

# 缶用硬質アルミニウム合金板の 二軸引張試験方法の開発

2014年3月

東京農工大学大学院 工学府

機械システム工学専攻

花房 泰浩

# 目次

<b>第1章 緒論</b> .....	<b>1</b>
1.1 研究の背景.....	1
1.1.1 アルミ缶の概要.....	1
1.1.2 アルミ缶の歴史.....	3
1.1.3 アルミ缶の製造.....	4
1.1.4 アルミ缶の課題.....	7
1.2 過去の研究.....	9
1.2.1 十字形試験片を用いた二軸応力試験機に関する研究.....	9
1.2.2 単軸試験機を利用した二軸応力試験に関する研究.....	11
1.2.3 二軸応力試験に適した十字形試験片形状.....	13
1.2.4 異方性降伏関数に関する研究.....	15
1.3 研究の目的.....	16
1.4 本論文の構成.....	17
参考文献.....	18
<b>第2章 十字形試験片を用いた 二軸応力試験の数値解析的検証</b> .....	<b>25</b>
2.1 はじめに.....	25
2.2 応力の算定誤差と最適ひずみ測定位置.....	26
2.2.1 応力の算定誤差の考え方.....	28
2.2.2 解析モデルおよび条件.....	29
2.2.3 最適ひずみ測定位置の検討.....	31
2.3 応力の算定誤差に及ぼす試験片諸元の影響評価および考察.....	34
2.3.1 板厚の影響.....	34
2.3.2 スリットの本数, 長さおよび幅の影響.....	36
2.3.3 腕の付け根の丸味半径の影響.....	40
2.3.4 加工硬化指数の影響.....	41

2.4	実験による解析の妥当性の確認	42
2.4.1	試験材料と試験片	42
2.4.2	二軸引張試験	42
2.4.3	二軸引張試験の結果	43
2.4.4	有限要素解析の検証	45
2.5	結論	47
	参考文献	48
<b>第3章</b>	<b>異方性材料における最適ひずみ測定位置の検討</b>	<b>49</b>
3.1	はじめに	49
3.2	解析モデルと条件	49
3.3	応力測定誤差解析	51
3.4	数値解析による二軸試験を用いた最適なひずみ測定位置の検証	55
3.5	結論	57
	参考文献	58
<b>第4章</b>	<b>薄肉超小型試験片に適した二軸引張試験方法の開発と検証</b>	<b>59</b>
4.1	はじめに	59
4.2	二軸引張試験装置の開発	60
4.2.1	単軸変位から二軸変位へ変換するリンク機構	61
4.2.2	変位比が一定となるリンク機構	62
4.3	超小型薄肉試験片を用いた二軸引張試験方法	63
4.3.1	超小型十字形試験片	63
4.3.2	標点距離の影響と応力の算定誤差	65
4.3.3	実験例と弾性域の取り扱い	67
4.4	本研究における二軸引張試験方法の妥当性評価	69
4.5	負荷経路全図の提案	74
4.6	A3104-H材の二軸引張試験	79
4.6.1	A3104-H材の負荷経路全図	79
4.6.2	等塑性仕事面	86
4.7	結論	89
	参考文献	90
<b>第5章</b>	<b>結論</b>	<b>91</b>
5.1	本研究の結論	91
5.2	今後の課題	92

謝辞.....	93
付録.....	94
A.1 異方性降伏関数.....	94
A.1.1 von Mises の降伏関数.....	94
A.1.2 Hill の 2 次降伏関数.....	96
A.1.3 Yld2000-2d の降伏関数.....	99
A.2 各種条件における応力測定誤差の分布.....	101
A.2.1 標準条件における応力測定誤差の分布.....	101
A.2.2 十字形試験片板厚 $t_0$ が応力測定誤差の分布に及ぼす影響.....	102
A.2.3 十字形試験片スリット本数 $N$ が応力測定誤差の分布に及ぼす影響.....	103
A.2.4 十字形試験片スリット長さ $L$ が応力測定誤差の分布に及ぼす影響.....	104
A.2.5 十字形試験片スリット幅 $w_s=0.5\text{mm}$ のときの応力測定誤差の分布.....	105
A.2.6 十字形試験片腕の付け根の丸味半径が応力測定誤差の分布に及ぼす影響.....	106
A.2.7 十字形試験片素板の加工硬化指数が応力測定誤差の分布に及ぼす影響.....	107
A.2.8 材料モデルが応力測定誤差の分布に及ぼす影響.....	108
A.3 十字形試験片の寸法公差に関する検討.....	110
A.3.1 スリット端の距離が応力の算定誤差に及ぼす影響.....	110
A.3.2 短冊幅が応力の算定誤差に及ぼす影響.....	112



# 第 1 章

## 緒 論

### 1.1 研究の背景

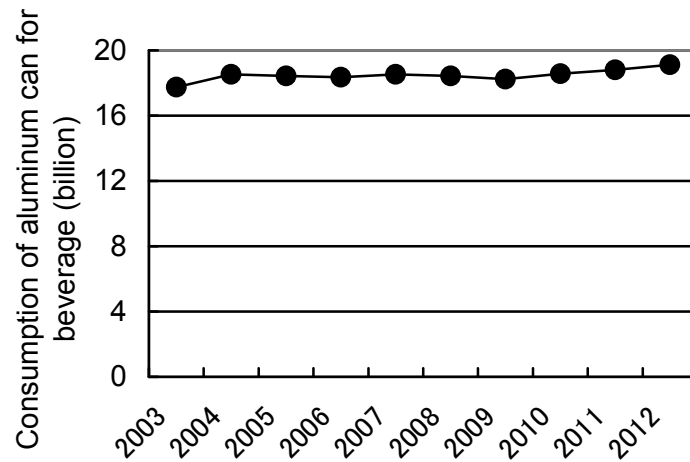
#### 1.1.1 アルミ缶の概要

飲料用アルミニウム缶（以下アルミ缶）の国内消費量は **Fig.1.1.1.1** に示すように年間 180 億缶を超えており[アルミ缶リサイクル協会, 2013], 最近 10 年間のアルミ缶の国内消費量は現在も少しずつ増加している。アルミ缶は長期保存性, 遮光性, 衛生性, 安全性, 流通性, またはリサイクル性に優れ[永田, 2005; 日本缶詰協会, 2007], 広く市場に受け入れられており, 世界的にみてもその需要は引き続き増すものと考ええる。

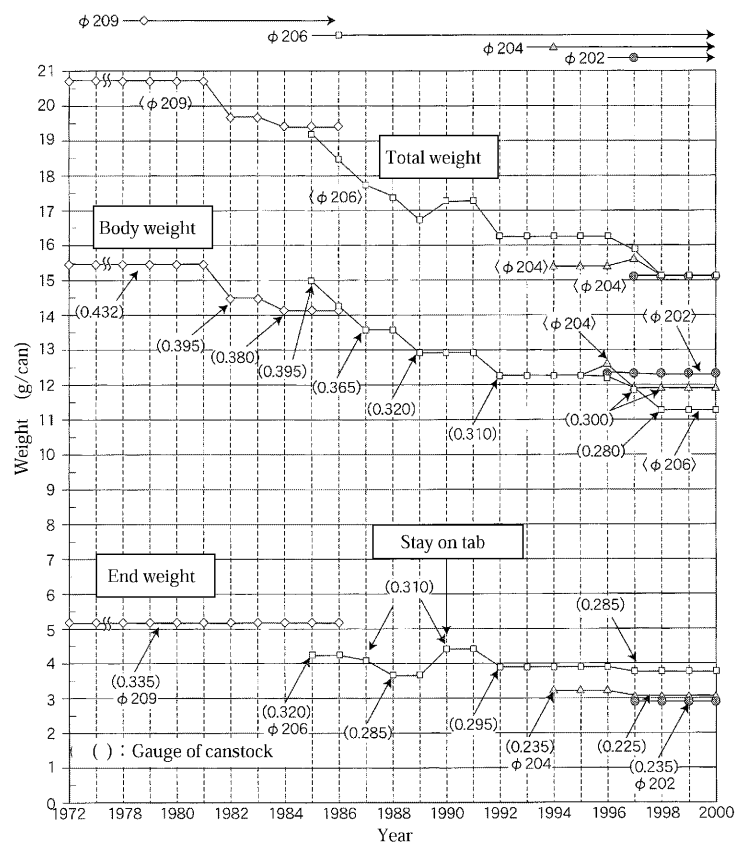
アルミ缶消費量増加の一方で, 省資源・省エネルギーの観点から, 高強度材による薄肉軽量化が進められているが, 素材強度を上げることは一般的に成形性を低下させる。これを補うために高強度となるアルミ缶形状の開発[Knap, 1996; 鈴木ら, 2005]による軽量化も取り組まれている[竹内, 1994]。

**Fig.1.1.1.2** に示すように 2000 年のアルミ缶を 1970 年代のそれと比較すると, アルミ缶胴部材で約 35%, アルミ缶蓋部材で約 30%の軽量化が達成されている[小出ら, 2005]。10 年以上経った現在も引き続き軽量化は取り組まれているものの, 国内外の動向を見ると, 間もな

く軽量化は限界に達し、生産性の向上の方がより重要視されるようになって見られている[横井ら, 2010].



**Fig.1.1.1.1** An annual consumption of aluminum can for beverage in Japan [アルミ缶リサイクル協会, 2013].



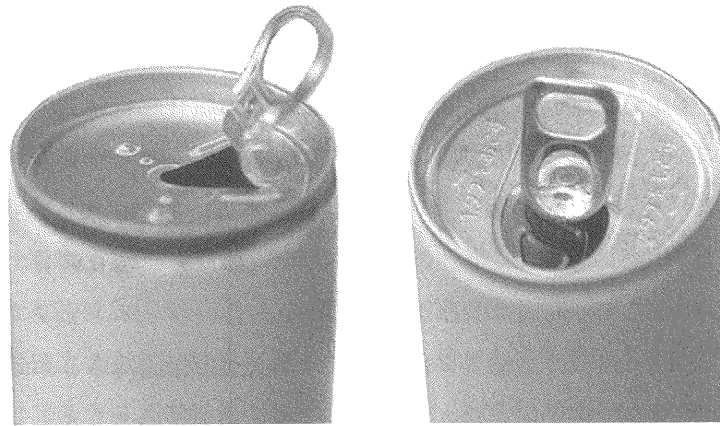
**Fig.1.1.1.2** Trend of aluminum can weight and can stock for beer product. Values in parentheses indicate a thickness of can stock. Numbers behind  $\phi$  indicate an approximate diameter of can lid in inch unit [小出ら, 2005].

### 1.1.2 アルミ缶の歴史

1795年、フランス人のNicolas Appertは過熱による食品保存の研究を始め、1804年に密封ガラス瓶に食物を保存することに成功した。しかし当時のガラス瓶は高価であり、砕けやすいことが問題であった。1810年、英国人のPeter Durandが缶胴、蓋、底蓋をはんだ付けするブリキの3ピース缶による食物貯蔵法を考案し、英国特許を取得した。これをJohn HallとBryan Donkinが譲り受け、1812年、世界初の缶詰工場が誕生している。その後、1847年、Allen Taylorは缶胴と蓋からなる2ピース缶を開発した[平野, 1980; 日本缶詰協会, 1987 & 2002 & 2007]。この製造には絞り加工による技術と、絞り・再絞りによる技術の2種類があり、設備費が少ないという利点はあったものの、生産速度が低く、材料歩留りが低いため、当時飲料用容器としてはほとんど利用されなかった。

一方、1869年、缶胴をはんだ付けする製胴機が発明され、1876年にはHoweが底蓋をはんだ付けする自動機を製作した。1888年にはCharles Amsが密封機能を担うラバーリングに代わる液状ゴムを発明し、容器生産性の高いシーリングコンパウンドの基礎を築いた。1901年にはAmerican Can Corporationにより円筒形の二重巻締めされた缶であるサニタリー缶を供給し始めた。1963年にAlcoa社がイージーオープンエンドを開発し、1965年には、インパクトエクストルージョン法という加工技術により、ようやくビール用2ピースアルミ缶がCoors社より発売された[日本缶詰協会, 2002 & 2007]。なお、現在のアルミ缶の加工方法であるドローアンドアイアニング法(Drawing and Ironing Method)は1955年にカイザー社により開発されており、この加工方法によるアルミ缶が初めてビールに採用されたのは1968年であった。

国内の缶詰製造は1871年、松田雅典によるイワシの油漬缶詰に始まる。1951年、ジュース缶詰が国内で初めて販売されたのは、カゴメの200gトマトジュース、愛媛青果連のオレンジジュースであった。1965年にプルトップを付けたアルミ製のイージーオープンエンド(**Fig.1.1.2**)が登場したものの、缶胴はスチール缶であった。日本初のオールアルミニウム缶は1971年に実用化され、1990年にステイオンタブ式の蓋が採用されている[日本缶詰協会, 1987 & 2000 & 2007; 小出ら, 2005]。リシール機能を持つPETボトルに対抗して、2000年にはボトル缶が登場した。遮光性、耐酸素透過性に加え、PETボトルの持つリシール機能を付加したボトル缶は飛躍的に拡大を続けている[小出ら, 2005; 鈴木ら, 2005]。



(a) Pull top type

(b) Stay on tab type

**Fig.1.1.2 Easy open end**[日本缶詰協会, 2007].

### 1.1.3 アルミ缶の製造

アルミ缶は、**Fig.1.1.3.1(a)**に示す再栓機能の無いアルミ缶（以下アルミ缶）と、**Fig.1.1.3.1(b)**に示す再栓機能を有するアルミニウムボトル缶（以下ボトル缶）に大別できる。



