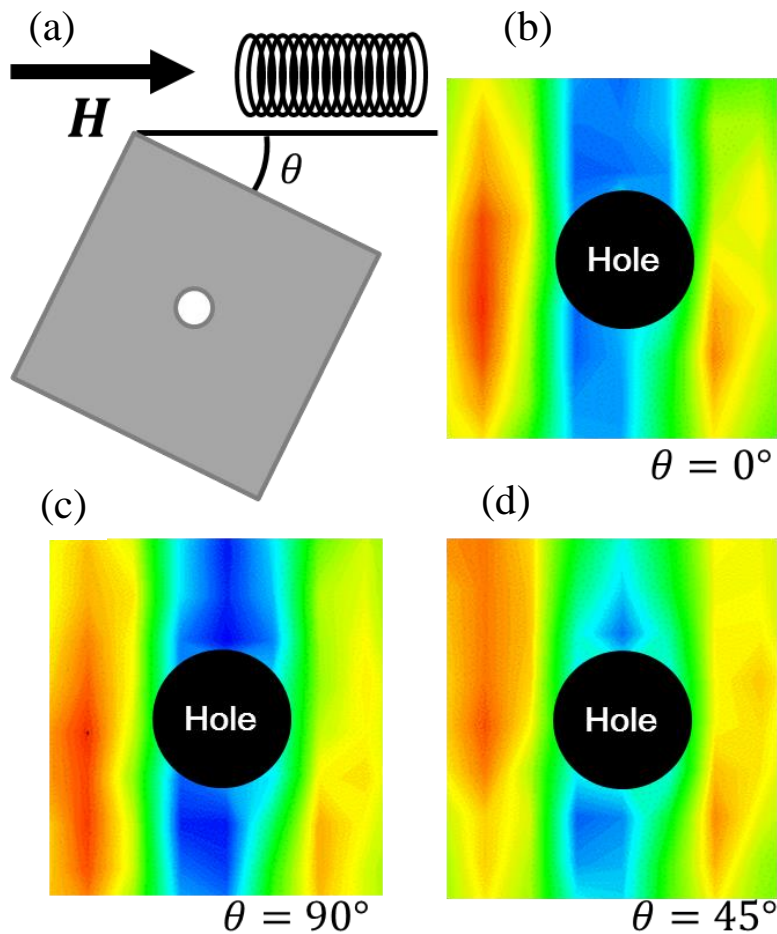


図 4-9 (a) アンテナおよび磁場に対する試料の概念図。(a) $\theta = 0^\circ$ の結果 (b) $\theta = 45^\circ$ の結果 (c) $\theta = 90^\circ$ の結果。

ここで我々は欠陥の検出可能最小サイズが超音波スポットサイズ、もしくは回折限界で決まるものではないことに注意する。非破壊検査において磁束漏洩法が広く用いられている最大の理由であるが、欠陥周辺に生じる特徴的な磁束密度パターンは欠陥の存在を状況により一桁以上拡大する。ASEM 応答による磁束密度分布の測定も、漏洩磁束法と同様に、欠陥検知において拡大効果が確認された。今回、貫通穴を用いたが、異なる透磁率を有する異物の混入に対しても、特徴的な磁束密度パターンが拡大効果をもって現れるだろう。本実験では、エコー測定による場所の確認を容易にするために、比較的大きな人工欠陥穴を用いて実演した。検出可能最小サイズはその欠陥の透磁率や深さなどに依存するが、少なくとも標準的なエコー検査の限界を超えることが可能だろう。

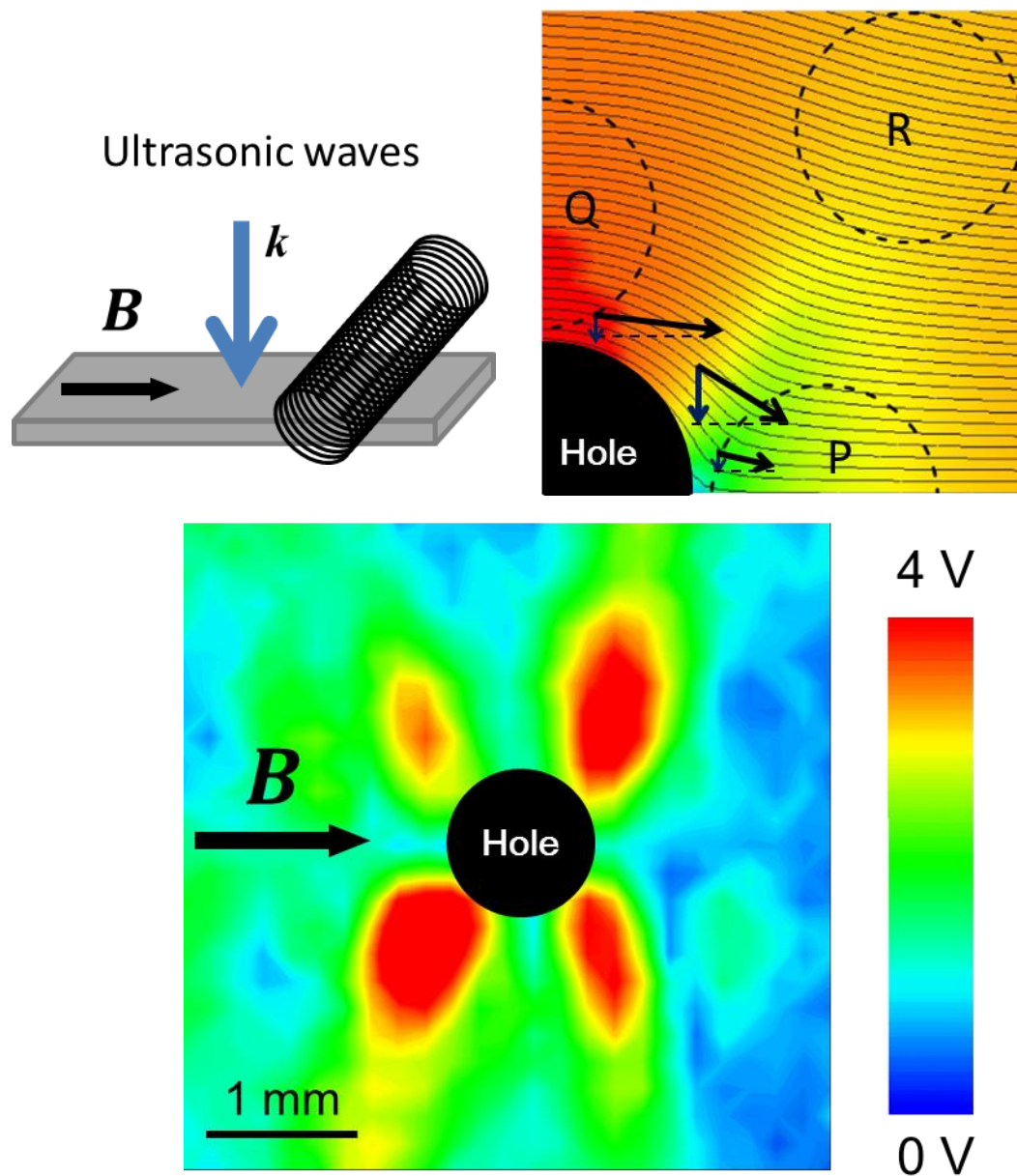


図 4-10 (a)アンテナ配置図概略。(b) シミュレーションから予想される縦方向の磁束密度 (c) ASEM イメージング結果。

第5章 高感度化へ向けた取り組み

これまで使用されていた ASEM 応答の測定装置はパルスの繰り返し周波数を 1 kHz、デジタルオシロスコープによる積算時間を 1 万回としたときに測定にかかる時間は 10 秒であるため、イメージングで 10 mm×10 mm の範囲を走査ピッチ 1 mm で行った場合 2 分弱はかかる。もちろん、測定される信号が弱く、積算回数が 10 倍以上必要な場合や、測定範囲の拡大や走査ピッチを微細に行うことも想定されるため、前述以上の数時間かかるような長時間測定も実施されることは多い。経年劣化による欠陥の調査や製品の完成検査においては数時間程度の測定は可能かもしれないが、工場のラインなどの製造過程における不良品検出などにおいては測定時間を短縮することが求められる。例えば、鉄鋼材の製造工場ではラインに流れる鉄鋼材は毎秒 20 m 程度の速度で流れていくため超音波探触子を鋼材幅にアレイ化して設置するにしても 1 mm あたりの測定時間は 50 μ s で終えなければならない。また、工業応用に限らず他の産業へ応用する際にも測定時間を改善することは必要である。特に医療応用を考えた場合、測定対象である人や動物は常に動いており、完全に静止させることは難しい。さらに、固定は被験者へのストレスを伴うため、極力測定時間は短いことが好ましい。この測定時間は本質的には SN 比を向上させることで改善することが可能である。更に探触子として用いているパルス音波を連続波にすることで、単位時間当たりの積算回数を増やすことでも測定時間の短縮は可能である。そこで、私は検出感度を本質的に向上し SN 比を改善する方法として超伝導量子干渉素子 (Superconducting QUantum Interference Device : SQUID) の導入と単位時間当たりの積算時間を増やす方法として、変調技術を用いた振幅変調 (Amplitude Modulation : AM) 連続超音波による測定を試みた。

5.1 高速 SQUID による高感度 RF 検出

5.1.1 高速 SQUID システムについて

SQUID はリング状の超伝導体に一箇所ないし二箇所のジョセフソン接合を持った素子で、今回使用する SQUID は二箇所のジョセフソン接合を持った dcSQUID といわれるものである。SQUID はリング内に入った磁束を電圧として出力する素子で、図 5-2(a) のように SQUID のリング内に磁束が入った場合、磁束の量に応じてジョセフソン接合の抵抗値が変化することで電圧が発生するが、量子磁束 $\Phi_0 = \hbar/2e = 2.07 \times 10^{-15}$ Wb を周期とし増減を繰り返す周期関数となっている。この量子磁束は磁束密度の振動周期

を

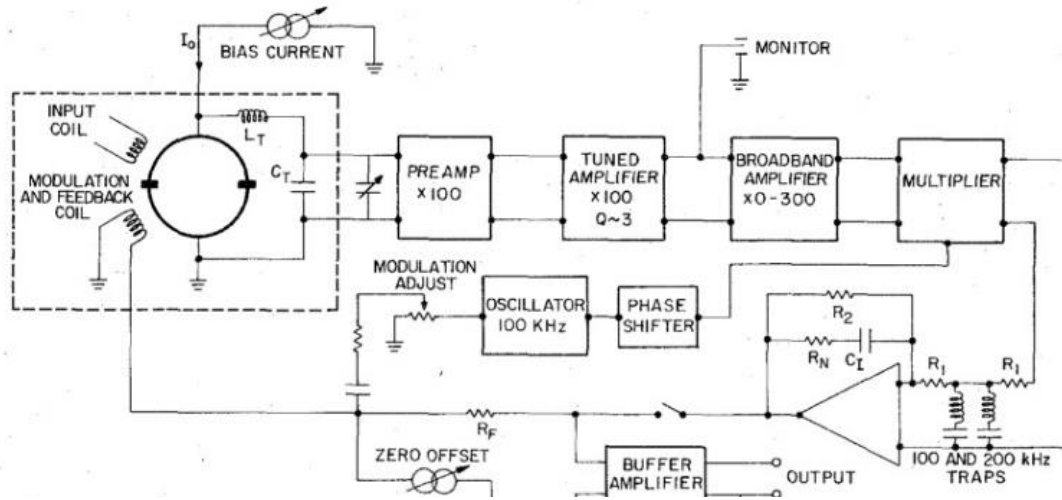


図 5-1 従来型 FLL 回路[42]