(a) Non-resealable aluminum can

(b) Resealable aluminum bottle can

**Fig.1.1.3.1 Aluminum can.**

アルミ缶の胴部は、硬質アルミニウム-マンガン合金の一つである 3104-H19 合金の板厚約 0.3mm の薄板材から **Fig.1.1.3.2** に示すように深絞り加工，絞り・しごき加工(Drawing and Ironing: DI)，口絞り加工などを経て成形される[日本アルミニウム協会, 2009]。また，アルミ缶の蓋部はアルミニウム-マグネシウム合金の一つである 5182-H39 合金の板厚 0.3mm 以下の薄板材から作られる。

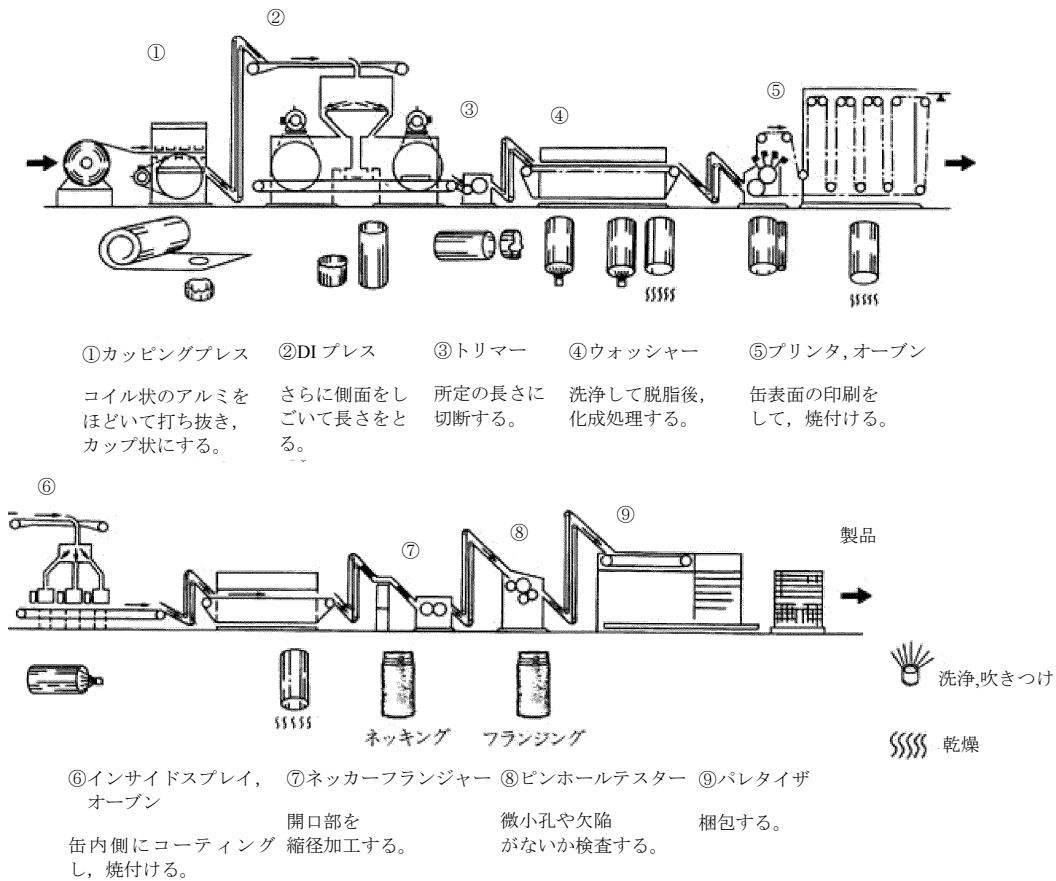


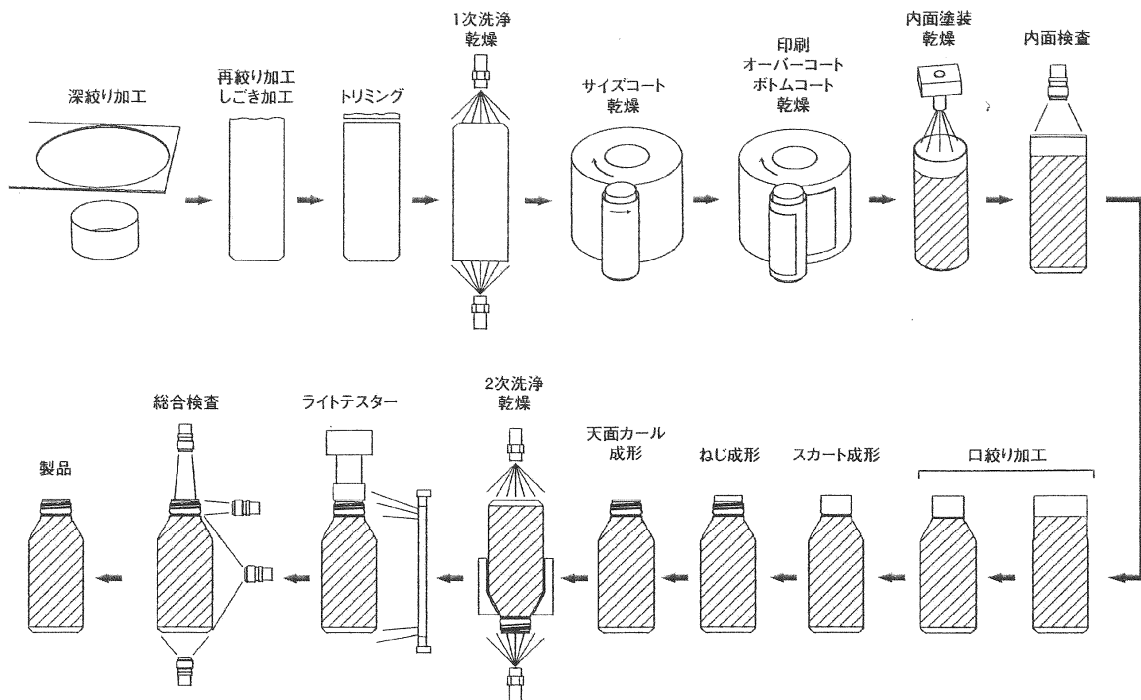
Fig.1.1.3.2 Production process of aluminum can body [日本アルミニウム協会, 2009].

蓋部は Fig.1.1.3.3 に示すように缶胴部の開口端であるフランジ部と巻き締められるカー  
ルを成形するカーリングなどを経て成形される[鈴木ら,2005].

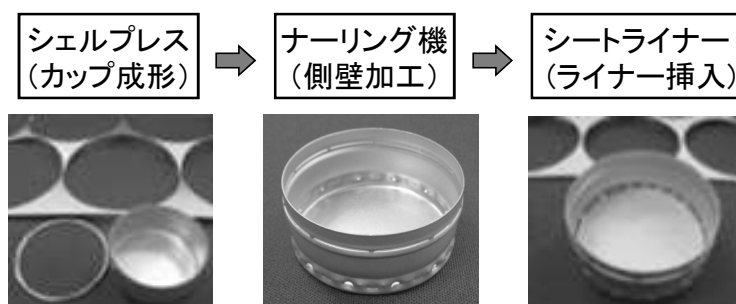
No.	成形加工内容	形状
1	ブランキング	ブランク
	シェル成形	アンカーンシェル
2	カーリング	カーン シェル
3	コンパウンド ライニング	コンパウンド
4	リベット成形 タブ成形 スコア成形	タブ リベット エンド

Fig.1.1.3.3 Production process of aluminum can end [鈴木ら, 2005].

ボトル缶の胴部もアルミ缶とほぼ同等の合金板を素板とし、**Fig.1.1.3.4**に示すようにアルミ缶胴部の絞り・しごき加工まではアルミ缶と同じ加工を施し、その後は絞り比の大きい口絞り加工、スカート成形、ねじ成形が施される[伊藤; 2003]。ボトル缶の蓋部に当たるアルミキャップは5151-H19合金の板厚0.25mm程度の薄板材からカップ成形、裾端部と切り離すことを可能とするスリット加工、密封性を担う樹脂の挿入などを経て成形される(**Fig.1.1.3.5**参照)[山口ら, 2013]。



**Fig.1.1.3.4** Production process of aluminum bottle can body [伊藤; 2003].



**Fig.1.1.3.5** Production process of aluminum cap for bottle can [山口ら, 2013].

これらの缶胴、缶蓋などは飲料メーカー、あるいは飲料メーカーから委託を受けた業者へ運搬され、飲料の充填、二重巻締め、あるいはキャップを被嵌され、市場で流通する[軽金属学会, 2001; 山口ら, 2013]。

#### 1.1.4 アルミ缶の課題

少品種大量生産の工業製品として代表的な例であるアルミ缶やボトル缶の胴部は、しごき加工時の割れや、ボトム成形時および口絞り時のしわといった成形不良の発生率を低く抑えることが肝要である[Betts, 1996; Knap, 1996; 川島, 1990; 藤倉, 1990; 田尻, 1995; 正田, 1998; 稲葉, 2000; 日比野, 2002]. 充填工場では搬送時における充填前のアルミ缶胴部の打ち傷や巻締め時に負荷する軸荷重による座屈の防止が最重要事項となる[上島; 1997]. また、充填されたアルミ缶やボトル缶は消費者に届くまでは、例えば輸送時における過剰な振動や落下による突起物への接触といった流通過程における不適切な取り扱い、高温下での放置や冷蔵庫における保管によって缶胴側壁部への過剰な負荷による破断および内容物の漏洩が懸念される[竹内, 1994; 永田, 2005; 桑原ら, 2008]. 前述の薄肉化要請に対応すると同時に、薄肉化に伴い悪化する成形不具合の発生率を抑制する必要がある。

さらに、製品差別化のための意匠としてアルミ缶の側壁部やボトル缶の肩部に凹凸形状を加工することを求められる場合がある[軽金属学会, 2001; 小出ら, 2005; 鈴木ら, 2005, 西山ら, 2006]. 意匠を目的とした凹凸形状は多くの場合アルミ缶の強度を低下させるため、厚肉化や素板強度の向上により補強する必要がある。

胴部同様にアルミ缶の蓋部も薄肉軽量化を求められ、また、製品輸送時に受ける振動を原因とする飲み口部の破壊による漏洩や、夏場に車中に放置したアルミ缶の内圧上昇による飲み口の飛散等が課題となる。アルミキャップにおいてもアルミ缶の蓋部同様、高温下への放置や内容物の変敗による缶内圧の上昇を原因とするキャップの飛散が課題となる。キャップの薄肉化に当たってはボトル缶への低下する嵌合力の維持が必要である。

製缶プロセスから見た薄肉化への対応としては、加工条件の適正化や加工工程の再設計[Smith, 1994]が進められている。また、製缶プロセスから素材を見た視点では、成形破断しないこと、耳率が小さいこと、加工傷が発生しないこと、寸法形状の変動がないこと、高速製缶の支障にならないことが挙げられている[野口, 1988].

以上のように、アルミ缶は薄肉化や形状の複雑化に対応すると同時に、世界的に見ても極端に厳しい国内飲料メーカーの品質要求[永田, 2005 ; 西山ら, 2006]に応えることが必要である。このように多くの要求事項を考慮し、軽量化を実現するためには、素板の材料特性だけでなく、製品としてのアルミ缶の材料特性を把握した上で適切な形状設計や加工プロセス設計をしなければならない。

アルミ缶胴側壁部の破壊特性については、小林ら[2003 & 2004 & 2005 & 2006]や菅原ら[2007]が外部から突き刺す突起物形状の影響や材料特性との関係を調査している。また Hackworth ら[2000]は亀裂を入れた缶胴側壁部の材料を用いて応力拡大係数の影響が大きい

ことを示している。このように、缶胴側壁部の材料特性については断片的には研究があるものの、体系的に研究されていない。

これに対して、桑原ら[2008]は任意の応力・ひずみ経路を円管材に負荷することができる軸力-内圧型二軸応力試験機を用いて、アルミ缶側壁部の強度は円周方向位置により異なるという Fig.1.1.4 に示す結果を得、アルミ缶側壁部の変形特性や破断挙動の異方性を明らかにした。この試験方法において測定される缶体の塑性変形特性は、缶体軸方向中央部のそれであり、かつ円周方向に平均化された測定値である。しかし、Fig.1.1.5 に示すように塑性異方性を持つ圧延板から DI 加工によって成形されるアルミ缶の場合、側壁の機械的特性は円周方向および缶軸方向のいずれの位置においても異なる塑性変形特性を持つ。よって上記の試験方法は、缶体の局所的な塑性変形特性の異方性評価方法としては十分ではない。

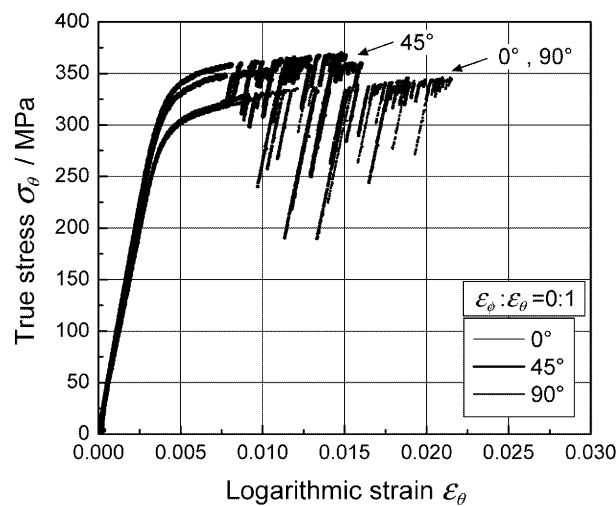


Fig.1.1.4 Stress-strain curves observe at circumferential positions in plane-strain tension tests with  $\varepsilon_\phi : \varepsilon_\theta = 0:1$  [桑原ら, 2008].

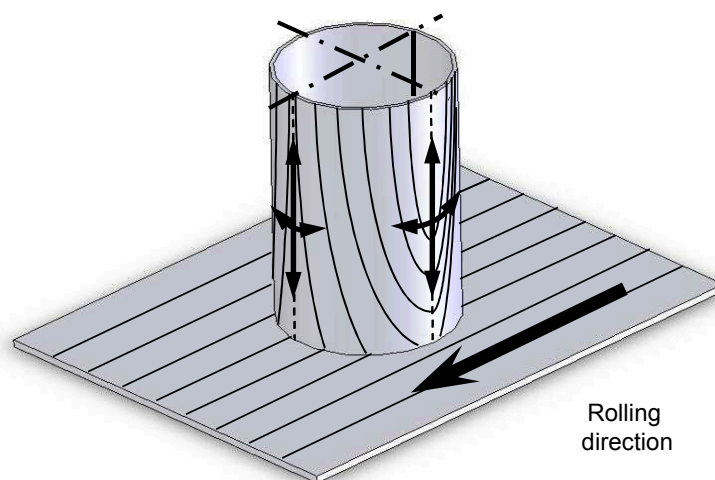


Fig.1.1.5 Rolling direction on aluminum can wall.



一方で、桑原ら[1998]によって提案された十字形試験片を用いる方法がある。この方法を用いれば、試験片を小型化することで二軸応力下での局所的な塑性変形特性を測定することができる。しかしながら、アルミ缶側壁部から切り出す試験片は、加工硬化が小さいため最適な試験片形状の検討が必要である。また、この試験片は小型・薄肉であるため、ひずみゲージの剛性や強度が測定される試験片の剛性や強度に影響を及ぼさないよう、他のひずみ測定方法が必要不可欠である。

また、一般に十字形試験片を用いる二軸応力試験には直交する二軸負荷を制御する特殊な専用試験機が必要となる。しかし、このような専用機は、主として航空機産業や自動車産業といった鉄鋼を扱う業界や、これを支える大学を中心とする研究機関での使用が主であるため、二軸応力試験は規模の小さいアルミ缶業界での普及は依然として進まず、アルミ缶で用いる硬質アルミニウム薄肉材に適した二軸応力試験方法を検討した例は見当たらない。

## 1.2 過去の研究

### 1.2.1 十字形試験片を用いた二軸応力試験機に関する研究

薄板の十字形試験片を用いる二軸引張試験については、Hannon ら[2008]によってまとめられている。これを踏まえ初めに自立型の二軸引張試験機について **Fig.1.2.1** を用いて説明する。

Makinde ら[1992]によって設計された Fig.1.2.1(a)に示す二軸試験機は、いずれの軸にも対向する油圧式アクチュエータが使われており、水平設置型の一般的な二軸試験機と言える。Fig.1.2.1(b)に示す Boehler ら[1994]が開発した二軸試験機は、縦置きに設置され、4つのピストンにより駆動する。縦置きであるために、水平設置型よりも設置スペースを確保しやすく、また、フレームの両側からアクセスでき、レーザー式やビデオ式によるひずみ測定を可能としている。Gozzi ら[2005]は Fig.1.2.1(c)に示すヒンジ型の腕部を用いた特殊な構造の二軸試験機を開発した。この試験機では引張試験だけではなく、試験片のひずみ測定領域の周囲を支持板で保持することによって圧縮試験も可能としている。桑原ら[1998]が開発したサーボ型の新たな二軸引張試験装置を Fig.1.2.1(d)に示す。それぞれの油圧源を持つシリンダはそれぞれがサーボにより独立して制御されている。これまでの試験機よりも更に測定精度を高めるために、白鳥ら[1967]が考案したパンタグラフ型のリンク機構を使い、試験中においても試験片の中心は装置の中心と一致している。この他にも同様の二軸試験機が開発され、また様々な材料が評価されている[Kuwabara ら, 2002; Naka ら, 2004; Wu ら, 2005; Naka ら, 2007; Uemori ら, 2007; Avril ら, 2008; Cooreman ら, 2008; Verma ら, 2011; 伊藤ら, 2003; 桑原ら, 2006 & 2009;

伊敷ら, 2009; 上森ら, 2009; 北山ら, 2011].

十字形試験片を用いる二軸試験機は、動的破壊試験[Shimamoto ら, 2003]やクリープ試験[Samir ら, 2006]などに使われ、また、金属板材以外では樹脂膜[Welsh ら, 2002]、繊維強化複合材料[Ohtake ら, 1999; Smits ら, 2004]あるいは細胞組織[Stephen ら, 2002; Waldman ら, 2002]に用いられている。

上述の二軸試験機は独自に駆動源を有し、応力制御やひずみ制御が可能であるため、一般的に高価であり、産業界にとっては容易に導入可能な試験機ではない。

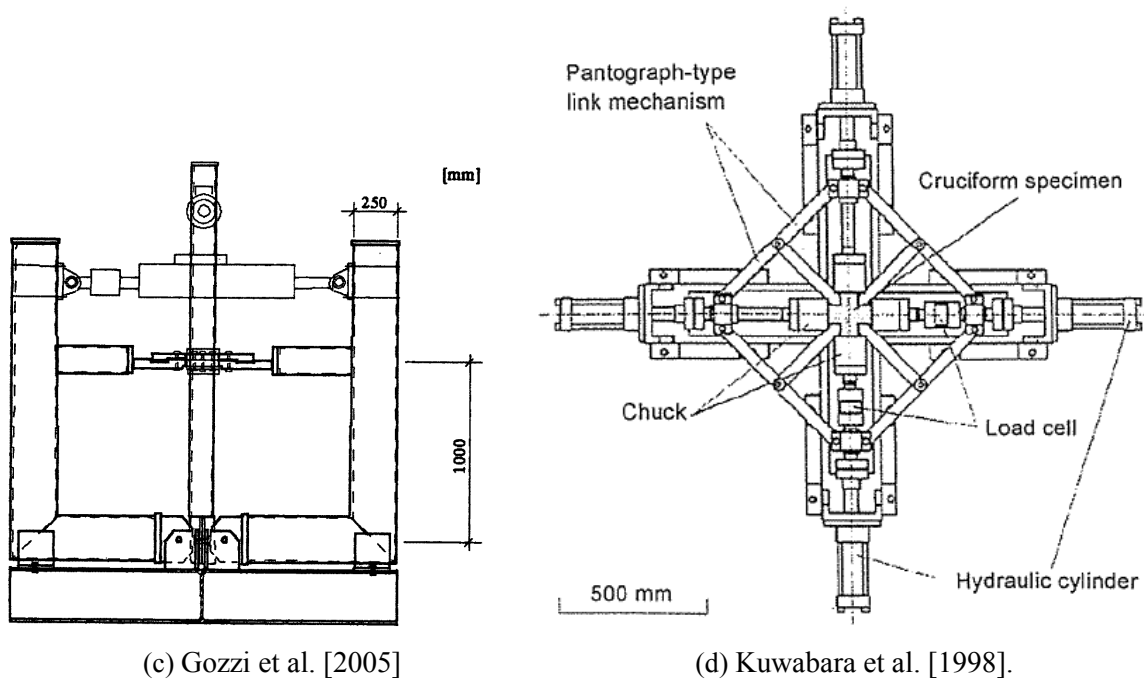
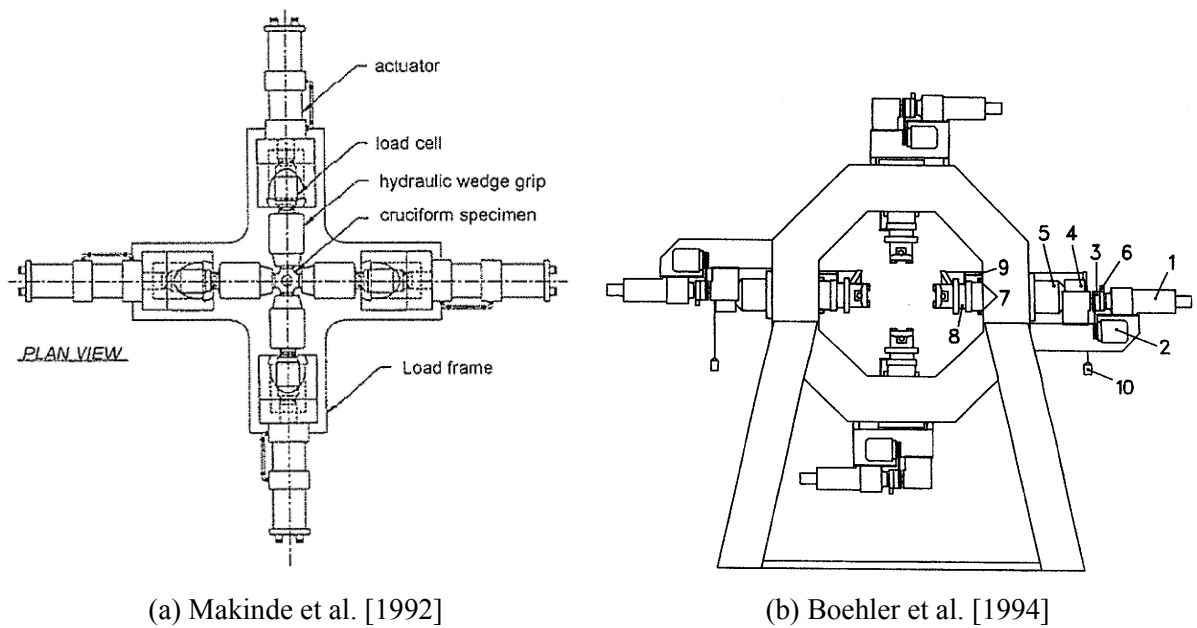


Fig.1.2.1 Various types of biaxial testing machines for cruciform specimen.

## 1.2.2 単軸試験機を利用した二軸応力試験に関する研究

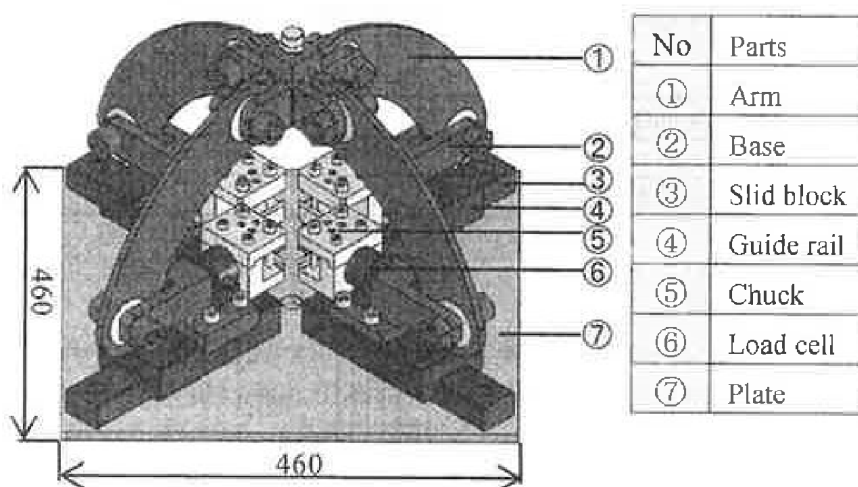
専用試験機の製作費は非常に高価であるため、単軸の引張り試験機や圧縮試験機のような汎用の既存機に取り付ける二軸試験装置が開発されている。Ferron と Makinde[1988]によって開発された引張り試験機を利用するリンク機構装置を Fig.1.2.2.1(a)に示す。8つのリンクを用いることによってクロスヘッドの垂直動作だけではなく、水平方向の動作も加えることが可能となる。Lin ら[1995]が開発した Fig.1.2.2.1(b)に示す二軸試験装置は、試験中に試験片中心が垂直方向に移動しないように、バネを介して二本の横棒に装置本体を吊り下げている。Fig.1.2.2.1(c)に示す Hoferlin ら[2000]によって設計された装置は取り外し可能な油圧式アクチュエータを備え、水平・垂直方向のいずれにもロードセルと調芯機能を備えている。ドイツの Fraunhofer Institute [2013]は圧縮試験機を用いるリンク機構による二軸試験装置を開発した。Fig.1.2.2.1(d)に示すこの装置は、試験片の伸びを測定するためにカメラを用いる。Abu-Farha ら[2009]はこれまでのリンク機構による二軸試験装置と異なり、Fig.1.2.2.1(e)に示すラックアンドピニオンを利用した装置を開発した。単軸引張り試験機に取り付けるこの装置では、二つの軸の変位比はギア比を変えることによって変更可能となる。

国内では Fig.1.2.2.2 に示す永安ら[2009]や渡邊ら[2010]が圧縮試験機を用いた二軸試験装置を開発しており、汎用の単軸試験機による二軸試験を可能とした。

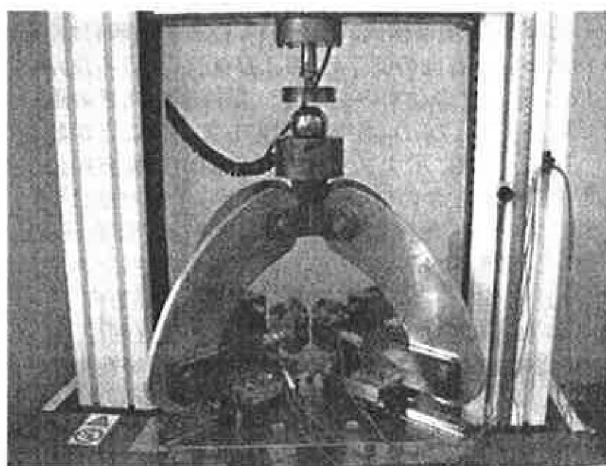
これらの他にも Terriault ら[2003]によって、単軸試験機に取り付ける二軸試験装置が開発されているが、これは Fig.1.2.2.1(a)の装置に類似する。

しかしながら、これらの装置は高張力鋼板等を対象とした大きな荷重容量の試験装置であり、薄肉材の小型試験片を対象としていない。そのため、薄肉かつ低強度材へのひずみゲージの貼り付けによる見掛けの材料強度への影響は考慮されていない。また、近年ではひずみゲージに代わり、CCD カメラを用いた測定や、デジタル画像相関法を用いたひずみ計測も行われてはいるが、小型試験片の小さな測定領域における実施例は見当たらない。





(a) Apparatus by Nagayasu et al. [2009].