ΔB 、SQUID のリングが囲む面積を S とした場合、

$$\Delta B \cdot S = \Phi_0 \quad (5.1)$$

という関係が成り立っていることから、SQUID リングの面積を適当に取ることによって、微弱な磁束も測定することが出来る。SQUID は磁場に対して非常に弱く、数十ガウスの入力で超伝導状態を保っていられる臨界電流の振動を失ってしまう。そのため、今回使用する SQUID システムでは、SQUID 素子自体は磁気シールドのケースの中に入っており、検出コイルをクライオスタットの内部の壁面付近に設置している。そして、検出コイルが拾った磁束を入力コイルへと磁気輸送することによって、入力コイルから SQUID に磁束を入力する構造になっている。

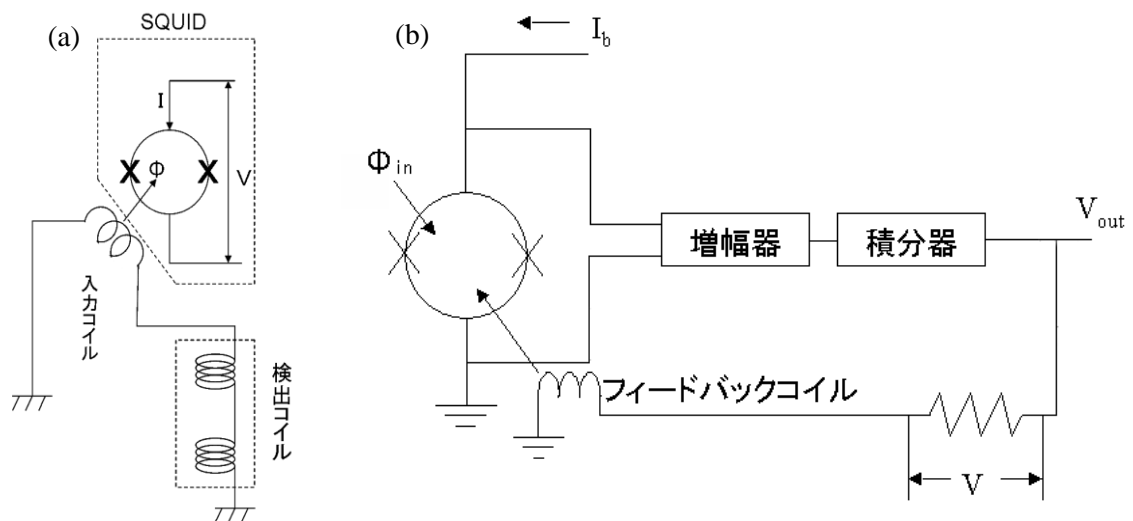


図 5-2 (a)SQUID 検出部概略図 (b) FLL 回路概念図

次に、SQUID の読み出し回路についてだが、SQUID の読み出し回路は FLL(Flux Locked Loop)回路というものが使われている。これは図 5-2(b)に示すような増幅回路と積分回路、そして、フィードバック回路から構成されるものである。

従来の FLL 回路は LC 回路を間に挟むことで目的周波数以外の周波数ノイズを低減するとともに、出力電圧にロックインをかけることでフィードバックを行っていた(図 5-1)。そのため、MHz 帯域の磁場検出をする場合にはロックインをかけるためのオシレーターが非常に高価な物になってしまううえに将来的に SQUID をアレイ化して使おうとした場合に一つ一つの SQUID にチューニングをとったエレクトロニクスを組み込まなくてはならず、大型化は免れないものだった。しかし、今回使用する FLL

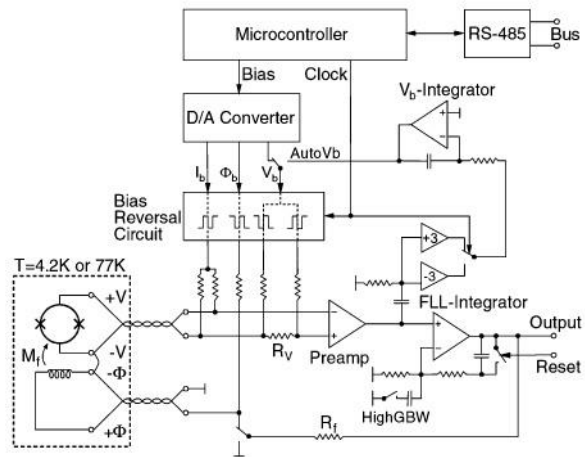


図 5-3 直接接続型 FLL 回路[43]

回路は直接接続型 FLL 回路(MAGNICON 製)と呼ばれるもので、この回路はバイアス電流を分割することでノーマルモードノイズを低減し、ロックイン回路を使用しなくてもノイズを減少させると共に広帯域での測定を可能にしている(図 5-3)。そのため、動作可能周波数はフィードバック回路上にある R_f の大きさによって決まり、今回使用するエレクトロニクスでは $R_f = 3.3k\Omega$ で 3MHz と高速動作が可能な回路であり、今回の ASEM 放射信号の測定に適していると言える。また、ロックイン回路を必要としないことから、5cm×17cm の基板上に収まるほどの非常に小さな読み出し回路になっており、SQUID をアレイ化する際に一つ一つの SQUID にロックイン回路を必要としないことから検出システムの小型化が可能である。

この FLL 回路には大きく分けて二種類の読み出しモードがある。一つが amp モードと呼ばれるもので、これは SQUID からの信号をフィードバックせずに出力するもので、検出範囲が量子磁束で制限されてしまう。もう一つが FLL モードで、これは SQUID の信号をフィードバックし amp モードでは測定できないような大きな磁束の変化を読み取ることが出来る。また、動作可能周波数は上記のように R_f の大きさでさまっており、今回の FLL 回路には三種類の $R_f(30k\Omega, 3.3k\Omega, 2.97k\Omega)$ を選択できるようになっている。

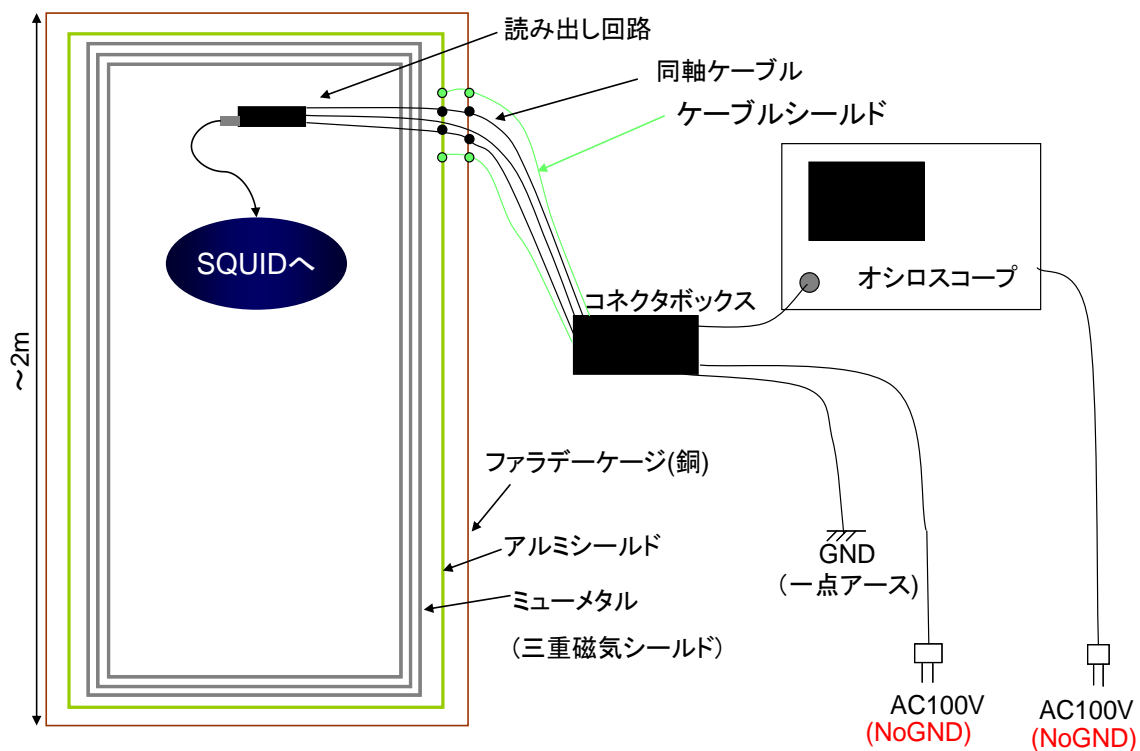


図 5-4 シールド BOX ノイズ対策図

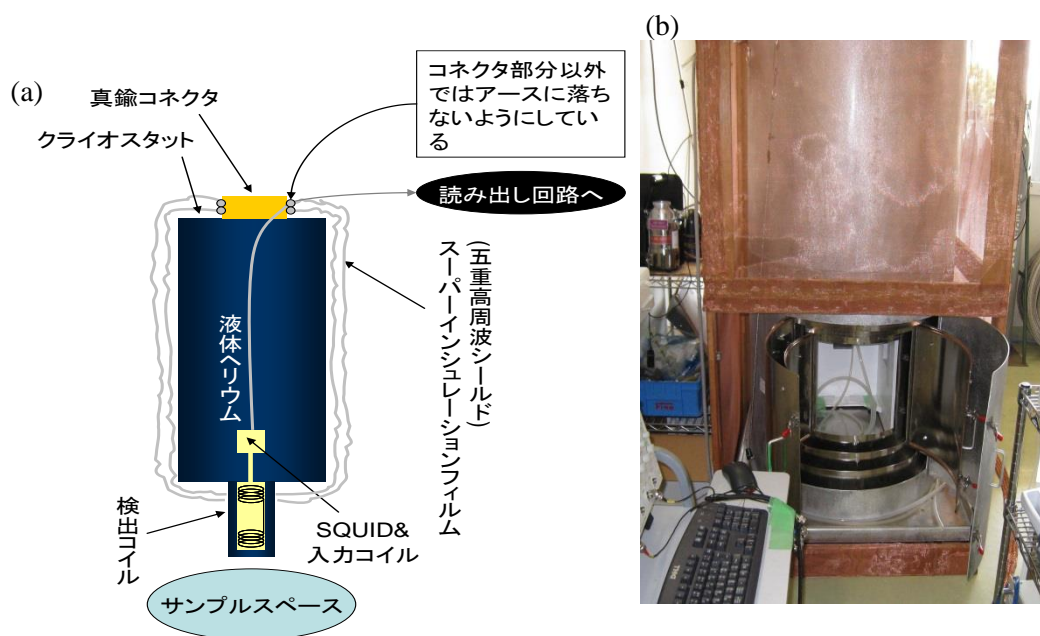


図 5-5 (a)ノイズ対策の概念図 (b) シールドボックス外観写真

5.1.2 高速 SQUID の動作

今回、SQUID を使用するにあたってまず問題となるのが外来電波によるノイズの影響である。前述のように SQUID は超伝導素子であることから、超伝導転移する温度の時に磁束が入っていると、その磁束をトラップしてしまい超伝導体として働かなくなってしまう。また、うまく超伝導転移しても外来ノイズを拾ってしまえば目的の信号を読み取ることが出来ないため、まずは SQUID を立ち上げるためにノイズの除去作業を行った。

今回行ったノイズ対策は配線からのノイズ伝播への対策が主である。図 5-4 図 5-5 のようにシールドボックス内部に配線からのノイズが伝播しないよう

に配線のシールドをボックスの外側でアースに落ちるようにしている。また、アースを複数とった場合にループが出来てしまい、アンテナとしてノイズを拾ってしまうので、一点でアースを取るようにした。シールドボックス内部では SQUID のクライオスタットの周りにスーパーインシュレーションフィルムを 4 重に巻くことで、高周波帯域のノイズを低減している。また、ここでもループが出来ないようにコネクター部分でのみ接続している(図 5-6)。

今回のノイズ対策の結果を図 5-7 に示す。図 5-7(a)がノイズ対策後の SQUID の I-V 特性で SQUID に定電流を流し、電圧がどのくらいかかるかを見たものである。図 5-7(b)は Φ -V 特性で、FLL 回路のモジュレーションコイルに電流を流し磁束を発生させることで磁束量に対する出力電圧を見たものである。そして、図 5-7(c)が SQUID 作動時のノイズスペクトルである。

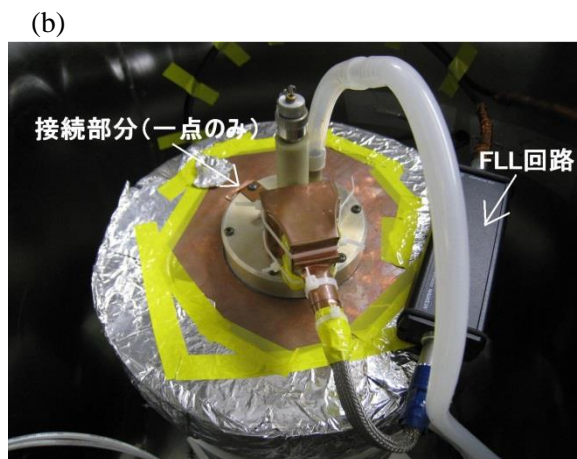


図 5-6 (a)シールドボックス外側ケーブルシールド接続部分 (b)クライオスタット上面

図 5-7(a)より、入力電流が $12\mu\text{A}$ までは 0V から変化せず、 $12\mu\text{A}$ を過ぎたところから電圧が立ち上がっていることがわかる。SQUID が超伝導転移するときに磁束をトラップしてしまうと $0\mu\text{A}$ から徐々に電圧が発生してしまうが、今回の実験ではそれが無いことから、立ち上げ時の外来ノイズによる影響はカットできていると考えられる。また、図 5-7(b)の波形も磁束がトラップされている場合や外来ノイズの影響が大きい場合はこのような波形は出ずに線形部分とみなせる部分が同じぐらいの傾きとなってしまうことから、外来ノイズは減衰できていると考えられる。最後にノイズスペクトルだが、今回測定した図 5-7(c)のノイズスペクトルと SQUID のマニュアルのノイズレベルを比較した場合に同等のノイズレベルであり、また高速 SQUID システムの提供元のノイズデータと比較した場合も同等のノイズレベルであることから、今回のノイズ対策でこの SQUID システムは正常に動作している。

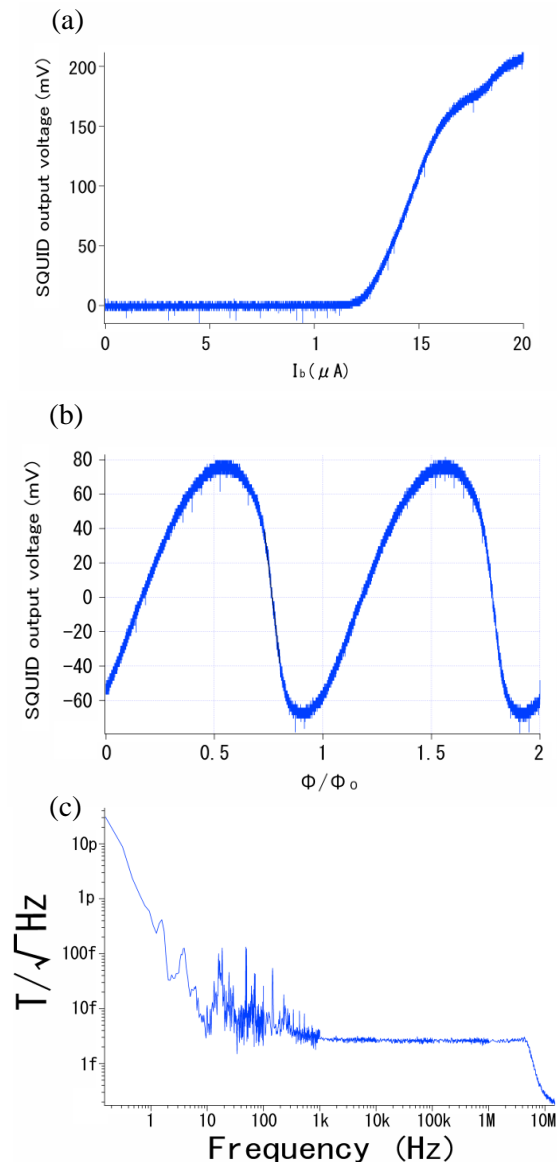


図 5-7 (a) SQUID の I-V 特性

(b) - Φ -V 特性

(c) ノイズレベル

5. 1. 3 狭帯域化

現在の高速 SQUID システムの狭帯域化を試みた。現在の高速 SQUID システムで使用されているグラジオメーターを共振回路にすることでより高感度な検出を行うためである。まず、共振回路とグラジオメーターの比較を行った (図 5-8(a))。共振回路は常温で中心周波数 2.94MHz 、Q 値 106 のものを作成した。外来信号をホワイトノイズとして測定を行った結果、グラジオメーターではほぼ平坦だった信号強度が共振回路では中

心周波数で増加し、中止周波数以外では減少していることがわかる。また、読み出し回路のノイズを基準ノイズとし、共振回路の中心周波数での S/N を比較すると、グラジオメーターが 2.1 に対して共振回路は 6.8 となり、約 3 倍改善していることがわかる。次に、これまで使用してきたトランジスタアンプと SQUID の比較を行った (図 5-8(b))。こちらでも S/N 比を比較すると、SQUID はトランジスタアンプに比べて、約 3 倍改善されている。

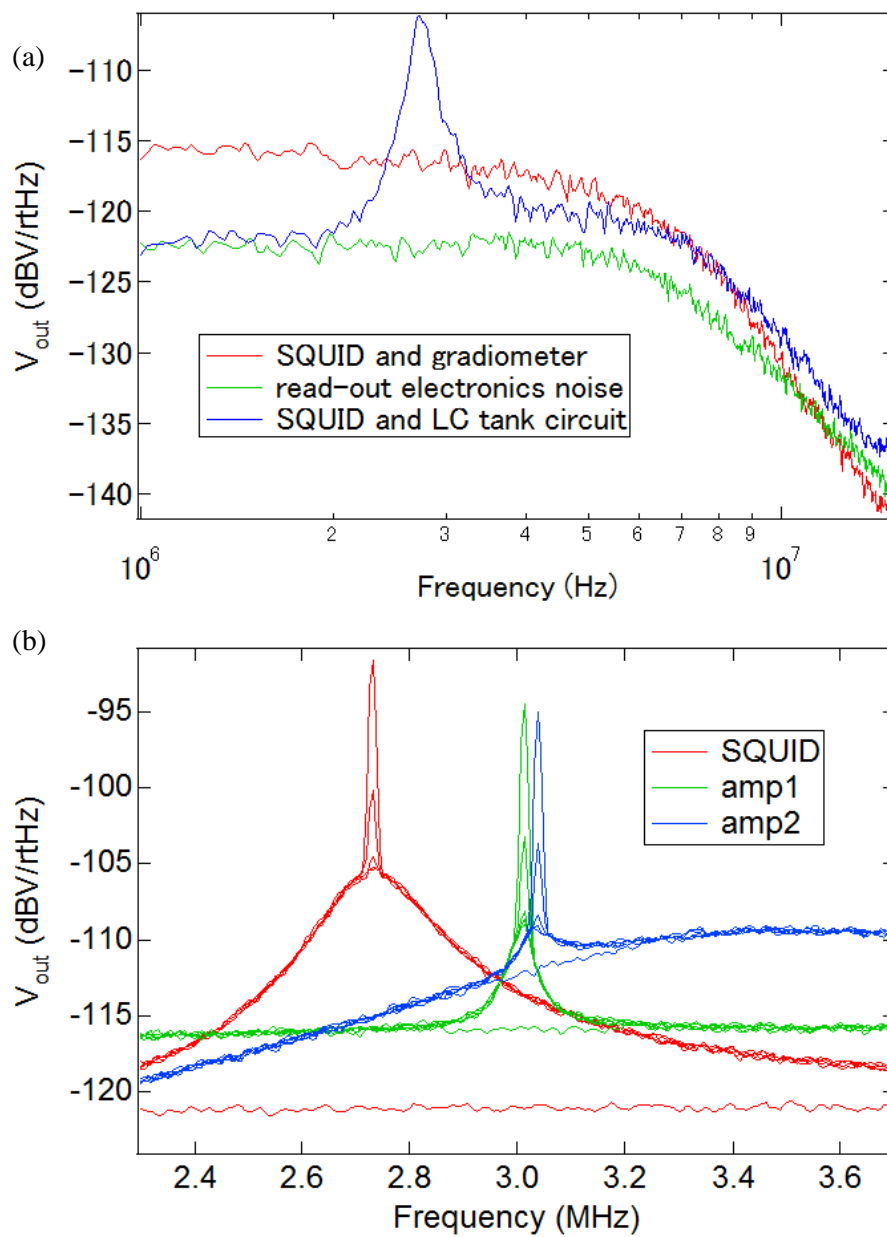


図 5-8 (a) 共振回路とグラジオメーターの比較結果 (b) SQUID とトランジスタアンプの比較

5.1.4 議論

ここで、ホワイトノイズに対する Q 値を比較すると、トランジスタアンプに対して、約 $1/9$ となっている。この SQUID の Q 値を改善できればさらに S/N 比を改善できると考えられ、より高感度な測定が可能になると考えられる。そこで、SQUID に使用した共振回路の問題点を推測すると、現在の SQUID に入力するためのインプットコイルを考慮せずに共振回路を作っていたため、SQUID につける前の性能を発揮できていないと考えられる。SQUID のインプットコイルの入力インダクタンスは $1.1\mu\text{H}$ と非常に大きいので、このインダクタンスを考慮しなくてはならない。また、本実験では常温における共振特性をもとに回路を作成したが、液体ヘリウム温度における共振特性は測定されていないため、低温特性からマッチングをとることで、さらなる改善が見込まれる。

5.2 振幅変調法

5.2.1 振幅変調 (AM) 法について

振幅変調法 (AM 法) は電波の変調技術として広く応用されており、もっともよく知られているのはラジオなどの情報通信技術である。この振幅変調波は搬送波と変調波をそれぞれ

$$V_c = A_c \sin(2\pi f_c t) \quad (5.2)$$

$$V_m = A_m \sin(2\pi f_m t) \quad (5.3)$$

とした時、

$$V_{AM} = A_c \sin(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} A_m \sin 2\pi(f_c + f_m)t + \frac{1}{2} A_m \sin 2\pi(f_c - f_m)t \quad (5.4)$$

として表される。(5.4)式では第 1 項が搬送波成分、第 2 項は搬送波周波数 + 変調波周波数、第 3 項は搬送波周波数 - 変調波周波数成分であることがわかる。(5.4)式の第 2 項は和周波成分、第 3 項は差周波成分とそれぞれ呼ばれている。AM 法を用いる利点としてパルス波と比べて実質的な信号積分時間が長いことがあげられる。パルス波は繰り返し周波数によって単位時間当たりの実質的な積算時間が左右される。例えば繰り返し周