(b) Apparatus by Watanabe et al. [2010].

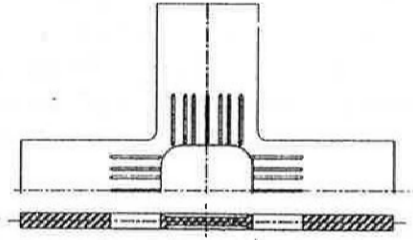
Fig.1.2.2.2 Various types of biaxial tensile testing apparatuses in Japan.

### 1.2.3 二軸応力試験に適した十字形試験片形状

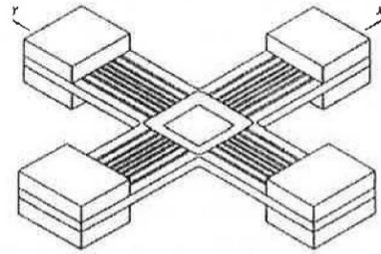
初めに、桑原[2007]によって詳細に整理されている金属板材の二軸応力試験に適した十字形試験片の例を Fig.1.2.3 に示す。

Fig.1.2.3a[Ferron ら, 1988; Makinde ら, 1992]と b[Demmerle ら, 1993; Boehler ら, 1994]に示す十字形試験片の測定領域は周辺よりも板厚が薄い。数 mm しかない板材を使って、この形状を作り出すことは容易ではない。Fig.1.2.3c [Hoferlin ら, 2000]に示す十字形試験片は薄い金属板材であり矩形の測定部分に幾つかの棒を溶接している。しかしながら、このような試験片の製作には時間が掛かる。Fig.1.2.3d[白鳥ら, 1967]と e[Müller ら, 1996]に示す十字形試験片は明確な測定領域が無いいため、二軸応力成分を正確に定めることが困難である。

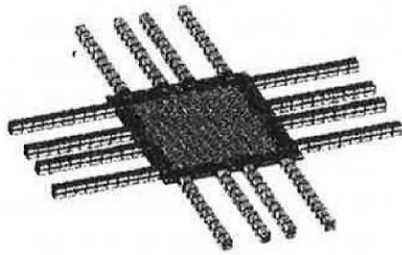
これに対し、桑原ら[1999]は Fig.1.2.3f に示す十字形試験片を使って、弾塑性等方材料を仮定した有限要素法解析を用いて、応力の測定誤差について検討しており、高々3%程度であると論じている。



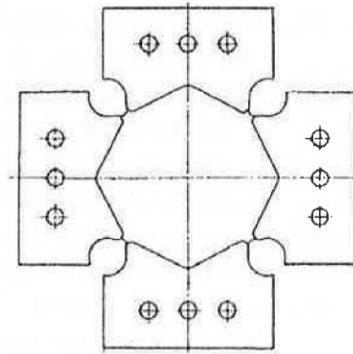
(a) Ferron and Makinde [1988],  
Makinde et al. [1992]



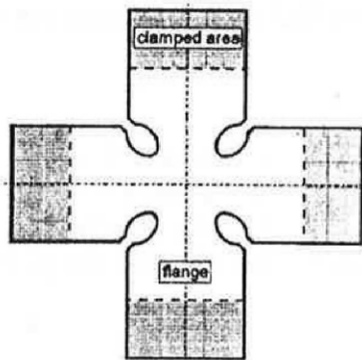
(b) Demmerle and Boehler [1993],  
Boehler et al. [1994]



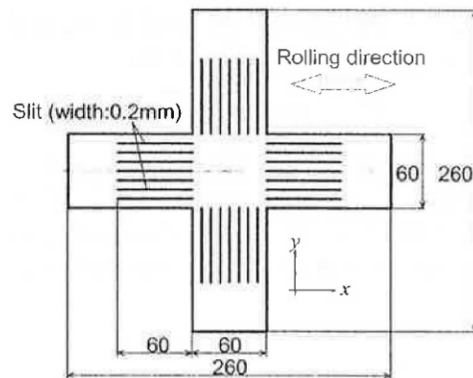
(c) Hoferlin et al. [2000]



(d) Shiratori and Ikegami [1967]



(e) Müller an Pöhlandt [1996]



(f) Kuwabara et al. [1998]

**Fig.1.2.3** Various types of cruciform specimens.

薄板金属材料の塑性変形挙動を測定するために、これまでに多くの十字形試験片が提案されているが、桑原ら[1999]によって提案された Fig.1.2.3f に示す十字形試験片が、最も簡便に製作可能な試験片であり、かつ精度良く測定できる。この十字形試験片を用いて、IF 鋼板、5000 系アルミニウム合金板の O 材、純チタン板などに関する二軸引張試験が実施されている



[Kuwabara ら, 1998; 桑原ら, 2000 & 2006; 池田ら, 2004; 箕田ら, 2004; 山田ら, 2005; 伊敷ら, 2009; Kimura ら, 2009;].

しかしながら、この十字形試験片であっても検討された測定誤差は等二軸状態における誤差であり、荷重比あるいは応力比を変化させた条件の検討は不十分である。また、本十字形試験片は数 mm 程度の厚みのある加工硬化材を対象としており、加工硬化が小さく、10mm 四方程度の極めて小さな応力測定領域となる薄肉材に対する検討は行われていない。

#### 1.2.4 異方性降伏関数に関する研究

材料試験によって得た測定値を表現できる適切な降伏関数によって高精度な有限要素解析が可能となる。von Mises の降伏関数[1913] (付録 A.1.1 参照) は、等方性材料の降伏関数として多くの解析で用いられている。しかし、現実の産業界で用いられる材料の特性は、本研究で対象とするアルミ缶用板材のように異方性を有する。そのため、高精度の変形挙動を予測するためには異方性を考慮した降伏関数が必要不可欠である。板成形を対象とした平面応力場の異方性降伏関数については、日本塑性加工学会発行の文献[2004]に詳細にまとめられている。

現在、広く用いられている異方性降伏関数の一つが、von Mises 降伏関数を拡張した Hill の二次降伏関数[1948] (付録 A.1.2 参照) である。しかし、Pearce[1968]は、 $r < 1$ であっても等二軸引張方向応力  $\sigma_b$  と圧延方向単軸引張応力  $\sigma_0$  の比が  $\sigma_b / \sigma_0 > 1$  となる例を実験によって示し、Hill の二次降伏関数では表現できないこの現象を"anomaly"と表現した。さらに、後藤[1978a, 1978b]は、Hill の二次降伏関数では円筒深絞りのシミュレーションにおいて六つ耳や八つ耳を表現できないことを指摘し、新たに四次の降伏関数を提案し、"anomaly"を表現できるこの降伏関数の有効性を示した。しかし、後藤の四次降伏関数は、関数の凸性が保証されておらず、パラメータによっては降伏曲面に凹が表れることが指摘されている[桑原ら, 1998]。Hosford ら[1980]は、上界法に基づく結晶塑性解析により、応力の主軸と異方性の主軸が一致する場合の降伏曲面を計算し、その形状を近似する降伏関数を提案した。この関数では次数  $M$  を材料パラメータとして、FCC 金属では 8~10、BCC 金属に対しては 6 を推奨している。しかし、Hosford の降伏関数は"anomaly"を表現できず、また、せん断応力成分を有していないため、有限要素解析に用いることができない。

現在、平面応力問題を対象とする有限要素解析において最も広く用いられている異方性降伏関数は Barlat らが提案した Yld2000-2d[2003] (付録 A.1.3 参照) である。この関数で用いている 8 つの異方性パラメータを求めるために、8 つの材料特性値を必要とする。本研究では、実験結果を精度よく表現できる事例[桑原ら,2006]の多い Yld2000-2d を用いることとする。

### 1.3 研究の目的

板材成形一般における材料特性については、かつては実験の容易さから、単軸応力状態での特性を元にして議論されてきたが[宮川ら, 1963; 伊藤ら, 1992], 現在では実際に材料が受ける負荷状態での材料特性を把握するためには多軸応力場による材料試験方法で評価するべきである[桑原, 2013]という認識が広まりつつある。

Green ら[2004]は、1145 アルミニウム合金の十字形試験片において二軸のひずみ比を変えた実験から得た応力-ひずみ曲線をシミュレーションの結果と比較し、概ね一致すると論じたが、定量的な結論ではない。Stoughton ら[2005]は、Yld2000-2d でモデル化した 6016-T4 アルミニウム合金の材料特性を用いて円筒深絞りに関する成形限界の評価方法について論じている。Yoon ら[2004 & 2011]はアルミニウム合金板 Al-5wt.%Mg や 6016-T4 を対象として、 $r$  値や深絞り成形における耳の発達について実験値とシミュレーション結果を比較しており、Yld2000-2d が非常に良く一致することを示している。これらで検討された材料はアルミ缶胴用の材料ではない。

本研究の対象であるアルミ缶用材料の特性を対象とした研究もなされているが[阿部ら, 1985; 土田ら, 1990; 横井ら, 1995; 山田ら, 2005; 鈴木ら, 2006], いずれも単軸引張試験あるいは硬さで評価した結果により多軸場での変形を論じている。Kikuta ら[1998a & 1998b & 1999 & 2000]はアルミ缶の口絞り加工における材料の変形挙動について検討しているが、口部の板厚および硬さとの関連を述べるにとどまり、多軸応力場による試験は行われていない。また、アルミ缶材と同じアルミ合金について十字形試験片を用いた二軸応力試験による研究が行われているが[MacEwen ら, 1992 & 1993], アルミ缶用材料よりも厚い板材を研究対象としており、缶材とは同じ材料特性とは言い難い。アルミ缶用板材の厚さはわずか 0.3mm であること、加えて加工硬化が小さいことが、アルミ缶材の二軸応力試験を困難にしている。Dick ら[2008]は、アルミ缶の缶底成形に発生するしわにおよぼす材料特性の影響をシミュレーションを用いて調査しているが、実験により定めた材料モデルではなく、仮想的な材料モデルを用いて検討している。Yoon ら[2008]は二つの異なる金型によって成形したカップの寸法から材料特性を定める方法を提案しているが、詳細が不明である。

そこで、本研究では、二軸引張応力下におけるアルミ缶用の硬質薄板材の塑性変形特性を明らかにすることを目的とする。そのために、桑原らによって提案された十字形試験片を用いる二軸応力試験において、応力の測定精度を向上させる試験片形状および試験法を開発し、さらに産業界で利用可能な簡便な試験方法を提案する。詳細を以下に記す。



- ・応力測定精度の向上については、応力測定誤差を最小とするひずみ測定位置を提案し、この測定位置が等方性材料に限らず、異方性材料であっても適用可能な位置であることを数値解析によって示す。
- ・加工硬化の小さい薄肉材においても塑性域まで測定可能な十字形試験片形状を提案する。
- ・簡便な試験装置については、汎用の単軸引張試験機を駆動源とする二軸引張試験装置、およびシステムを開発する。本試験システムを用いて、飲料用アルミ缶の素板である硬質アルミニウム A3104-H 材を塑性域まで測定できることを示す。
- ・開発したチャック変位比一定型試験装置を用いた二軸引張試験の結果を表示する方法として負荷経路全図を提案する。

## 1.4 本論文の構成

第 1 章「緒論」では、本研究に関わる背景を述べ、その後、十字形試験片を用いる二軸応力試験に関するこれまでの研究を概観し、本研究の目的と意義を明らかにする。

第 2 章「十字形試験片を用いた二軸応力試験の数値解析的検証」では、十字形試験片の有限要素法解析を用いて応力の測定誤差を最小とするひずみ測定位置を提案する。次に、試験片諸元が応力の測定誤差に及ぼす影響を示すと共に、諸元が応力測定部において到達し得る最大塑性ひずみに及ぼす影響について述べる。

第 3 章「異方性材料における最適ひずみ測定位置の検討」では、第 2 章で述べたひずみ測定最適位置が、異方性材料でも適用可能であることを示す。また、実験との比較により解析結果のひずみ分布の妥当性を示す。

第 4 章「薄肉超小型試験片に適した二軸引張試験方法の開発と検証」では、汎用の単軸引張試験機を駆動源とする簡便な二軸引張試験装置を開発する。ここでは薄肉材の試験に対応するために CCD カメラを用いた非接触ひずみ測定を行う。また、チャック変位比一定型の二軸試験装置の結果を適切に表現するための負荷経路全図を提案する。まず、加工硬化のしやすい A3104-O 材によって提案した二軸引張試験システムの妥当性を検証する。さらに、本研究の対象である板厚 0.3mm の加工硬化の小さい A3104-H 材を用いて、応力測定部が塑性域に到達するまで二軸引張試験が可能であることを示し、負荷経路全図を用いて得られた結果について検討する。