波数が 1 kHz の場合、1 秒間に 1000 回程度の積算回数しか得られない。これに対して AM 法では連続波を用いるため、10 MHz の搬送波を用いた場合の実質的な積算回数は 1 秒間に 1 千万回の積算回数を得られるため、測定時間が同じ場合 4 桁多い積算回数を得られ、SN 比としては 2 桁程度の改善が見込まれる。

5.2.2 測定方法

測定セットアップを図 5-9 に示す。トランスデューサにはファンクションジェネレータ（NF 回路製：FG）から中心周波数 10MHz の変調波が入力される。入力された変調波によってトランスデューサに変調された超音波が発生する。このトランスデューサに発生した信号はアンテナにおいて

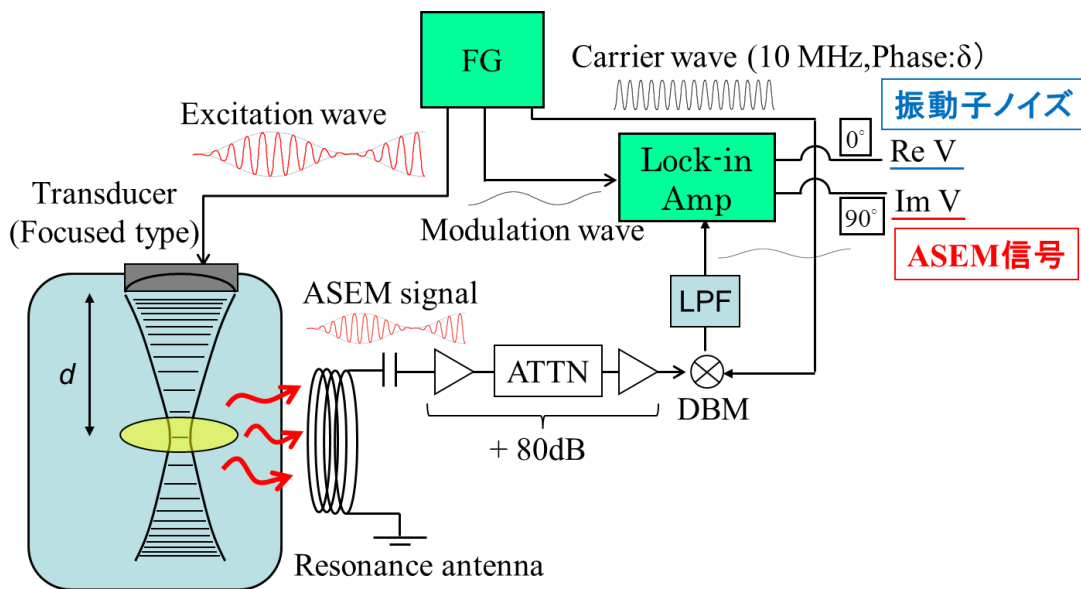


図 5-9 AM 法測定セットアップ。

$$V_{ex} = \{A + A_m \cos(2\pi f_m t)\} \sin(2\pi f_c t) \quad (5.5)$$

で表される。この信号がアンプおよびアッテネータを通すことによって増幅されるとともに、遅延時間 τ_1 が加わるため、ダブルバランスミキサー（DBM）に入力される信号は

$$V_{ex} = [A + A_m \cos\{2\pi f_m(t - \tau_1)\}] \sin\{2\pi f_c(t - \tau_1)\} \quad (5.6)$$

となる。いっぽうで、FG から DBM に入力される参照信号は

$$V_{ref1} = D \sin(2\pi f_c t + \delta) \quad (5.7)$$

で表される。ここで、 δ は FG において設定される位相のオフセットである。DBM において(5.6)×(5.7)の演算が行われ、

$$\begin{aligned} V_{ex} &= [A + A_m \cos\{2\pi f_m(t - \tau_1)\}] \sin\{2\pi f_c(t - \tau_1)\} \times D \sin(2\pi f_c t + \delta) \\ &= -\frac{D}{2} [A + A_m \cos\{2\pi f_m(t - \tau_1)\}] \{\cos(4\pi f_c t + 2\pi f_c \tau_1 + \delta) - \cos(-2\pi f_c \tau_1 - \delta)\} \end{aligned} \quad (5.8)$$

が出力される。ここで、LPF を通すことにより、高周波成分 ($4\pi f_c$ を含む項) はカットされるとともに τ_2 の遅延時間が生じるため、

$$V_{ex} = -\frac{D}{2} [A + A_m \cos\{2\pi f_m(t - \tau_1 - \tau_2)\}] \cos(2\pi f_c \tau_1 + \delta) \quad (5.9)$$

と書き表される。(5.9)式の信号がロックインアンプに入力され、参照信号

$$V_{ref2} = E e^{(i2\pi f_m t - \tau_3)} \quad (5.10)$$

として表され、ロックインによって実部は

$$V_{exRe} = \frac{A_m D E}{2} \cos(2\pi f_c \tau_1 + \delta) \cos\{2\pi f_m(\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\} \quad (5.11)$$

となり、虚部は

$$V_{exIm} = \frac{A_m D E}{2} \cos(2\pi f_c \tau_1 + \delta) \sin\{2\pi f_m(\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\} \quad (5.12)$$

となる。振幅変調超音波が試料にあたることによって発生する ASEM 信号は

$$V_{ASEM} = \left[B + B_m \cos\left\{2\pi f_m\left(t - \frac{d}{v} - \tau_1\right)\right\} \right] \sin\left\{2\pi f_c\left(t - \frac{d}{v} - \tau_1\right)\right\} \quad (5.13)$$

と表される。ここで、 v および d はそれぞれ、音速およびトランスデューサ～試料間の距離を示す。DBM に入力される参照信号は(5.7)式であることから、DBM から出力される信号は LPF を通過することで、

$$V_{ASEM} = -\frac{D}{2} \left[B + B_m \cos \left\{ 2\pi f_m \left(t - \frac{d}{v} - \tau_1 - \tau_2 \right) \right\} \right] \cos \left\{ 2\pi f_c \left(\frac{d}{v} + \tau_1 \right) + \delta \right\} \quad (5.14)$$

と表される。トランスデューサの励起信号と同様に参照信号(5.10)が入力されたロックインアンプでは ASEM 信号の実部および虚部は

$$V_{ASEMRe} = \frac{B_m DE}{2} \cos \left\{ 2\pi f_c \left(\frac{d}{v} + \tau_1 \right) - \delta \right\} \cos \left\{ 2\pi f_m \left(\frac{d}{v} + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 \right) \right\} \quad (5.15)$$

$$V_{ASEMIm} = \frac{B_m DE}{2} \cos \left\{ 2\pi f_c \left(\frac{d}{v} + \tau_1 \right) - \delta \right\} \sin \left\{ 2\pi f_m \left(\frac{d}{v} + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 \right) \right\} \quad (5.16)$$

と表される。(5.11)、(5.12)における搬送波周波数成分および定数を α 、(5.15)、(5.16)における搬送波周波数成分および定数を β とすると、ロックインアンプによって出力される信号は

$$V_{Re} = V_{exRe} + V_{ASEMRe} = \alpha \cos \{ 2\pi f_m (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3) \} + \beta \cos \left\{ 2\pi f_m \left(\frac{d}{v} + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 \right) \right\} \quad (5.17)$$

$$V_{Im} = V_{exIm} + V_{ASEMIm} = \alpha \sin \{ 2\pi f_m (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3) \} + \beta \sin \left\{ 2\pi f_m \left(\frac{d}{v} + \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 \right) \right\} \quad (5.18)$$

と表される。以上より、ここで、遅延時間に注目する。遅延時間の合計が $\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = a \neq 0$ の場合、実部と虚部の値は $\cos a$ および $\sin a$ のオフセットがかかる。このオフセットの影響は変調周波数を変化させた場合、(5.18)式に対しては変調周波数の増加に伴って V_{Im} が増加してしまう。この増加成分を打ち消すため $\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = 0$ とする。そのために時間遅延回路を参照信号ラインに組み込み、 τ_3 を $\tau_1 + \tau_2$ と等しくし

$$V_{Re} = V_{exRe} + V_{ASEMRe} = \alpha \cos 2\pi f_m + \beta \cos 2\pi f_m \frac{d}{v} \quad (5.19)$$

$$V_{\text{Im}} = V_{\text{exIm}} + V_{\text{ASEMIm}} = \alpha \sin 2\pi f_m + \beta \sin 2\pi f_m \frac{d}{v} \quad (5.20)$$

とした状態で測定を行う。

本研究では変調周波数を走査し、(5.17)および(5.18)の変調周波数に対する振る舞いが測定される。(5.18)において、ピークを見せる周波数 f_m^n は $f_m^n = (2n + 1)v/4d$ からみつめられる。実験状況から水の音速 v が 1500 m/s、試料とトランスデューサの距離 d が 60 mm であるため、ピークは、 $f_m^0 = 6.25$ kHz、 $f_m^1 = 18.75$ kHz、 $f_m^2 = 31.25$ kHz に確認されることが予想される。

5.2.3 実験結果および考察

まず、これまで振幅変調法によって測定されてきた骨の ASEM 応答の結果を図 5-10 (a)に示す。測定結果から、前述のピークの予想値と一致した結果が得られている。トランスデューサに印加される電圧がパルス法と同値（約 200 V）の場合の S/N はパルス法と比較して約 170 倍となっており、当初の予想の二桁改善を達成している。

次に、鉄鋼材についても同様の測定を行った。虚部の測定結果を図 5-10 (b)にしめす。この測定結果ではピーク位置がつぶれてしまい矩形波のような形になっている。この原因について考察する。まず、音波が鉄鋼材の表面から反射した後にトランスデューサ表面で反射し再び戻ってくる。仮に音波の伝搬過程における音波の減衰によって信号強度が $1/n + 1$ されるとすると、測定される信号は

$$V_{\text{Im}} = \alpha \sin 2\pi f_m + \beta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \sin 2\pi f_m \frac{(2n+1)d}{v} \quad (5.21)$$