最後に、第 5 章「結論」では、以上の結果を踏まえて、本研究の総括および今後の課題について述べる。

## 参考文献

- [1] Abu-Farha, F., Hector Jr., L. F., Khraisheh, M.: Cruciform-Shaped Specimens for Elevated Temperature Biaxial Testing of Light weight Materials. *16-8* (2009), 48-57.
- [2] Avril, S., Bonnet, M., Bretelle, A.-S., Grediac, M., Hild, F., Ienny, P., Latoourte, F., Lemosse, D., Pagano, S., Pagnacco, E., Pierron, F.: Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements, *Experimental Mechanics*, **48** (2008), 381-402.
- [3] Barlat, F., Brem, J.C., Yoon, J.W., Chung, K., Dick, R.E., Lege, D.J., Pourboghrat, F., Choi, S.H. & Chu, E.: Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-part 1: theory, *Int. J. Plasticity*, **19** (2003), 1297-1319.
- [4] Betts, W. M.: Metallurgical and mechanical effects, *Aluminum Alloys for Packaging II* Edited by J. G. Morris, S. K. Das, and H. S. Goodrich, The Minerals, Metals & Materials Society, (1996), 253-262.
- [5] Boehler, J. P., Demmerle, S., Koss, S.: A new direct biaxial testing machine for anisotropic materials. *Exp. Mech.* **34** (1994), 1-9.
- [6] Cooreman, S., Lecompte, D., Sol, H., Vantomme, J., Debruyne, D.: Identification of Mechanical Material Behavior Through Inverse Modeling and DIC, *Experimental Mechanics*, **48** (2008), 421-433.
- [7] Dick, R. E., Yoon, J. W.: Effect of material characteristics on wrinkling during dome forming of a beverage can using LS-DYNA<sup>®</sup>, 10th International LS-DYNA<sup>®</sup> users conference, (2008), 1-7.
- [8] Ferron, G., Makinde, A.: Design and development of a biaxial strength testing device, *J. Test. Evaluat.* **16** (1988), 253-256.
- [9] Fraunhofer: Dynamic material testing (<http://www.en.emi.fraunhofer.de/business-segments/transport/technische-textilien-fuer-schutzanwendungen/>), (2013).
- [10] Gozzi, J., Olsson, A., Lagerqvist, O.: Experimental investigation of the behavior of extra high strength steel. *Exp. Mech.*, **45-6** (2005), 533-540.
- [11] Green, D. E., Neale, K. W., MacEwen, S. R., Mainde, A., Perrin, R.: Experimental investigation of the biaxial behavior of an aluminum sheet, *Int. J. Plasticity*, **20** (2004), 1677-1706.
- [12] Hackworth, M. R., Henshaw, J. M.: A pressure vessel fracture mechanics study of the aluminum beverage can, *Engineering Fracture Mechanics*, **65** (2000), 525-539.
- [13] Hannon, A., Tiernan, P.: A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal, *J. Mater. Process. Technol.*, **198** (2008), 1-13.
- [14] Hill, R.: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London* **A193** (1948), 281-297.
- [15] Hoferlin, E., Bael, A. V., Houtte, P. V., Steyaert, G., Mare, C. D.: The design of a biaxial tensile test and its use for the validation of crystallographic yield loci. *Model. Simulat. Mater. Sci.* **8** (2000), 423-433.

- [16] Hosford, W. F.: On yield loci of anisotropic cubic metals, Proc. 7th North American Metal Working Research Conf, (1979), 191-196.
- [17] Kikuta, Y., Tsuchida, S., Prichard, J. E.: Flange Formability of the Necked Cans by SDN or SFN, Aluminum Alloys for Packaging III, (1998), 189-195.
- [18] Kikuta, Y., Tsuchida, S., Prichard, J. E.: Necking Formability of Aluminum D&I Cans during SDN or SFN, Aluminum Alloys for Packaging III, (1998), 197-205.
- [19] Kimura, T., Isogai, E., Kuwabara, T.: Constitutive Modeling of Ultra-Low Carbon Steel Sheet Based on Biaxial Stress Tests. Proc. 2nd Asian Symposium on Materials and Processing, (2009), 1-3 June, 2009, Batu Ferringhi Penang, Malaysia. (CD-ROM)
- [20] Knap, S. M.: Can Design Transformation, Aluminum Alloys for Packaging II, (1996), 97-106.
- [21] Kuwabara, T., Ikeda, S., Kuroda, K.: Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension. J. Mater. Process. Technol., **80-81** (1998), 517-523.
- [22] Kuwabara, T., Bael, A. V., Iizuka, E.: Measurement and analysis of yield locus and work hardening characteristics of steel sheets with different r-values, Acta Mater., **50** (2002), 3717-3729.
- [23] Kuwabara, T.: Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations, Int. J. Plasticity, **23** (2007), 385-419.
- [24] Lin, S. B., Ding, J. L.: Experimental Study of the Plastic Yielding of Rolled Sheet Metals with the Cruciform of Plate Specimen, Int. J. Plasticity, **11-5** (1995), 583-604.
- [25] MacEwen, S. R., Perrin, R., Green, D., Makinde, A., Neale, K.: An evaluation of planar biaxial deformation in H19 can-stock sheet, In Modeling of Plastic Deformation and Its Engineering Applications (Proc. 13th Rise International Symposium on Material Science), edited by S. I. Andersen et al., (1992), 539-545, Roskilde, Denmark: Rise National Laboratory.
- [26] MacEwen, S. R., Perrin, R., Green, D., Makinde, A., Neale, K.: Can Forming and Performance, Aluminum alloys for Packaging, (1993), 85-101.
- [27] Makinde, A., Thibodeau, L., Neale, K. W.: Development of an apparatus for biaxial testing for cruciform specimens. Exp. Mech. **32** (1992), 138-144.
- [28] Müller, W., Pöhlandt, K.J.: New experiments for determining yield loci of sheet metal, Mater. Process. Technol. **60** (1996), 643-648.
- [29] Naka, T., Nakayama, Y., Uemori, T., Hino, R., Yoshida, F.: Effect of Strain-Rate and Temperature on Yield Locus for 5083 Aluminum alloy Sheet, Key Engineering Materials, **274-276** (2004), 937-942.
- [30] Naka, T., Hayakashi, M., Nakayama, Y., Uemori, T., Kohzu, M., Higashi, K., Yoshida, F.: Effects of strain Rate and Temperature on Yield Locus for AZ31 Magnesium Alloy Sheet, Key Eng. Mater., **340-341** (2007), 119-124.

- [31] Ohtake, Y., Rokugawa, S., Masumoto, H.: Geometry determination of cruciform type specimen and biaxial tensile test of C/C composites, *Key Eng. Mater.*, **164-165** (1999), 151-154.
- [32] Pearce, R.: Some aspects of anisotropic plasticity in sheet metals, *Int. J. Mech. Sci.*, **10** (1968), 995-1005.
- [33] Samir A., Simon, A., Scholz, A., Berger, C.: Service-type Creep-fatigue Experiments with Cruciform Specimens and Modeling of Deformation, *Int. J. Fatigue*, **28** (2006), 643–651.
- [34] Shimamoto, A., Shimomura, T., Nam, J.: The development of a servo dynamic loading device, *Key Eng. Mater.* **243-244** (2003), 99-107.
- [35] Smith, G. L.: Preformed Cup for Small-Based Beverage Cans, *International Can Manufacturing Technology*, (1994).
- [36] Smits, A., Van Hemelrijck, D., Philippidis, T., Van Wingerde, A.M., Cardon, A.: Study of the usability of various cruciform geometries for biaxial testing of fiber reinforced composites, XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Warsaw, Poland, August 15-21, 2004.
- [37] Stoughton, T. B., Yoon, J. W.: Sheet metal formability analysis for anisotropic materials under non-proportional loading, *Int. J. Mech. Sci.*, **47** (2005), 1972-2002.
- [38] Terriault, P., Settouane, K., Brailovski, V.: Biaxial testing at different temperatures of cruciform Ti-Ni samples, *Proceedings of the International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies*, (2003), 247-257.
- [39] Uemori, T., Kuramitsu, T., Hino, R., Naka, T., Yoshida, F.: Plastic Deformation Behavior of High Strength Steel Sheet under Non-proportional Loading and Its Modeling, *Key Eng. Mater.*, **340-341** (2007), 895-900.
- [40] Verma, R. K., Kuwabara, T., Chung, K., Haldar, A.: Experimental evaluation and constitutive modeling of non-proportional deformation for asymmetric steels, *Int. J. Plasticity*, **27** (2011), 82-101.
- [41] Von Mises, R.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*, *Goettinger Nachrichten Math. Phys. Klasse* **4** (1913), 582–592.
- [42] Waldman, S. D., Lee, J. M.: *Journal of materials science: Boundary conditions during biaxial testing of planar connective tissues. Part 1: Dynamic Behavior*, *Materials in Medicine*, **13** (2002), 933-938.
- [43] Waldman, S. D., Sacks, M. S., Lee, J.M.: *Boundary conditions during biaxial testing of planar connective tissues PartII Fiber orientation*, *Journal of materials science letters*, **21** (2002), 1215-1221.
- [44] Welsh, J. S. and Adams, D. F.: An experimental investigation of the biaxial strength of IM6/3501-6 carbon/epoxy cross-ply laminates using cruciform specimens, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **33/6** (2002), 829-839.

- [45] Wu, X.-D., Wan, M., Zhou, X.-B.: Biaxial tensile testing of cruciform specimen under complex loading, *J. Mater. Process. Technol.*, **168** (2005), 181-183.
- [46] Yoon, J. W., Barlat, F., Dick, R. E., Chung, K., Kang, T. J.: Plane stress yield function for aluminum alloy sheets – part II: FE formulation and its implementation, *Int. J. Plasticity*, **20** (2004), 495-522.
- [47] Yoon, J. W., Dick, R. E., Barlat, F.: Analytical approach to predict anisotropic material properties from cup drawings, *Int. J. Material Forming*, **1** (2008), 301-304.
- [48] Yoon, J. W., Dick, R. E., Barlat, F.: A new analytical theory for earing generated from anisotropic plasticity, *Int. J. Plasticity*, **27** (2011), 1165-1184.
- [49] 阿部佑二・吉田正勝: アルミニウム薄板材の再絞り性, *アマダ技術ジャーナル*, **91** (1985), 19-26.
- [50] アルミ缶リサイクル協会: 平成 24 年(2012 年)度飲料用アルミ缶リサイクル率(再生利用率)について, (2013), 1-4.
- [51] 池田聡・桑原利彦: 2 軸引張応力下における IF 鋼板及び低炭素鋼板の加工硬化挙動: 鉄と鋼, **90-12** (2004), 1016-1022.
- [52] 伊敷万太郎・桑原利彦・山口誠・前田恭志・林田康宏・逸見義男: 面内 2 軸応力下における純チタン板の異方硬化挙動, *日本機械学会*, **75-752** (2009), 95-104.
- [53] 伊藤清文・土田信: アルミニウム缶エンド(シェル)の耐圧強度に及ぼす材料強度及び厚さの影響, *軽金属*, **33-1** (1992), 18-21.
- [54] 伊藤幸男・上井博明・木床聡・中山恭秀・中哲夫: Al-Mg 合金 5083 板の降伏曲面に及ぼす温度の影響, *弓削商船高等専門学校紀要*, **25** (2003), 39-45.
- [55] 伊藤隆一: 21 世紀のマーケットニーズに応え得るアルミ缶技術が生んだアルミボトル, *PACPIA*, **47-6** (2003), 16-19.
- [56] 稲葉隆: 飲料用アルミニウム缶材の技術革新, *神戸製鋼技報*, **50-3** (2000), 54-57.
- [57] 上島正八郎: 缶詰製造技術・設備ハンドブック II, 缶詰技術研究会, (1997).
- [58] 上森武・倉光徹・三登悠司・日野隆太郎・中哲夫・吉田総仁: 二軸応力経路が変化する場合の高張力鋼板の弾塑性変形挙動, *塑性と加工*, **50-576** (2009), 39-43.
- [59] 川島敏彦: 飲料用オールアルミ缶の発展とその技術的背景, *軽金属*, **40-11** (1990), 856-872.
- [60] 菊田良成・土田信: 飲料用アルミニウム缶胴口絞り成形時の縦じわ発生に対する r 値からの考察, 第 50 回塑性加工連合講演会講演論文集, (1999), 207-208.
- [61] 菊田良成・土田信, Prichard, J. M.: アルミニウム DI 缶におけるスムーズダイネック成形又はスピンドルネック成形時のネック成形性, *住友軽金属技報*, **41-1** (2000), 45-50.

- [62] 北山功志郎・小林匠・上森武・吉田総仁：面内異方性を持つ IF 鋼板の弾塑性特性とそのマクロメゾモデリング，鉄と鋼，**97-4** (2011), 57-65.
- [63] 桑原利彦・武村厚：十字形 2 軸引張試験片を用いた純チタン板の等塑性仕事面の測定と定式，平成 10 年塑性加工春季講演会講演論文集，(1998), 233-234.
- [64] 桑原利彦・池田聡：十字形試験片を用いた 2 軸引張試験による冷間圧延鋼板の等塑性仕事面の測定と定式，塑性と加工，**40-457** (1999), 145-149.
- [65] 桑原利彦・栗田啓一：6000 系アルミニウム合金板の 2 軸引張塑性変形特性の測定と降伏条件式の検証，軽金属，**50-1** (2000), 2-6.
- [66] 桑原利彦・梅村昌史・吉田健吾・黒田充紀・平野清一・菊田良成：Mg 量の異なる 5000 系アルミニウム合金板の成形限界ひずみ，軽金属，**56-6** (2006), 323-328.
- [67] 桑原利彦・井上裕之・花房泰浩・伊藤隆一・瀧澤英男：2 軸応力試験によるアルミニウム飲料缶の変形及び破断強度の異方性の測定，軽金属，**58-9** (2008), 449-455.
- [68] 桑原利彦・橋本一真・飯塚栄治・Yoon, J. W.:穴広げ成形シミュレーションの解析精度に及ぼす異方性降伏関数の影響，塑性と加工，**50-585** (2009), 925-930.
- [69] 桑原利彦：板材成形シミュレーションの高精度化に資する材料試験方法と材料モデリング，塑性と加工，**54-624** (2013), 18-24.
- [70] 軽金属学会：アルミニウムの製品と製造技術，(2001), 59-82.
- [71] 小出政俊・鶴田淳人：飲料用アルミニウム缶材の開発と将来動向，神戸製鋼技報，**55-2** (2005), 75-80.
- [72] 後藤学：4 次降伏関数の導入による直交異方性理論の改良（平面応力）I，塑性と加工，**19-208** (1978), 377-385.
- [73] 後藤学：4 次降伏関数の導入による直交異方性理論の改良（平面応力）II，塑性と加工，**19-210** (1978), 598-605.
- [74] 小林義和・小出政俊：アルミ缶胴破裂挙動に関する研究，AKITA 地域共同テクノセンター報第 1 号，(2003), 6.
- [75] 小林義和・鶴田淳人：アルミ缶の突き刺し性改善に関する研究，AKITA 地域共同テクノセンター報第 2 号，(2004), 14.
- [76] 小林義和・鶴田淳人：アルミニウム缶の機械的性質が耐突き刺し性に及ぼす影響，AKITA 地域共同テクノセンター報第 3 号，(2005), 4.
- [77] 小林義和・鶴田淳人：アルミニウム缶缶壁の機械的性質が破裂挙動に及ぼす影響，AKITA 地域共同テクノセンター報第 4 号，(2006), 6.
- [78] 白鳥英亮・池上皓三：板状試験片を使用する二軸引張試験機の試作，材料，**16-165** (1967), 51-57.

- [79] 菅原一将・平岡峻也・鶴田淳人・山口正浩・藪忠司・小林義和：アルミニウム飲料缶缶壁の機械的特性が破裂挙動に及ぼす影響，東北学生会 第 37 回学生員卒業研究発表講演会，(2007), 7-8.
- [80] 鈴木覚・松本英幹・田尻彰・村松俊樹：飲料用アルミニウム缶材料の開発，古河スカイ時報，**1** (2005), 3-8.
- [81] 鈴木覚・藤田和子：缶胴のボトムしわ発生に及ぼすアルミニウム合金板の材料特性の影響，古河スカイ時報，**2** (2006), 17-22.
- [82] 竹内久司：アルミニウム飲料缶の形状設計と成形シミュレーション，軽金属，**44-3** (1994), 178-188.
- [83] 田尻彰：アルミニウムの薄板成形，軽金属，**45-4** (1995), 226-246.
- [84] 土田信・伊藤清文：3004 合金硬質板の塑性特性に及ぼす安定化処理の影響，軽金属学会第 79 回周期大会講演概要，(1990), 147-148.
- [85] 永田公二：アルミニウム産業の成長を支える材料技術－現状と課題－，軽金属，**55-10** (2005), 515-523.
- [86] 永安達哉・高橋進・津藤哲也：ハイテン材への適用が可能なコンパクト二軸引張試験装置の開発，第 60 回塑性加工連合講演会講演論文集，(2009), 19-20.
- [87] 西山貞雄・韓晶：アルミニウム飲料缶およびボトルの開発設計への最適化手法と人間工学の応用，軽金属，**56-9** (2006), 489-495.
- [88] 日本アルミニウム協会：アルミ圧延品ポケットブック 2009，81-87.
- [89] 日本缶詰協会：目で見る日本缶詰史，(1987).
- [90] 日本缶詰協会：缶・ビン詰・レトルト食品・飲料製造講義総論編，(2002).
- [91] 日本缶詰協会：缶詰用金属缶と二重巻締，(2007).
- [92] 日本塑性加工学会編；静的解法 FEM-板成形，コロナ社，第 8 章異方性降伏関数，(2004).
- [93] 野口雅敏：アルミニウムと缶，軽金属，**38-7** (1988), 414-425.
- [94] 日比野旭：アルミニウム缶胴材の耳率と集合組織，軽金属，**52-11** (2002), 530-535.
- [95] 平野孝三郎：缶詰入門<缶びん詰・レトルト食品>，日本セルフサービス協会，(1980).
- [96] 藤倉潮三：アルミニウムの薄板成形，軽金属，**40-3** (1990), 239-255.
- [97] 正田良治・藤原昭文・竹内久司：アルミニウム飲料缶の口絞り限界の簡易予測，軽金属，**48-1** (1998), 30-35.
- [98] 箕田正・渋谷和久・吉田英雄：Al-Mg 系合金のリューダース帯形成に及ぼす 2 軸引張荷重比の影響，軽金属，**54-8** (2004), 110-114.
- [99] 宮川松男・朴載鎧・西村尚：アルミニウム板材の  $F$  値と  $n$  値について：塑性と加工，**4-30** (1963), 483-487.

- [100] 山田賢治・水越秀雄・岡田功史：予ひずみを受けるアルミニウム合金板材の塑性異方性の変化，平成 17 年度塑性加工春季講演会講演論文集，(2005)，7-8.
- [101] 山田賢治・水越秀雄・岡田功史・桑原利彦・梅村昌史：アルミニウム合金板材のカップ試験シミュレーションにおける成形限界に及ぼす異方性降伏関数の影響，住友軽金属技報，**46-1** (2005)，67-71.
- [102] 山口恵太郎・山本正博・井田宗孝・花房泰浩・武藤英泰：新規ノンクロム表面処理を用いたアルミニウムボトル缶キャップの実用化，軽金属，**63-3** (2013)，118-124.
- [103] 横井洋・土田信：A3004 アルミニウム合金の伸びフランジ性に及ぼす加工熱処理の影響，軽金属学会第 88 回春季大会講演概要，(1995)，63-64.
- [104] 横井洋・竹田委千央・岡田峰光：国内外におけるアルミニウム DI 缶の軽量化動向，住友軽金属技報，**51-1** (2010)，121-131.
- [105] 渡邊哲也・黒田充紀：小型十字形試験片用簡易二軸引張試験装置の開発，第 61 回塑性加工連合講演会講演論文集，(2010)，357-358.



# 第 2 章

## 十字形試験片を用いた 二軸応力試験の数値解析的検証

### 2.1 はじめに

有限要素法による板成形シミュレーションの高精度化のためには、確度の高い材料構成式が必要である。このためには多軸応力下での材料試験が必須である。しかし単軸引張試験と異なり、板材の多軸応力試験における応力分布は一様でないため応力の算定も容易ではない。したがって、板材の多軸応力試験法を確立するためには、試験片形状や応力算定方法の妥当性の検証が必須である。

板材の二軸応力試験法の代表例として、十字形試験片を用いる方法がある[Kuwabara, 2007; Hannon ら, 2008]。この方法は、任意の応力比における材料の弾塑性変形挙動が測定できる、液圧バルジ試験法のような面外変形が発生しない、などの利点を有する。

十字形試験片は、板厚が全面均一な試験片と応力測定部の板厚を減肉した試験片の 2 種類に分類される。さらに前者は、腕部にスリットがあるものとないものの 2 種類に分類される。いずれの試験片においても腕部剛性の影響を受け、更にスリットのある試験片ではスリット端部での応力集中の影響も受けるため、応力測定部の応力分布は不均一となる。このため、

応力の均一性や算定誤差の評価による試験片形状の適正化が行われている[Demmerle ら, 1993; Yu ら, 2002; 桑原ら, 1998 & 1999]. Demmerle ら[1993]は, 応力測定部の板厚を減肉した試験片を対象とし, 応力測定部における応力とひずみの標準偏差を有限要素解析により求め, 応力分布の均一性を評価している. Yu ら[2002]は, 応力測定部およびその周辺の板厚を段階的に薄くした十字形試験片を数値解析し, 試験片形状の妥当性を検討している. 桑原ら[1998 & 1999]は, 腕にスリットを有する, 板厚が全面均一な十字形試験片を対象として, 応力測定部におけるひずみと応力の均一性を有限要素解析により検証し, 応力の算定誤差は高々3%であると推測している. さらに桑原ら[2002]は, 腕にスリットを有する, 板厚が全面均一な平面ひずみ引張り試験片の有限要素解析を行い, 応力の算定誤差に基づいて, 腕部に加工するスリット本数とスリット端部の穴径の最適な組合せを決定している.

しかし, いずれの研究においても, 応力の算定誤差を最小とする試験方法を定量的には導き出してはいない. また, 応力の算定誤差に及ぼす十字形試験片の各部形状の影響について定量的に論じた研究もない.

そこで第2章では, 応力の測定誤差の適切な評価方法について論じ, 十字形試験片の詳細な有限要素解析に基づいて, 応力の測定精度を向上させるための, ひずみ測定位置および最適な十字形試験片形状を明らかにする.

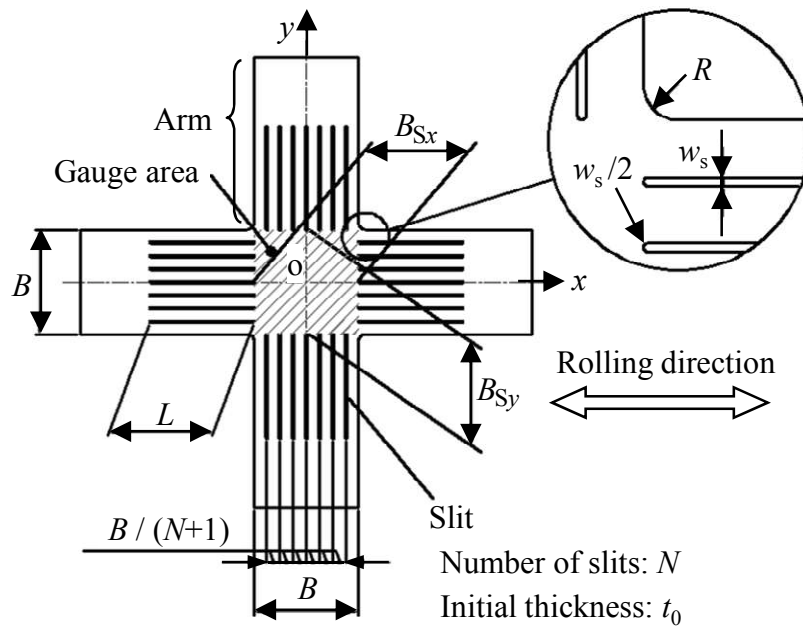
## 2.2 応力の算定誤差と最適ひずみ測定位置

本研究で評価対象とする十字形試験片の形状を Fig.2.2.1 に示す. 本試験片は, 4本の腕と腕に囲まれた応力測定部(図中の斜線部)から構成される. 腕はスリットを有し, スリットがない部分がチャックつかみ部である. 本試験片は桑原ら[1998 & 1999]によって最初に提案されたもので, 板厚が均一であるため製作が簡便であり, 腕にスリットを設けることにより, 応力測定部における応力場の均一性に優れる.

Fig.2.2.1 において,  $B$  は腕幅,  $B_{Sx}, B_{Sy}$  は各々  $x$  軸および  $y$  軸(試験片中心線)上において対向するスリット端の間の距離(本研究では  $B_{Sx} = B_{Sy} = B$  とする),  $L$  はスリット長さ,  $w_s$  はスリット幅,  $N$  は腕1本当たりのスリット本数,  $R$  は腕の付け根の丸味半径である. スリット端部は半径  $w_s/2$  の半円形状である. 試験片の初期板厚を  $t_0$  とする.

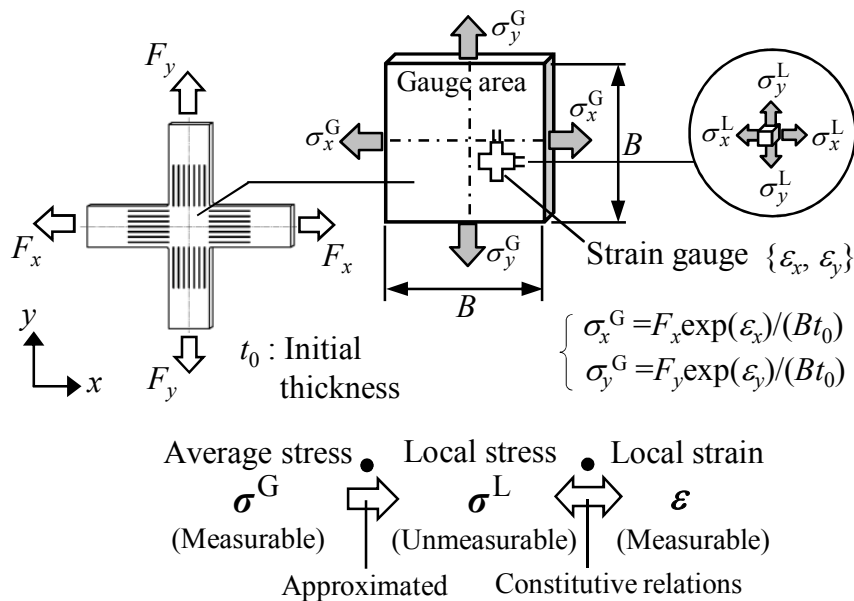
単軸引張り試験片とは異なり, 十字形試験片の場合には応力測定部内の応力分布を均一にすることは困難である. したがって, 試験片形状とひずみの測定位置を最適化することにより, 二軸応力の算定精度を高めることが, 重要な課題となる. 本章における目的は, 所与の応力測定部寸法  $B$  に対して, 応力の算定精度を最も高めるためのひずみの測定位置ならびに十字

形試験片の形状因子 ( $L$ ,  $w_s$ ,  $N$ ,  $R$ ) を決定することである. さらに応力測定部寸法  $B$  に対する板厚  $t_0$  の影響, および加工硬化指数  $n$  の影響についても検証する.