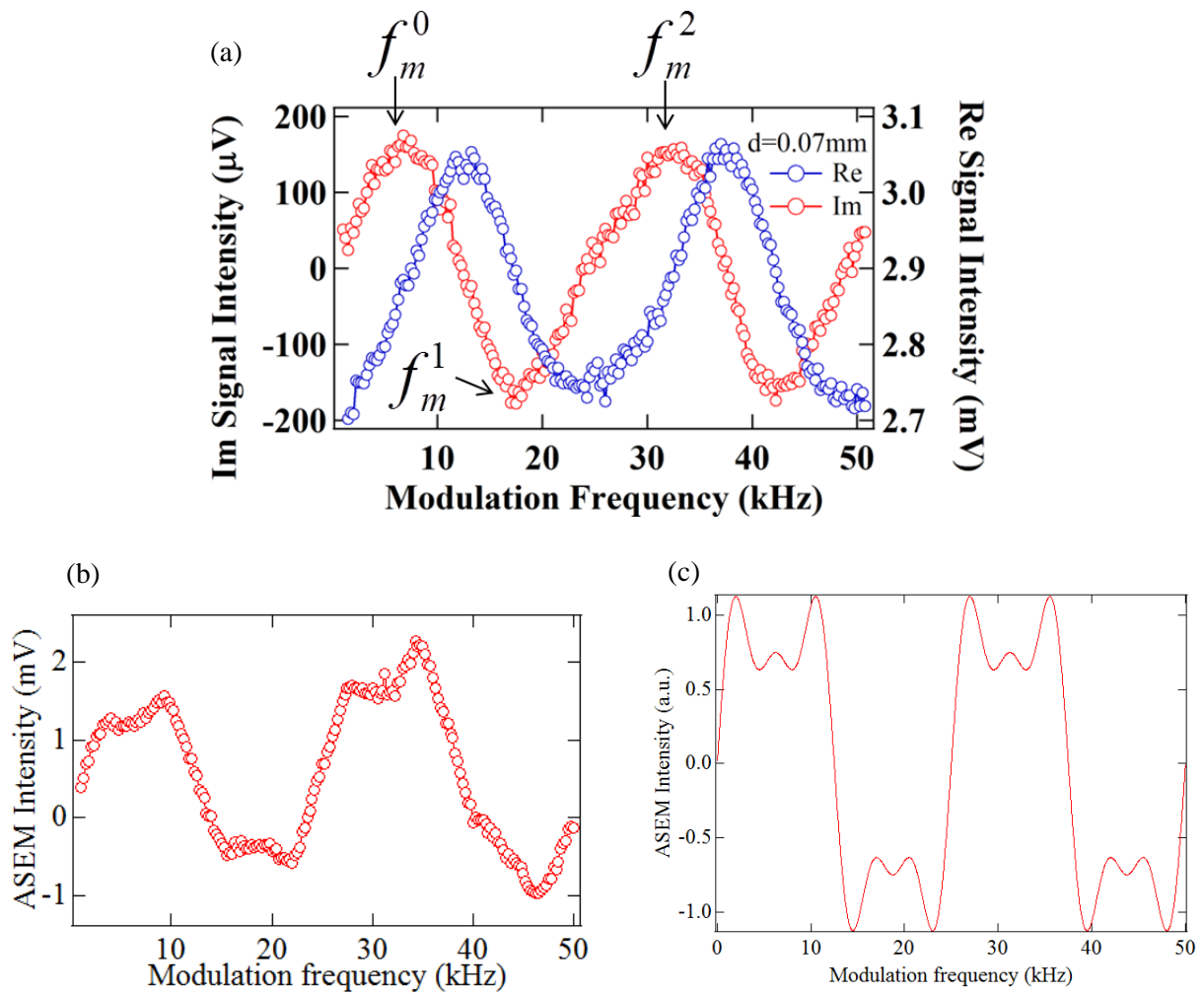


図 5-10 (a) 振幅変調法による骨からの ASEM 応答。 (b) 振幅変調法による鉄鋼材からの ASEM 応答。
(c) $n=2$ までの(5.21)における第 2 項。

と表される。実際には音波の減衰によって $n = 3$ 以上では ASEM 信号の強度はノイズ以下であることが予想されるため、 $n = 2$ までが干渉するとして計算を行うと、ASEM 信号である第 2 項は図 5-10 (c)に示される。この結果は実験結果の矩形波に振る舞いが似ており、実験結果はこの複数の経路の ASEM 信号が干渉しているためであることがわかる。したがって、予想と一致する信号を検出するためには反射波の信号を回避しなくてはならない。反射波を回避する方法としては、①サンプルに対して音波を斜めに照射し反射波は音波吸収体によって減衰させる、②トランスデューサの励起信号にトリガーをかけ、 $n = 0$ の成分を選択して積算する、③音圧を減らして $n = 1$ 以上の信号が実効的に発生しないようにするなどが考えられる。

第6章 まとめと今後の展望

本研究のまとめを以下に列挙する。

- 超音波により誘起される電磁応答に対して、圧電・圧磁方程式を通して誘起される電気・磁気双極子場として記述し、特に強磁性体に関する実験において検証した。強磁性体をループアンテナで検出した応答信号は、予想通り、 r^3 で減衰する磁気双極子場の近接場成分（磁気双極子モーメントが作る静磁場と同じ分布）で説明できた。
- 超音波を用いた磁気イメージングおよび磁気断層画像を面内空間分解能約 0.7 mm、深さ空間分解能は約 0.2 mm で実演した。超音波エコー画像と同時計測可能である。また、非金属中の磁性体を非接触に特定できることが確認された。
- オーステナイト系ステンレスに関して、圧力誘起マルテンサイト転移による強磁性発現を超音波により検出した。引張試験機における応力印加時のその場観察測定を行い、塑性変形の動的過程を観察した。また、工場現場のようなノイズの多い環境においても ASEM 測定が可能であることを実演した。
- 現在の計測システムにおいて、ASEM 法による磁場検出感度が $6 \text{ G/Hz}^{1/2}$ であることがわかった。
- 磁気ヒステリシスに対応する曲線を超音波により測定することに成功した。ASEM 信号強度は、微分圧磁係数を測定することに対応していることを示した。
- ASEM ヒステリシス曲線の極小ピークから、保持力 H_c が評価できることが判明した。
- ASEM 波形の位相から、磁化の分極方向を決定できることが判明した。
- アンテナ配置により、物質内部の intrinsic な磁束密度の個々のベクトル成分を評価できることがわかった。
- ASEM ヒステリシスを利用して、intrinsic な磁束分布を画像化し、欠陥周辺に形成される磁束の空間パターンを可視化できることを示した。

本研究により、ASEM 法による磁気測定について基本的なことはおおよそ明らかになった。金属非破壊検査の可能性の吟味という段階はほぼ終了し、次のステップは実用化に向けた展開だろう。特に、ステンレスや鉄鋼検査において、各用途に応じて要求され

る仕様に合わせて技術改良していく必要がある。

共同研究先の鉄鋼メーカーがもつニーズは、残留応力検査と欠陥検査である。今後、ターゲットとすべき残留応力分解能（漏洩磁場の分解能として換算）や欠陥サイズ・形状を決定する必要がある。オンライン検査などの要望に関しては、やはり、測定スピードの圧倒的な改善が必要だろう。いずれにしても、**ASEM** 法が実用化されるかどうかの決め手になる技術的課題は検出感度である。本研究では、その検出感度改善の対策のひとつとして、高速 **SQUID** による **RF** 検出を試みた。**SQUID** 素子とピックアップ共振回路とのマッチングが取れていないためか、高々 3 倍程度の感度改善にとどまった。高速 **SQUID** の導入は元々医療応用を念頭に入れて試みた実験であり、その後展開してきた金属非破壊検査の用途としては寒剤使用ということもあり、あまりよい選択肢ではない。そこで、最近、研究室内メンバーとの共同で、振幅変調された連続超音波を用いた **ASEM** 法を開発した。この振幅変調連続波の方法により、積算時間 1 秒換算でパルス法に比べて 170 倍もの感度があることが確かめられた。これは測定時間に換算すると、約 3 万分の 1 に短縮されることを意味する。鉄鋼材のような音波の反射が大きい試料では多重反射によって発生する **ASEM** 信号の干渉も考慮しなくてはならないため、調整すべきパラメータが多い振幅変調法はまだ自動イメージングの段階には至っていないが、テクニカルな問題だけである。今後、時間遅延器等の調整器の導入と専用のソフトウェア開発により、汎用のエコー測定に負けない程度の測定スピードが得られるものと期待される。

Appendix

A) 電磁ポテンシャルとゲージ変換

Maxwell の方程式

$$\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\text{div } \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.3})$$

$$\text{div } \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.4})$$

において、仮に電流分布 \mathbf{i} と電荷分布 ρ が与えられているとき、未知関数は、 $E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$ の 6 個であるのに対し、方程式の数は 8 個 ((A.1), (A.3) がベクトル成分だから 3 つずつ、(A.2), (A.4) はスカラー成分だから一つずつ) である。 \mathbf{B} と \mathbf{E} の各成分が複雑に絡み合っているので、この連立微分方程式を解くには、工夫が必要である。そこでまず見やすい形に書きなおす。(A.2) は

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.5})$$

とおく。ただし $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ は微分可能な任意関数でベクトルポテンシャルとおくと常に満たされる⁶。これを (A.1) に代入すると

$$\text{rot} \left(\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{A.6})$$

となり、この方程式は

⁶ $\text{div rot } \mathbf{v} = 0$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\text{grad}\phi(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.7})$$

とおくと常に満たされる⁷。ここで $\phi(\mathbf{x}, t)$ はスカラーポテンシャルとよばれる。結局(2.29), (2.30)は

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} &= -\text{grad}\phi(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

と書き換えられた。また(A.3)は(A.4)を用いて

$$\text{rot } \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.9})$$

これに(A.8)式を代入すると

$$\text{rotrot } \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \text{grad}\phi(\mathbf{x}, t) \right) = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.10})$$

となり、

$$\text{grad} \left(\text{div } \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.11})$$

となる⁸。また(A.4)から

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= -\text{div} \left(\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \text{grad}\phi(\mathbf{x}, t) \right) \\ &= -\text{div} \left(\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right) - \Delta \phi(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon_0} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

である。よってまとめると次のようになる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \text{grad}\phi(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.13})$$

⁷ $\text{rotgrad}\phi = 0$

⁸ $\text{rotrot}\mathbf{A} = \text{graddiv}\mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \text{rot} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$$

$$\begin{aligned} \text{grad} \left(\text{div} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right) + \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) &= \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \\ -\text{div} \left(\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right) - \Delta \phi(\mathbf{x}, t) &= \frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon_0} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

(A.13)、(A.14)の方程式系は(A.1) ~ (A.4)の Maxwell の方程式系と全く同等である。ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{A}'(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) + \text{grad} u(\mathbf{x}, t) \\ \phi'(\mathbf{x}, t) &= \phi(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial u(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

とおいたとき

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{A}' &= \text{rot} \mathbf{A} + \text{rot grad} u = \text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{B} \\ \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} - \text{grad} \phi' &= \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \frac{\partial u}{\partial t} - \text{grad} \phi + \text{grad} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \phi = \mathbf{E} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

となり、電磁ポテンシャル \mathbf{A} 、 ϕ には不定関数 u の不定性がある。そこでこの(A.15)をゲージ変換と呼ぶ。(A.15)のゲージ変換を行なっても場の量 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} は不変である。さらに(A.14)の方程式も同様に

$$\begin{aligned} \text{grad} \left(\text{div} \mathbf{A}' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi'}{\partial t} \right) + \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \mathbf{A}' &= \mu_0 \mathbf{i} \\ -\text{div} \left(\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} \right) - \Delta \phi' &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

と書ける。このゲージ不変性を利用し、(A.14)の未知関数が混ざり合った連立方程式から独立な方程式系に書き換える。(A.14)を満たす一般解は

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{A}_0(\mathbf{x}, t) + \text{grad} \chi(\mathbf{x}, t) \\ \phi_L(\mathbf{x}, t) &= \phi_0(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \chi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

とかける。ただし

$$\Delta \chi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = - \left(\operatorname{div} \mathbf{A}_0 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_0}{\partial t} \right) \quad (\text{A.19})$$

を満たすようにする。このようにすれば、(A.18)の \mathbf{A}_L と ϕ_L は

$$\operatorname{div} \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_L(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.20})$$

という関係を満たす。したがって(A.14)は

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) &= \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \\ \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \phi_L(\mathbf{x}, t) &= \frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon_0} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

と表せる。(A.21)を見ると、 \mathbf{A}_L と ϕ_L の満たす方程式は独立の4個の波動方程式となっている。まとめると

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= - \frac{\partial \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \operatorname{grad} \phi_L(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \operatorname{rot} \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) &= -\mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \\ \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi_L(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\varepsilon_0} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{A}_L(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_L(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.24})$$

(A.24)の式を Lorentz 条件といい、この条件を満たす電磁ポテンシャル \mathbf{A}_L 、 ϕ_L を Lorentz ゲージにおける電磁ポテンシャルという。 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} を求めるには(A.24)を満たす \mathbf{A}_L 、 ϕ_L を(A.22)に代入すればよい。

B) 電磁ポテンシャルの多重極展開

一般に静電場は「点電荷、双極子、四重極子、……による電場の重ね合わせ」として

表現される。本研究の実験状況から、ターゲットは双極子になるため、重ねあわされている多重極子を展開し、双極子の成分を抜き出さなくてはならない。そこで、まずは ϕ_L （静電場）について多重極展開を行い、静電場における双極子成分をポアソン方程式

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\varepsilon}\rho_e(\mathbf{r}, t) \quad (\text{B.1})$$

における特解

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_e(\mathbf{x}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}'|} d^3x' \quad (\text{B.2})$$

についてルジャンドル多項式⁹を用いると、

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} \int \rho_0(\mathbf{x}') |\mathbf{x}'|^l P_l(\cos\theta) d^3x' \quad (r > a) \quad (\text{B.3})$$

と表される。ここで、 a は電荷分布のある有限領域の半径を示す。

(i) $l=0$ の項

式(B.3)の $l=0$ の項は

⁹ ルジャンドル多項式

$\cos\theta = x$ とおくと

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

•

•

•

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l$$

としたときに直行性を持つため、 $\int_{-1}^1 P_l(x) P_{l'}(x) dx = \frac{2}{2l+1} \delta_{l,l'}$ が満たされ、 $-1 \leq x \leq 1$

の範囲で任意の関数を各 l 項の線形結合で表せる。また、任意の関数 $f(x)$ は $f(x) =$

$\sum_{l=0}^{\infty} a_l P_l(x)$ と表せる。

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r} \int \rho_0(\mathbf{x}') d^3x' = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{r} \quad (\text{B.4})$$

と書ける。これは全電荷を原点 O に集中させたポテンシャル、つまり点電荷に対する遠距離電場のポテンシャルを表していることから、 $l = 0$ の項は双極子放射には関係しないことがわかる。

(ii) $l = 1$ の項

次に、式(B.3)における $l = 1$ の項は

$$\phi_1(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2} \int \mathbf{x}' \rho'_e(\mathbf{x}') \cos \theta d^3x' = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}}{r^2} \quad (\text{B.5})$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$ 、 $\mathbf{p} = \int \mathbf{x}' \rho'_e(\mathbf{x}') d^3x'$ であり、それぞれ \mathbf{r} 方向の単位ベクトルおよび電気双極子モーメントを表している。つまり、(B.5)は電気双極子が作るポテンシャルを表している。

(iii) $l = 2$ の項

さらに、式(B.3)における $l = 2$ の項は

$$\phi_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (\text{B.6})$$

である。ここで Q は

$$Q = \int \left[(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{x}')(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{x}') - \frac{1}{3} x'^2 \right] \rho_e(\mathbf{x}') d^3x' \quad (\text{B.7})$$

であり、式(B.6)は四重極子が作るポテンシャルを表している。

次に \mathbf{A}_L (静磁場) について、

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\mu \mathbf{i}_e(\mathbf{r}) \quad (\text{B.8})$$

の特解が

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{i}_e(\mathbf{x}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}'|} d^3x' \quad (\text{B.9})$$

であることから、これについてもルジャンドル多項式を用いると、

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} \int \mathbf{i}_e(\mathbf{x}') |\mathbf{x}'|^l p_e(\cos \theta) d^3x' \quad (r > a) \quad (\text{B.10})$$

と書き表される。

(i) $l=0$ の項

式(B.10)における $l=0$ の項は電荷保存則より

$$\mathbf{A}_0 = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{1}{r} \int \mathbf{i}_e(\mathbf{x}') d^3x' = 0 \quad (\text{B.11})$$

となる。

(ii) $l=1$ の項

次に、式(B.10)における $l=1$ の項は

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \int \mathbf{i}_e(\mathbf{x}') (\mathbf{x}' \cdot \mathbf{r}) d^3x' \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \left(\int \mathbf{x}' \times \mathbf{i}_e(\mathbf{x}') d^3x' \right) \times \mathbf{r} \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{r^3} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

ここで、 $\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int \mathbf{x}' \times \mathbf{i}_e(\mathbf{x}') d^3x'$ であり磁気双極子モーメントを示すことから、(B.12) は磁気双極子が作るポテンシャルを表している。

C) 多重極放射

それぞれの双極子によるポテンシャルが導かれたので、次に放射場を見積もる。ローレンツゲージにおけるマクスウェル方程式(2.33)、(2.34)、(2.35)についてフーリエ変換を行うと、

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{A}(\mathbf{x}, \omega) = -\mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, \omega) \quad (\text{C.1})$$

$$\Delta \phi(\mathbf{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \phi(\mathbf{x}, \omega) = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho_e(\mathbf{x}, \omega) \quad (\text{C.2})$$

となる。この2式は非斉次のヘルムホルツ型方程式であるため、まずは

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \right) G(\mathbf{x}) = -\delta^3(\mathbf{x}) \quad (\text{C.3})$$

の解 $G(\mathbf{x})$ を求める。

遠方でゼロとなる特解 $G(\mathbf{x})$ は

$$G_{\text{ret}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{+i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}|} \quad (\text{C.4})$$

$$G_{\text{adv}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{-i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}|} \quad (\text{C.5})$$

である。ここで $G_{\text{ret}}(\mathbf{x})$ は遅延ポテンシャル $G_{\text{adv}}(\mathbf{x})$ は先進ポテンシャルを意味する。電磁放射を考えると、遅延ポテンシャルは場所 \mathbf{x}' において電磁波が発信され、場所 \mathbf{x} で受信される。つまり、受信される時刻は $t = t' + \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}{c}$ 。一方で、先進ポテンシャルは場所 \mathbf{x}' のアンテナに時刻 t' で電流を発生させるには電磁波を場所 \mathbf{x} から時刻 $t = t' + \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}{c}$ に発信させるという問題設定になっている。つまり、遅延ポテンシャルは物体を送信アンテナとみなすとき、先進ポテンシャルは物体を受信アンテナとみなすときに使う。今回は物質から発生する電磁放射を考えるため、遅延ポテンシャルを用いた結果を使うべきである。そこで、

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega(t-t')} \int d'\mathbf{x}' \frac{e^{i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \\ \phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega(t-t')} \int d'\mathbf{x}' \frac{e^{i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \rho_e(\mathbf{x}', t')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

を出発点とする。

次に、電荷分布 $\rho_e(\mathbf{x}, t)$ 、電流分布 $\mathbf{i}_e(\mathbf{x}, t)$ の領域が半径 a の球面内に限られているとして、 $\omega a/c \ll 1$ もしくは周期 T を使って $cT \gg a$ の場合、つまり $\omega a/c = 2\pi a/\lambda \ll 1$ という電磁波の波長が電荷分布および電流分布の存在する領域の大きさに比べてずっと大きい場合を考える。この場合の近接場を含めた電磁ポテンシャルの一般式はルジャンドル展開¹⁰をすることにより、

$$\begin{cases} \phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{(2l+1)!!} (-r)^l \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^l \left(\frac{1}{r} \langle \rho^{(l)}(t - \frac{r}{c}) \rangle\right) \\ \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l-1)}{(2l-1)!!} (-r)^{l-1} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}\right)^{l-1} \left(\frac{1}{r} \langle \mathbf{i}^{(l-1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle\right) \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

¹⁰ ルジャンドル展開の公式: $\frac{e^{i\frac{\omega}{c}|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} = i\frac{\omega}{c} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j_l\left(\frac{\omega}{c} r'\right) h_e^{(1)}\left(\frac{\omega}{c} r\right) P_l(\cos \theta)$

と書き表される。ここで、 $\langle \rho^{(l)}(t') \rangle$ および $\langle \mathbf{i}^{(l)}(t') \rangle$ はそれぞれ

$$\begin{cases} \langle \rho^{(l)}(t') \rangle = \int r'^l P_l(\cos \theta) \rho_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \\ \langle \mathbf{i}^{(l)}(t') \rangle = \int r'^l P_l(\cos \theta) \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

である。

A) $l=0$ の項

式(2.42)において $l=0$ の場合、

$$\begin{cases} \phi_0(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} \langle \rho^{(0)}(t - \frac{r}{c}) \rangle \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \\ \mathbf{A}_0(\mathbf{x}, t) = 0 \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

となり、(C.9)は(B.4)と同様に点電荷による静電場を表しているため、双極子からの電磁放射を考えるうえでは必要ない。

B) $l=1$ の項

式(2.42)より $\phi_l(\mathbf{x}, t)$ は $l=1$ のとき

$$\begin{aligned} \phi_1(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{1 \cdot 3} (-r) \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{1}{r} \langle \rho^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle \right) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\langle \rho^{(1)} \rangle}{r^2} + \frac{\langle \dot{\rho}^{(1)} \rangle}{cr} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

で与えられる¹¹。電気双極子モーメントは

$$\mathbf{p}(t) = \int \mathbf{x}' \rho_e(\mathbf{x}', t) d^3 x' \quad (\text{C.11})$$

で定義されるから

$$\langle \rho^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle = \int r' \cos \theta' \rho_e(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}) d^3 x' \quad (\text{C.12})$$

¹¹ $\frac{d}{dr} \langle \rho^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle = \frac{d(t - \frac{r}{c})}{dr} \frac{d\langle \rho^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle}{d(t - \frac{r}{c})} = -\frac{1}{c} \frac{\frac{d\langle \rho^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle}{dt}}{\frac{d(t - \frac{r}{c})}{dt}} = -\frac{1}{c} \frac{d\langle \rho^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle}{dt} = -\frac{\langle \dot{\rho}^{(1)} \rangle}{c}$

$$= \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p} \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

である。ただし、 $\mathbf{n}_0 = \mathbf{x}/r$ は \mathbf{x} 方向の単位ベクトルである (図 2-1)。そこで

$$\phi_1(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r^2} + \frac{\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{cr} \right) \quad (\text{C.13})$$

と書くことができる。次に $\mathbf{A}_l(\mathbf{x}, t)$ も(2.42)より $l = 1$ のとき

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \langle \mathbf{i}^{(0)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle \quad (\text{C.14})$$

である。ここで

$$\langle \mathbf{i}^{(0)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle = \int \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t) d^3x' \quad (\text{C.15})$$

であり、かつ

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} &= \int \mathbf{x}' \frac{\partial \rho_e(\mathbf{x}', t)}{\partial t} d^3x' \\ &= - \int \mathbf{x}' \operatorname{div}' \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t) d^3x' = + \int \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t) d^3x' \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

であることを使うと

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \dot{\mathbf{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (\text{C.17})$$

と書き表される。この場合の電磁波の放射は電気双極子放射(electric dipole radiation)を表しているので、 ϕ_1, \mathbf{A}_1 より電磁場 $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$ を求める。0において電磁ポテンシャルと電場、磁場の関係は

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \operatorname{grad} \phi(\mathbf{x}, t) \quad (\text{C.18})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \operatorname{rot} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{C.19})$$

と表されることを示した。まず \mathbf{E}_1 を求める。第1項は

$$\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \ddot{\mathbf{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \ddot{\mathbf{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (\text{C.20})$$

となる。第2項を求めるために空間微分を行うと

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} \left(t - \frac{r}{c} \right)}{r^3} \right) \\
 &= \frac{\mathbf{p}}{r^3} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r^3} \right) \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) \frac{\mathbf{x}}{r^3} \\
 &= \frac{p_x}{r^3} - \frac{3x}{r^5} \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}}{r^3} \cdot \dot{\mathbf{p}} \left(t - \frac{r}{c} \right) \times \left(-\frac{x}{cr} \right)
 \end{aligned} \tag{C.21}$$

となり、従って

$$\text{grad} \frac{\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}}{r^2} = \frac{\mathbf{p}}{r^3} - \frac{3x}{r^5} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}) + \frac{\mathbf{x}(\dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x})}{cr^4} \tag{C.22}$$