**Fig.2.2.1** Geometry of cruciform specimen for biaxial tensile test.

応力の算定誤差の考え方を, **Fig.2.2.2** の模式図を用いて説明する. 応力測定部のひずみは, 応力測定部表面において, 例えばひずみゲージのようなセンサを用いて, 局所的に測定すると仮定する.



**Fig.2.2.2** Illustration of the difference between the average stress  $\sigma^G$  and the local stress  $\sigma^L$ .

二軸応力下での供試材の応力-ひずみ関係を正確に測定するためには、「局所的に測定されるひずみ  $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y\}$ 」と「同位置における局所応力  $\sigma^L \equiv \{\sigma_x^L, \sigma_y^L\}$ 」の関係曲線が可能な限り精度良く測定されなければならない。しかし二軸引張試験で測定可能な応力は、負荷する二軸引張荷重  $F_x, F_y$  を、二軸ひずみの測定値  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  より推定される瞬間の断面積で除して算定される平均応力  $\sigma^G \equiv \{\sigma_x^G, \sigma_y^G\}$  である。したがって、測定可能な平均応力  $\sigma^G$  を局所応力  $\sigma^L$  に可能な限り近づけることが、高精度な二軸応力試験法を実現するための最重要課題である。ここで  $\sigma^L$  は、応力の測定精度を決定する際の正解（参照解）となる。 $\sigma^L$  を実験的に測定することはできないが、有限要素解析結果より  $\sigma^L$  を知ることができる。

本章では有限要素解析を用いた応力の算定精度に関する評価方法を考案し、最適なひずみ測定位置と十字形試験片形状を決定する。

## 2.2.1 応力の算定誤差の考え方

以下に、正解である局所応力  $\sigma^L$  と実験的に測定可能な平均応力  $\sigma^G$  の比較の指標となる応力の算定誤差  $e_s$  の定義を示す。有限要素解析の積分点における計算値として得られた  $\sigma^L$  と対応する局所ひずみ  $\varepsilon^L$  の関係は、材料モデルとして解析に入力された材料構成式に従う。また平均応力  $\sigma^G$  については、その積分点における局所的なひずみの測定値  $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y\}$  から推定される変形後の断面積（応力測定部内のひずみの一様分布と体積一定条件を仮定）と二軸荷重  $F_x, F_y$  から次式で算定される。

$$\sigma_x^G = F_x \exp(\varepsilon_x) / (Bt_0) \quad (2.1a)$$

$$\sigma_y^G = F_y \exp(\varepsilon_y) / (Bt_0) \quad (2.1b)$$

これらを用いて、 $\sigma^L$  に対する  $\sigma^G$  の相対誤差、すなわち応力の算定誤差  $e_s$  を次式により算定する。

$$e_s \equiv \frac{|\sigma^G - \sigma^L|}{|\sigma^L|} = \frac{\sqrt{(\sigma_{ij}^G - \sigma_{ij}^L)(\sigma_{ij}^G - \sigma_{ij}^L)}}{\sqrt{\sigma_{kl}^L \sigma_{kl}^L}} \quad (2.2)$$

$$\text{ただし, } \sigma_{12}^G = \sigma_{23}^G = \sigma_{31}^G = \sigma_{33}^G = 0$$

$$\sigma_{23}^L = \sigma_{31}^L = \sigma_{33}^L = 0 \quad (\text{平面応力要素の場合})$$

この  $e_s$  を最小にする位置が、応力の算定誤差を最小にするための最適ひずみ測定位置を与えると考える。

## 2.2.2 解析モデルおよび条件

Fig.2.2.1 の十字形試験片において、つかみ部を除いた部分を有限要素解析の対象とし、解析には、MSC.Marc2008r1 を用いた。対称性により面内 1/4 領域をモデル化し、4 節点四辺形平面応力要素を用いた二次元解析を行う。ただし板厚の影響を評価する場合には 8 節点六面体ソリッド要素を用いた三次元解析を行い、板厚方向の 1/2 領域をモデル化した。なお、応力集中が予想されるスリット先端の  $w_s/2$  の半円には細かな要素を配した。つかみ部はチャックにより把持されるため、それぞれの腕端部を構成する節点群を剛体結合し、腕の幅方向には変位を拘束し、長手方向には応力比に応じた荷重を加えた。荷重は、応力測定部が均一に変形すると仮定して、応力測定部に所与の相当塑性ひずみを生じさせるのに必要な値を与えた。本解析では、 $B_{Sx} = B_{Sy} = B = 30 \text{ mm}$  として計算を行った。

解析条件を **Table 2.2.2.1** に示す。荷重条件としては、公称応力比  $s_x : s_y = 1:0, 4:1, 2:1, 4:3, 1:1$  の 5 条件とした。十字形試験片の形状因子として、板厚  $t_0$ 、スリット長さ  $L$ 、スリット本数  $N$ 、スリット幅  $w_s$ 、腕の付け根の丸味半径  $R$  の影響を調査した。なお、Table 2.2.2.1 に記載したアンダーラインを付けた数値は標準条件の寸法を示す。

**Table 2.2.2.1** Analysis conditions (Underlined: Standard condition)

Stress ratio : $s_x : s_y$	1:0, 4:1, 2:1, 4:3, 1:1
Thickness : $t_0$ / mm	<u>0.6</u> , 1.2, 2.4, 3.6, 4.8
Length of slits: $L$ / mm	15, <u>30</u> , 45, Infinite length(Unconstraint on arm edges in transversal direction)
Number of slits : $N$	3, 5, <u>7</u> , 9
Width of slits: $w_s$ / mm	<u>0.2</u> , 0.3, 0.5
Corner radius : $R$ / mm	0.1, 0.5, <u>1.0</u> , 3.0

解析では弾性および塑性に等方性を仮定し、ヤング率は 200GPa、ポアソン比は 0.33 として、von Mises の降伏関数[1913]を用いた。また、加工硬化指数 ( $n$  値) の影響を検討するために用いた Swift 型変形抵抗曲線を **Fig.2.2.2.1** に、そのパラメータを **Table 2.2.2.2** に示す。標準条件として冷間圧延鋼板の変形抵抗曲線 (fs-0) を用いた[桑原ら, 1999]。  $n$  値の異なるモデル fs-1~3 は、fs-0 と同じ初期降伏応力および  $\bar{\epsilon}^p = 0.01$  での変形抵抗値を通る曲線として定

義した.

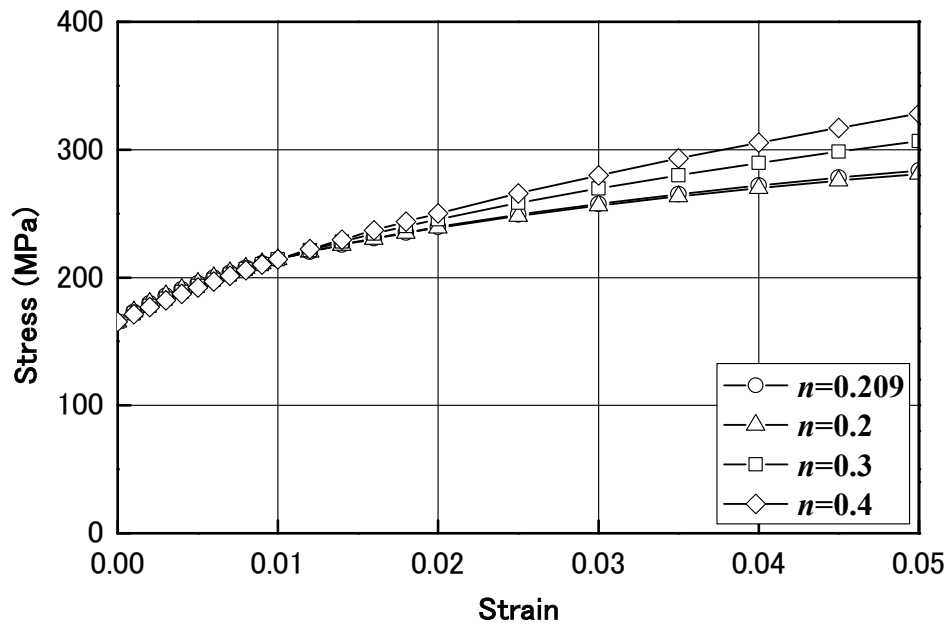


Fig.2.2.2.1 Effect of work-hardening exponent  $n$  on stress-strain curves.

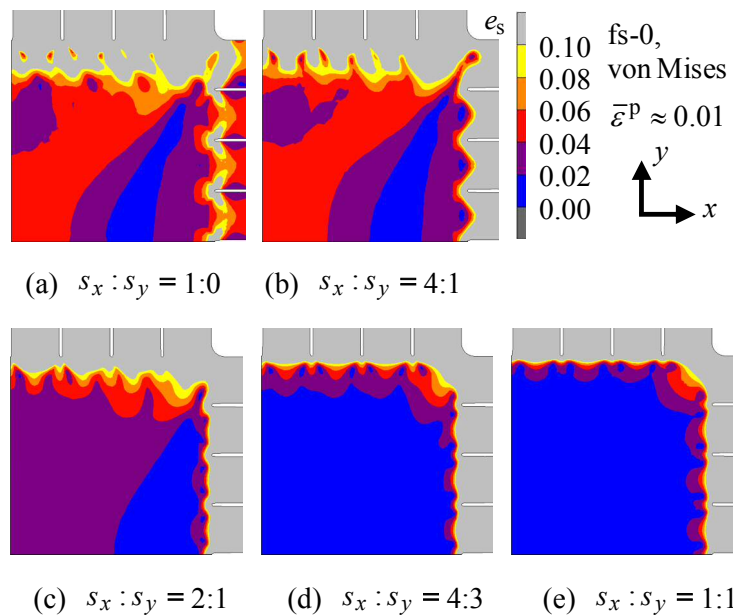
Table 2.2.2.2 Work hardening models for FEM analyses  
(Underlined: Standard condition)

	$n$ -value*	$\varepsilon_0$ *	$c^*$ /MPa
<u>fs-0</u>	0.209	0.0041	522
fs-1	0.2	0.0038	505
fs-2	0.3	0.0073	723
fs-3	0.4	0.0110	1004

\*Swift type flow curve:  $\bar{\sigma} = c(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n$

### 2.2.3 最適ひずみ測定位置の検討

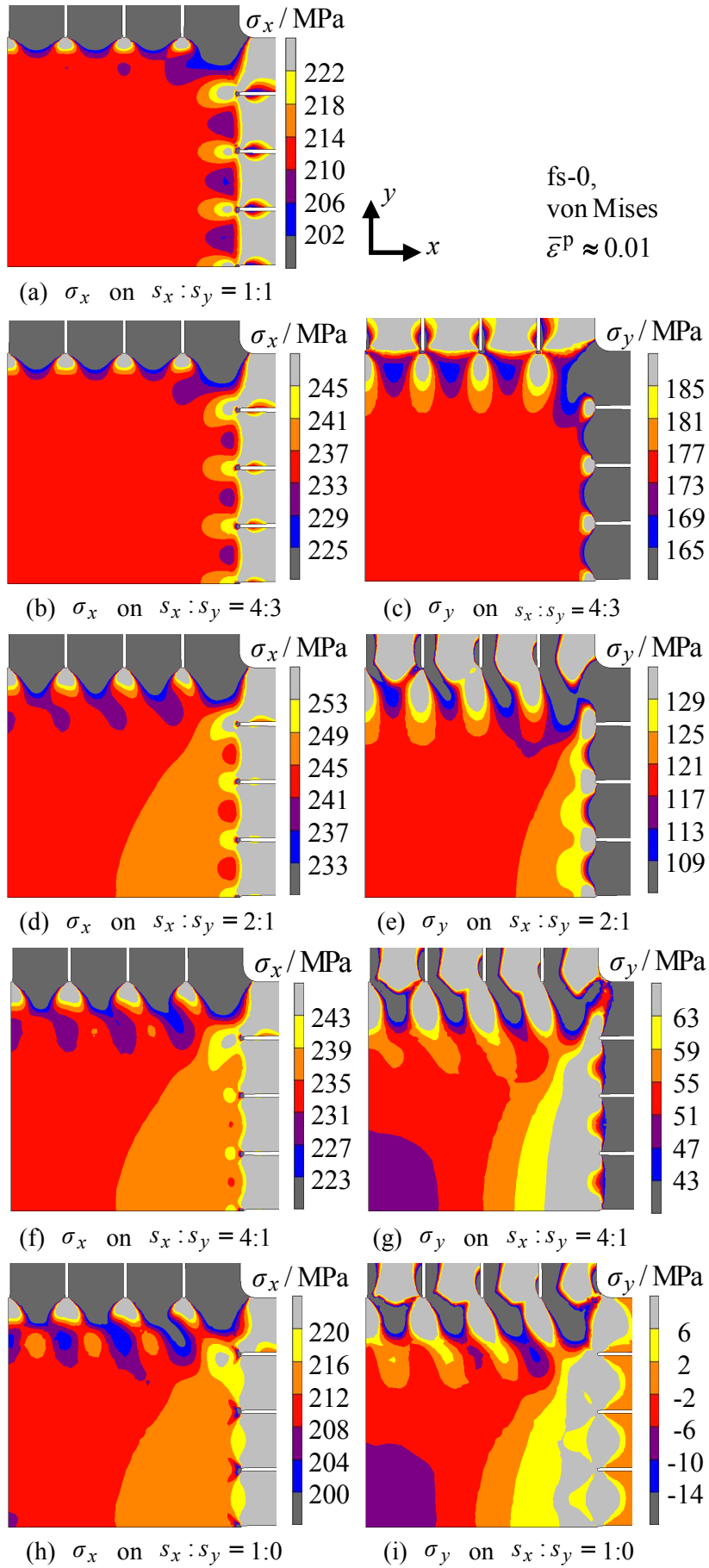
標準条件において、およそ 1%の相当塑性ひずみに対応する荷重が加えられた時点での応力の算定誤差  $e_s$  の等高線図を **Fig.2.2.3.1** に示す。公称応力比  $s_x:s_y$  が単軸引張 (Fig.2.2.3.1(a)) から等二軸引張 (Fig.2.2.3.1(e)) へ変化するに従い、 $e_s$  は応力測定部内で均一化し、かつ低減する。