である。同様に

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x}}{cr^2} \right) &= \frac{\dot{\mathbf{p}}}{cr^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x} + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r^2} \right) \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \dot{\mathbf{p}} \right) \frac{\mathbf{x}}{cr^2} \\
 &= \frac{\dot{p}_x}{r^3} - \frac{2x}{cr^4} \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}}{cr^2} \cdot \ddot{\mathbf{p}} \left(-\frac{x}{cr} \right)
 \end{aligned} \tag{C.23}$$

となるから

$$\text{grad} \frac{\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}}{cr} = \frac{\dot{\mathbf{p}}}{cr^2} - \frac{2x}{cr^4} (\dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x}) - \frac{\mathbf{x}(\ddot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x})}{c^2 r^3} \tag{C.24}$$

である。これらの結果から電場 \mathbf{E}_1 は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_1(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\partial \mathbf{A}_1(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \text{grad} \phi_1(\mathbf{x}, t) \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left(-\frac{\mathbf{p}}{r^3} + \frac{3\mathbf{x}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x})}{r^5} \right) + \left(-\frac{\dot{\mathbf{p}}}{cr^2} + \frac{3\mathbf{x}(\dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x})}{cr^4} \right) + \left(-\frac{\ddot{\mathbf{p}}}{c^2 r} + \frac{3\mathbf{x}(\ddot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{x})}{c^2 r^3} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \left\{ \frac{1}{r^2} (3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}) - \mathbf{p}) + \frac{1}{cr} (3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}) - \dot{\mathbf{p}}) + \frac{1}{c^2} (\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{p}}) - \ddot{\mathbf{p}}) \right\}
 \end{aligned} \tag{C.25}$$

となる。一方磁束密度 \mathbf{B}_1 は

$$\left(\text{rot} \frac{\dot{\mathbf{p}}}{r} \right)_x = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\dot{p}_z}{r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\dot{p}_y}{r} \right) \tag{C.26}$$

$$= -\frac{y\dot{p}_z - z\dot{p}_y}{r^3} - \frac{y\ddot{p}_z - z\ddot{p}_y}{cr^2}$$

であるから

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, t) &= \text{rot } \mathbf{A}_1(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \text{rot} \frac{\dot{\mathbf{p}}}{r} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left(-\frac{\mathbf{x} \times \dot{\mathbf{p}}}{r^3} - \frac{\mathbf{x} \times \ddot{\mathbf{p}}}{cr^2} \right) \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi r} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \times \dot{\mathbf{p}}}{r} + \frac{\mathbf{n}_0 \times \ddot{\mathbf{p}}}{c} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

となる。以上の \mathbf{E}_1 、 \mathbf{B}_1 を \mathbf{p} 、 $\dot{\mathbf{p}}$ 、 $\ddot{\mathbf{p}}$ の三つの項に分解すると

$$\begin{aligned} &\mathbf{p} \text{ の項} \\ &(\mathbf{r}^3 \text{ の項 :} \\ &\text{near field}) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{E}_1^{(0)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}) - \mathbf{p}}{r^3} \right\} \\ \mathbf{B}_1^{(0)}(\mathbf{x}, t) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (\text{C.28})$$

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{p}} \text{ の項} \\ &(\mathbf{r}^2 \text{ の項 :} \\ &\text{intermediate} \\ &\text{field}) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{E}_1^{(1)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{(3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}) - \dot{\mathbf{p}})}{cr^2} \right\} \\ \mathbf{B}_1^{(1)}(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \times \dot{\mathbf{p}}}{r^2} \right) \end{aligned} \right. \quad (\text{C.29})$$

$$\begin{aligned} &\ddot{\mathbf{p}} \text{ の項} \\ &(\mathbf{r} \text{ の項 :} \\ &\text{far field}) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \mathbf{E}_1^{(2)}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{p}}) - \ddot{\mathbf{p}}}{c^2 r} \right\} \\ \mathbf{B}_1^{(2)}(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_0 \times \ddot{\mathbf{p}}}{cr} \right) \end{aligned} \right. \quad (\text{C.30})$$

となることがわかる。

C) $l=2$ の項

(2.42)より、 $l=2$ のときのスカラーポテンシャルは

$$\phi_2(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5}{1 \cdot 3 \cdot 5} (-r)^2 \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{1}{r} \langle \rho^{(2)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle \right) \quad (\text{C.31})$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{3} \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \langle \rho^{(2)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{3} \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \left(-\frac{\langle \rho^{(2)} \rangle}{r^2} - \frac{\langle \dot{\rho}^{(2)} \rangle}{cr} \right) \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{3} \frac{d}{dr} \left(\frac{\langle \rho^{(2)} \rangle}{r^3} + \frac{\langle \dot{\rho}^{(2)} \rangle}{cr^2} \right) \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{3} \left(-3 \frac{\langle \rho^{(2)} \rangle}{r^4} - \frac{\langle \dot{\rho}^{(2)} \rangle}{cr^3} - 2 \frac{\langle \dot{\rho}^{(2)} \rangle}{cr^3} - \frac{\langle \ddot{\rho}^{(2)} \rangle}{c^2 r^2} \right) \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{3} \left(\frac{3\langle \rho^{(2)} \rangle}{r^3} + \frac{3\langle \dot{\rho}^{(2)} \rangle}{cr^2} + \frac{\langle \ddot{\rho}^{(2)} \rangle}{c^2 r} \right)
\end{aligned}$$

となる。¹²ここで、

$$\langle \rho^{(l)}(t') \rangle \equiv \int r'^l P_l(\cos \theta') \rho_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \quad (\text{C.32})$$

である事より

$$\begin{aligned}
\langle \rho^{(2)}(t') \rangle &= \int r'^2 P_2(\cos \theta') \rho_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \\
&= \int r'^2 \frac{1}{2} (3 \cos \theta' - 1) \rho_e(\mathbf{x}', t') d^3 x' \\
&= \frac{3}{2} Q
\end{aligned} \quad (\text{C.33})$$

となる。このとき Q は

$$Q(t) = \int \left[(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{x}')(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{x}') - \frac{1}{3} x'^2 \right] \rho_e(\mathbf{x}') d^3 x' \quad (\text{C.34})$$

であり、電気四極子モーメントを表している。また、ベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\langle \mathbf{i}^{(1)} \rangle}{r^2} + \frac{\langle \dot{\mathbf{i}}^{(1)} \rangle}{cr} \right) \quad (\text{C.35})$$

¹² $\frac{d}{dr} \langle \rho^{(2)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle = \frac{d \left(t - \frac{r}{c} \right)}{dr} \frac{d \langle \rho^{(2)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle}{d \left(t - \frac{r}{c} \right)} = -\frac{1}{c} \frac{\frac{d \langle \rho^{(2)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle}{dt}}{\frac{d \left(t - \frac{r}{c} \right)}{dt}} = -\frac{1}{c} \frac{d \langle \rho^{(2)} \left(t - \frac{r}{c} \right) \rangle}{dt} = -\frac{\langle \dot{\rho}^{(2)} \rangle}{c}$

となる。ここで、

$$\langle \mathbf{i}^{(l)}(t_0') \rangle = \int r'^l P_l(\cos \theta') \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t_0') d^3 x' \quad (\text{C.36})$$

より

$$\langle \mathbf{i}^{(1)}(t - \frac{r}{c}) \rangle = \mathbf{m} \times \mathbf{n}_0 + \frac{1}{2} \left(\dot{Q} + \frac{1}{3} \mathbf{n}_0 \int \mathbf{x}'^2 \dot{\rho}_e(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}) d^3 x' \right) \quad (\text{C.37})$$

となる。ただし、ここで磁気双極子モーメント

$$\mathbf{m}(t) = \frac{1}{2} \int (\mathbf{x}' \times \mathbf{i}_e(\mathbf{x}', t)) d^3 x' \quad (\text{C.38})$$

を定義した。

ここで、 ϕ_2, \mathbf{A}_2 を Q, \mathbf{m} で書きなおす。 ϕ_2 は

$$\phi_2(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \left(\frac{3Q}{r^3} + \frac{3\dot{Q}}{cr^2} + \frac{\ddot{Q}}{c^2 r} \right) \quad (\text{C.39})$$

である。 $l=0$ の高次の項からの寄与を含めると

$$\phi_2(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \left(\frac{3Q}{r^3} + \frac{3\dot{Q}}{cr^2} + \frac{\ddot{Q}}{c^2 r} + \frac{1}{3c^2} \int \mathbf{x}'^2 \ddot{\rho}_e(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}) d^3 x' \right) \quad (\text{C.40})$$

となる。また、 \mathbf{A}_2 は

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2(\mathbf{x}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\langle \mathbf{i}^{(1)} \rangle}{r^2} + \frac{\langle \dot{\mathbf{i}}^{(1)} \rangle}{cr} \right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{n}_0}{r^2} + \frac{1}{2r^2} \left(\dot{Q} + \frac{\mathbf{n}_0}{3} \int \mathbf{x}'^2 \dot{\rho}_e(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}) d^3 x' \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{cr} + \frac{1}{2cr} \left(\ddot{Q} + \frac{\mathbf{n}_0}{3} \int \mathbf{x}'^2 \ddot{\rho}_e(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}) d^3 x' \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.41})$$

となる。磁気双極子の寄与（ \mathbf{m} で表されている部分）のみを抜き出すと

$$\phi_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (\text{C.42})$$

$$\mathbf{A}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{m} \times \mathbf{n}_0}{r^2} + \frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{cr} \right) \quad (\text{C.43})$$

となるため、(C.18)、(C.19)より

$$\mathbf{E}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial^2 \mathbf{A}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{r^2} + \frac{\ddot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{cr} \right) \quad (\text{C.44})$$

$$\mathbf{B}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \text{rot} \mathbf{A}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \text{rot} \left(\frac{\mathbf{m} \times \mathbf{n}_0}{r^2} \right) + \frac{1}{c} \text{rot} \left(\frac{\dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n}_0}{r} \right) \right\} \quad (\text{C.45})$$

と表される。まとめると、

電気双極子による電磁放射については

$$\mathbf{E}_1^{(e)}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \left\{ \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{p}) - \mathbf{p}}{r^2} + \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{p}}) - \dot{\mathbf{p}}}{cr} + \frac{\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{p}}) - \ddot{\mathbf{p}}}{c^2} \right\} \quad (\text{C.46})$$

$$\mathbf{B}_1^{(e)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi r} \left\{ \frac{1}{r} (\mathbf{n}_0 \times \dot{\mathbf{p}}) + \frac{1}{c} (\mathbf{n}_0 \times \ddot{\mathbf{p}}) \right\} \quad (\text{C.47})$$

と表され、磁気双極子による電磁放射については、

$$\mathbf{E}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi r} \left\{ \frac{1}{r} (\mathbf{n}_0 \times \dot{\mathbf{m}}) + \frac{1}{c} (\mathbf{n}_0 \times \ddot{\mathbf{m}}) \right\} \quad (\text{C.48})$$

$$\mathbf{B}_2^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \left\{ \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{m}) - \mathbf{m}}{r^2} + \frac{3\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \dot{\mathbf{m}}) - \dot{\mathbf{m}}}{cr} + \frac{\mathbf{n}_0(\mathbf{n}_0 \cdot \ddot{\mathbf{m}}) - \ddot{\mathbf{m}}}{c^2} \right\} \quad (\text{C.49})$$

と表すことができる。

参考文献

- [1] 谷村康之, “絵とき非破壊検査基礎のきそ”, 日刊工業新聞社, (2011)。
- [2] 佐野理, “連続体の力学”, 裳華房, (2000)。
- [3] 伊東紘一、入江喬介, 超音波検査入門, 医歯薬出版, (1985)。
- [4] 椎名毅, “脈管系診断における医用超音波技術の進歩,” *J Jpn Coll Angiol*, 46, 785-796, (2006)。
- [5] 佐藤 慎一, 大西 久仁彦, 杉田 周次郎, 奥田 邦雄, “超音波パルスドップラー血流計による門脈血流量の測定,” *肝臓 Vol. 28 (1987) No. 2 P 224-230* .
- [6] R. Cuingnet, O. Somphone, B. Mory, R. Prevost, M. Yaqub, R. Napolitano, A. Papageorghiou, D. Roundhill, J.A. Noble, R. Ardon, IEEE 10th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI), 768 - 771 2013.
- [7] <http://www.olympus-ims.com/jaut-flawepoch1000> オリンパスホームページ。
- [8] <http://www.hitachi-medical.co.jp/products/xrgroup3radnextaindex.html> 日立メディコホームページ。
- [9] CT と MRI 森一生 山形仁 町田好男 コロナ社 (2010)。
- [10] R. Fitzgerald, *Physics Today* 53(7), 23 (2000).
- [11] Klaas P. Pruessmann, Markus Weiger, Markus B. Scheidegger, and Peter Boesiger, *Magnetic Resonance in Medicine* 42:952–962 (1999).
- [12] K. Ikushima, S. Watanuki and S. Komiyama, *Appl. Phys. Lett.* 89, 194103 (2006).
- [13] H. Ogi, H. Hiho, and M. Hirao, *Appl. Phys. Lett.* 88, 141110 (2006).
- [14] M. Thompson, S. M. Ballantyne, L.-E. Cheran, A. C. Stevenson, and C. R. Lowe, *Analyst Cambridge, U.K.* 128, 1048 (2003).
- [15] S. Yoshida and T. Ogawa, *J. Geophys. Res.* 109, B09204 (2004).
- [16] D. A. Berlincourt, D. R. Curran and H. Jaffe, *Physical Acoustics Vol. 1, Part A*,

3. Piezoelectric and Piezomagnetic Materials, Academic Press New York and London, 1964.
- [17] 小川智哉, 結晶工学の基礎, 裳華房。
- [18] [19] J. D. Jackson, *Classical Electromagnetism* (3rd ed.), Wiley, New York, 410 (1998).
- [20] 砂川重信, 「理論電磁気学 第3版」, 紀伊國屋書店 (1999)。
- [21] H. Yamada, K. Takashima, K. Ikushima, H. Toida, M. Sato, and Y. Ishizawa Rev. Sci. Instrum. 84, (2013) 044903.
- [22] H. J. Williams, R. M. Bozorth, AND W. Shockley, Phys. Rev. Vol 75, No 1, 155-178, 1949.
- [23] Michael Frommberger, Stefan Glasmachers, Clemens Schmutz, Jeffrey McCord, and Eckhard Quandt, IEEE Trans. Magn., Vol 41, No. 10, (2005).
- [24] S. I. Oh, S. Kobayashi, Int. J. Mech. Sci. Vol. 22, pp. 583-594 (1980).
- [25] D. R. Lide, CRC Handbook of Chemistry and Physics, 87thed, CRC press. (2006).
- [26] 黒住保夫、岡野行光、西川雅弘, “オーステナイト系ステンレス鋳鋼の超音波探傷,” pp. 日本原子力学会誌 39, 4 (1997)。
- [27] R. P. Reed, C. J. Guntner, “Trans. Metall. AIME, 230, 1713,” (1964).
- [28] G. B. Olson, M. Cohen, Metall. Trans. 6A, 791, (1975).
- [29] S. S. Hecker, M. G. Stout and K. P. Staudhammer, "Metall. Trans.13A. 619," (1982).
- [30] M.Oka, T. Yakushiji, and M. Enokizono, IEEE Tran. Magn. 37 (2001) 2045-2048.
- [31] 中曽根祐司、岩崎祥史、清水徹、霞総司, “マルテンサイト変態を利用した電磁的材料評価,” 日本 AEM 学会誌 9, 2, 123 (2001)。
- [32] J. P. Bressanelli and A. Moskowitz, Trans. ASM, 59, 223 (1966) .
- [33] 田村今男, “TRIP 鋼について,” 鉄と鋼, 56, 3 (1970)。
- [34] 深瀬、江波戸、大久保、松尾, 日本金属学会誌, 32, 38 (1968)。

- [35] S. Takahashi, J. Echigoya, T. Ueda, X. Li, and H. Hatafuku, *J. Mater. Process. Tech.*, 108, 213-216 (2001).
- [36] 山田尚人、中本圭亮、生嶋健司, 日本物理学会第 64 回年次大会講演予稿集, 27pPSA-38, pp. 390 (2009)。
- [37] H. Yamada, K. Nakamoto and K. Ikushima, “Magnetic imaging by ultrasonic techniques,” *Proceedings of Symposium on Ultrasonic Electronics* 30, 57-58 (2009).
- [38] 手嶋康暁、後藤雄治、高橋則雄, “電磁現象を利用した高張力ボルトの緩み非破壊検査手法,” *Journal of JSNDI* vol. 61, No. 5, pp. 227-234.
- [39] R. M. Bozorth, *Ferromagnetism* (IEEE Press, 1951).
- [40] D. Jiles, *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials* (Taylor & Francis, 1998).
- [41] L. Vandenbossche and J. Melkebeek, *J. Appl. Phys.* 99, 08D907 (2006).
- [42] J. Clarke et.al., *J. Low. Temp. Phys.* 25, 99 (1976).
- [43] D. Drung, *Physica C* 368, 134 (2002).
- [44] K. Mackenzie, “Nine-term equation for the sound speed in the oceans,” *J. Acoust. Soc. Am.* 70(3), pp 807-812, (1981).

付録 業績リスト

関連論文

Hisato Yamada, Kazuya Takashima, Kenji Ikushima, Hiraku Toida, Michitaka Sato, and Yoshiichi Ishizawa, “Magnetic imaging by ultrasonic techniques”, Proc. of the 32nd International Acoustic Imaging Symposium. To be published in April 2014.

Hisato Yamada, Kazuya Takashima, Kenji Ikushima, Hiraku Toida, Michitaka Sato, and Yoshiichi Ishizawa, “Magnetic sensing via ultrasonic excitation”, Review of Scientific Instruments **84**, 044903(1-5) (2013).

Hisato Yamada, Kenji Ikushima, and Junichi Yotsuji, “Magnetic measurements of iron steels by using ultrasonics”, Proc. of Symposium on Ultrasonic Electronics **34**, 5 - 6 (2013) .

Hisato Yamada, Keisuke Nakamoto, and Kenji Ikushima, “Magnetic imaging by ultrasonic techniques”, Proc. of Symposium on Ultrasonic Electronics **30**, 57 - 58 (2009).

Hisato Yamada, Kenji Ikushima, and Kakeru Watanabe, “Magnetic hysteresis and magnetic flux patterns measured by acoustically stimulated electromagnetic response”, Under review for publication in Applied Physics Letters.

参考論文

1. 山田尚人、生嶋健司、四辻淳一、“超音波刺激による強磁性金属材料の磁気測定”
電気情報通信学会技術研究報告 **113**, US2013-28, pp, 31 -36 (2013)。
2. Natsumi Ohno, Hisato Yamada, Kenji Ikushima, Nobuo Niimi, and Yoshitsugu Kojima, 2012 IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings 487-490 (2012).
3. Natsumi Ohno, Miki Uehara, Hisato Yamada, Kenji Ikushima, Nobuo Niimi, and Yoshitsugu Kojima, “Acoustically Stimulated Electromagnetic Response in Bones”,
Proc. of Symposium on Ultrasonic Electronics **33**, 523-524 (2012).
4. Kazuya Takashima, Hisato Yamada, Kenji Ikushima, Michitaka Sato, and Yoshiichi Ishizawa, “Nondestructive inspection of austenitic stainless steels by detection of acoustically stimulated electromagnetic response”, Proc. of Symposium on Ultrasonic Electronics **32**, 349-350 (2011).
5. Natsumi Ohno, Yuko Kiyama, Hisato Yamada, K. Takashima, and K. Ikushima,
“Measurements of acoustically stimulated electromagnetic response from piezoelectric materials”, Proc. of Symposium on Ultrasonic Electronics **32**, 211-212 (2011).
6. 生嶋健司、山田尚人、超音波による電気・磁気測定、非破壊検査 **60**, 599 – 605 (2011).

国際会議発表

1. Hisato Yamada, Kazuya Takashima, Shun Naito, and Kenji Ikushima, “Magnetic imaging by ultrasonic techniques” The 32nd International Acoustical Imaging Symposium (AI 32), Singapore, 30 April 2013 (Oral).
 2. Hisato Yamada, Kenji Ikushima, and Junichi Yotsuji, “Magnetic measurements of iron steels by using ultrasonics”, The 34th Symposium on Ultrasonic Electronics 2013, Japan, 22 Nov. 2013 (Oral).
- Hisato Yamada, Keisuke Nakamoto, and Kenji Ikushima, “Magnetic imaging by ultrasonic techniques”, The 30th Proceedings of Symposium on Ultrasonic Electronics, Japan, 18 Nov. 2009 (Poster).

国内学会・研究会

1. 山田尚人、生嶋健司、四辻淳一、“超音波刺激による鉄鋼材の磁気測定”、応用物理学会秋季学術講演会、2013/09/17 (Oral)。
2. 山田尚人、生嶋健司、四辻淳一、“超音波刺激による強磁性金属材料の磁気測定”、電気情報通信学会、超音波研究会（物性、一般）、2013/07/29 (Oral)。
3. 山田尚人、高島和也、生嶋健司、“強磁性体の音響刺激電磁応答”、応用物理学会春季学術講演会、2013/03/28 (Oral)。
4. 山田尚人、中本圭亮、生嶋健司、“超音波による磁化分布の可視化Ⅲ”、応用物理学会秋季学術講演会、2010/09/14 (Oral)。
5. 山田尚人、中本圭亮、生嶋健司、“超音波変調を用いた磁化検出とイメージング応用”、日本物理学会 2009 年秋季大会、2009/09/27 (Poster)。
6. 山田尚人、中本圭亮、生嶋健司、“超音波による磁化分布の可視化”、応用物理学会秋季学術講演会、2009/09/07 (Oral)。

その他

1. 山田尚人,

公益財団法人 立石科学技術財団 平成 2013 年度 国際交流助成 授与

謝辞

本研究を進めるにあたり。多くの方々に御世話になりました。ここに深く感謝の意を表します。

研究活動全般にわたり格別なる御指導と御高配を賜りました指導教官の生嶋健司準教授に深く感謝しております。私が曲がりなりにも3年間で博士論文をまとめることができたのは、先生の厳しい指導のおかげであると感じています。

また、本論文を作成に当たり審査委員としてご協力いただいた、香取浩子教授、三沢和彦教授、鶴飼正敏教授、森下義隆准教授に深く感謝しております。

本研究においてサンプルの提供や有益な議論と情報交換をして頂いた JFE スチール四辻様、JFE テクノリサーチ石沢様、佐藤様、シグマックス新実様に深く感謝しております。皆様の協力が無ければ博士論文の完成にはいたらなかったでしょう。

研究活動において様々な助力を頂いた生嶋研究室の後輩の皆さんにも深く感謝しております。私が家庭の事情でまともな研究生生活を送れなかったときにも様々な手助けをして頂き支えてくれたことは本当にありがたく感じております。

研究活動費においては、立石科学技術振興財団からの御支援を頂戴しました。大変感謝しております。

最後になりますが、大学進学から博士課程まで、ありとあらゆる場面で私を温かく見守り続けてくれた両親に深く感謝いたしております。ありがとうございました。