**Fig.2.2.3.1** Distribution of stress measurement error  $e_s$  .

応力測定部内の応力分布を **Fig.2.2.3.2** に示す\*1。等二軸引張における  $\sigma_x$  の分布 (Fig.2.3.1.2(a)) は、スリット端部の近傍を除けば、応力測定部の中心から腕部根元近傍まで広い範囲にわたりほぼ均一である。 $s_x:s_y=4:3$  では、スリット端部において応力が不均一になる領域が  $s_x:s_y=1:1$  よりもやや広がっているものの、 $s_x:s_y=1:1$  の応力分布とほぼ同様である。

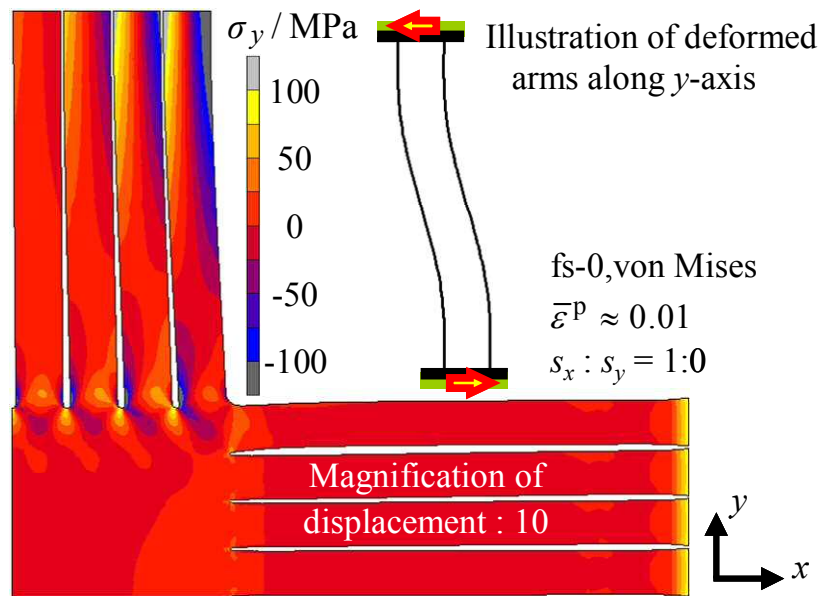
\*1 付録A.2章参照。第2章で検討した全ての諸元範囲の両端における応力測定誤差を10段階で表示した分布図を参考データとして掲載する。



**Fig.2.2.3.2** Distribution of stress components in test area.



$s_x:s_y=2:1, 4:1, 1:0$ における応力分布を比較すると、単軸応力場に近づくに伴い、 $\sigma_x$ に比べて $\sigma_y$ の分布は不均一になる。これは、これらの応力比では $F_x$ よりも $F_y$ の方が相対的に小さいために、 $y$ 軸と平行方向の腕部の変形が弾性域にとどまり、この腕部の曲げ剛性が $x$ 軸に平行な腕部のそれよりも大きくなるためである。特徴的な例として、 $s_x:s_y=1:0$ における、腕部を含めた $\sigma_y$ の分布を **Fig.2.2.3.3** に示す。 $y$ 軸と平行方向の腕部は明らかに弾性域での曲げ状態にあり、その変形は模式図に示すように両端が相対的に移動する固定梁とほぼ同等とみなすことができる。



**Fig.2.2.3.3** Distribution of stress  $\sigma_y$  for  $s_x:s_y = 1:0$ .

Fig.2.2.3.1(a)~(c)に示した応力の算定誤差 $e_s$ の分布より、 $e_s$ が最小となるひずみ測定位置が $x$ 軸上（最大主応力軸上）に存在することがわかる。そこで各応力比における $x$ 軸上の $e_s$ の変化を **Fig.2.2.3.4** に示す。横軸は $x$ 軸上において試験片中心からの距離を無次元化した変数 $\lambda = x/(B/2)$ を用いた。Fig.2.2.3.4のAverageは各応力比における $e_s$ の単純平均値を示す。いずれの応力比でも、 $\lambda$ が1に近づくと、スリット端部の応力集中により $e_s$ は大きくなる。 $s_x:s_y=1:1$  および  $4:3$  では、腕部根元近傍を除けば、ひずみの測定位置によらず $e_s$ は1.4%以下となる。 $s_x:s_y=2:1$  では $\lambda=0.77$ において、 $s_x:s_y=4:1$  では $\lambda=0.65$ において $e_s$ を最小とすることができる。しかし、ひずみゲージによる測定においては有限の面積を必要とする。また、ひずみ測定位置は応力比によらず同じ位置であること、かつ腕部の変形を妨げないよ

う接着面となるベース部が腕部に及ばないことが好ましい。このような実際の測定における要求を考慮し、正確な応力測定を行うためのひずみ測定位置としては、 $0.6 \leq \lambda \leq 0.8$  の範囲にゲージ全体が収まることが望ましい\*2。この測定位置の中央である  $\lambda=0.7$  を最適ひずみ測定位置として、以降の考察において用いることとする。なお、 $s_x:s_y=2:1$  および  $4:1$  において  $\lambda=0.7$  のひずみを測定すれば  $e_s$  を 1.3%以下に抑えることができる。

本図より、単軸引張 ( $s_x:s_y=1:0$ ) における応力の算定誤差  $e_s$  は、それ以外の応力比よりも大きいことがわかる。しかし、 $s_x:s_y=1:0$  の試験は通常の単軸引張試験片で実施可能であり、十字形試験片を使う必要はない。そこで以下の各節では、板材成形における主要な応力比である  $s_x:s_y=2:1$  および  $1:1$  における  $e_s$  を評価対象とし、 $s_x:s_y=1:0$  における  $e_s$  は参考値として掲載する。

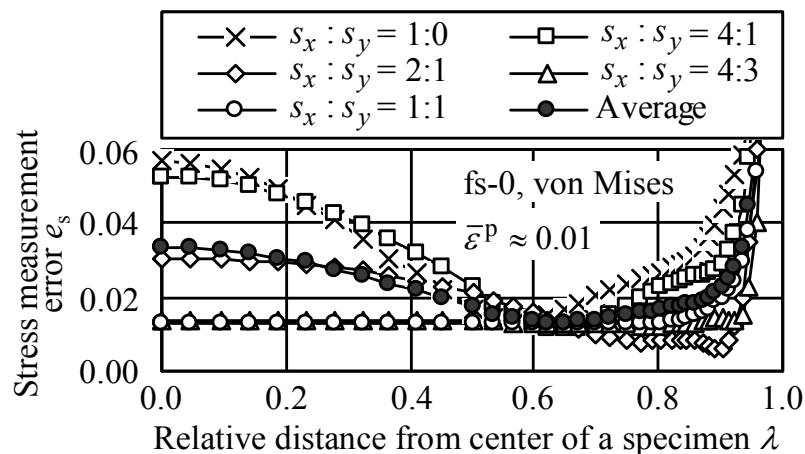


Fig.2.2.3.4 Effect of stress ratio and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$

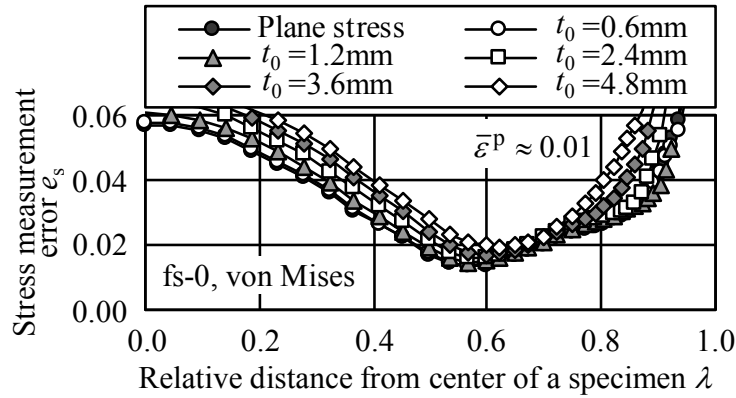
## 2.3 応力の算定誤差に及ぼす試験片諸元の影響評価および考察

### 2.3.1 板厚の影響

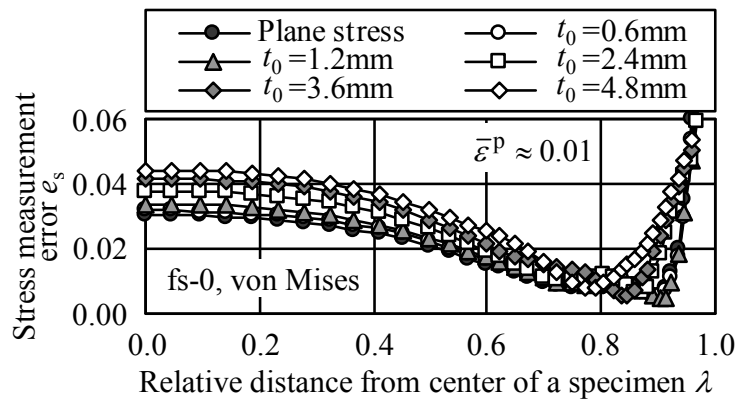
板厚  $t_0$  が応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼす影響を、公称応力比  $s_x:s_y=1:0, 2:1, 1:1$  について、それぞれ Fig.2.3.1(a)~(c)に示す。  $t_0=0.6$  mm に対しては平面応力解析と三次元解析の結果を併記する。板厚が薄い場合には平面応力の仮定が成立するので、両者に差は見られない。板厚が厚くなるに従い、全域にわたり応力の算定誤差  $e_s$  は大きくなる。これは、肉厚の増加に

\*2 例えば、国内で市販されている単軸ひずみゲージ(室温におけるひずみ限界5%)の場合、最小のゲージ長は0.2mmであり、今回検討した試験片の中心から腕部付け根までの長さ15mm ( $=B/2$ )に対し、約1.3%の長さになる。このゲージのベース寸法3.3×2.4mmは、 $B/2$ に対し、22%の長さになるものの、腕部に掛からないため、測定において問題はない。

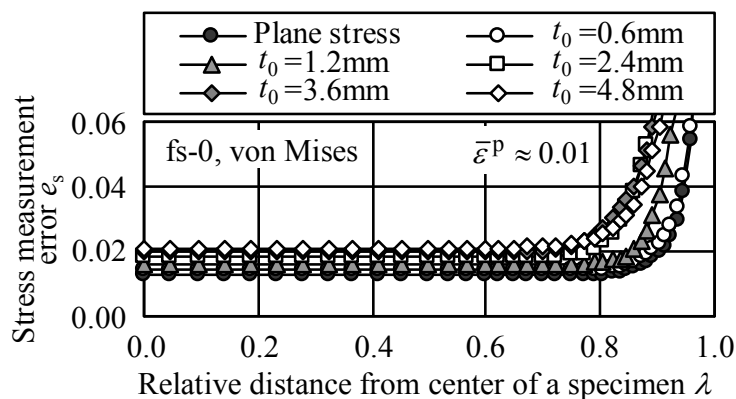
伴い試験片内部で肉厚方向応力  $\sigma_z$  や他のせん断応力が生じるためである。いずれの肉厚においても前述の  $\lambda=0.7$  の位置の測定により  $e_s$  を小さく抑えることができる。定量的には板厚  $t_0$  が  $0.08B$  以下の場合 ( $B=30\text{mm}$  に対して  $t_0 \leq 2.4\text{ mm}$ ) は、応力の算定誤差を 1.9 %以下に抑えることができる。



(a) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:0$



(b) Stress ratio  $s_x : s_y = 2:1$

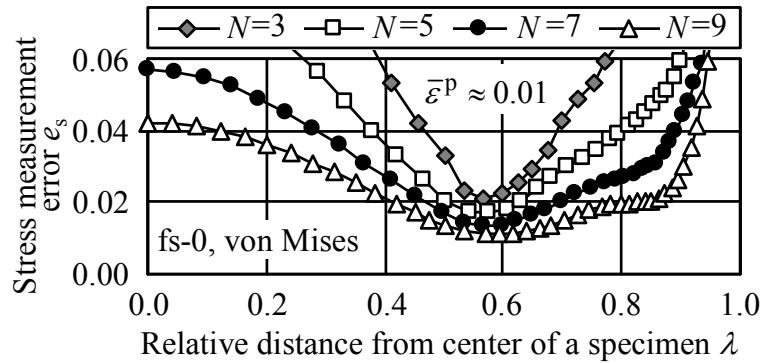


(c) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:1$

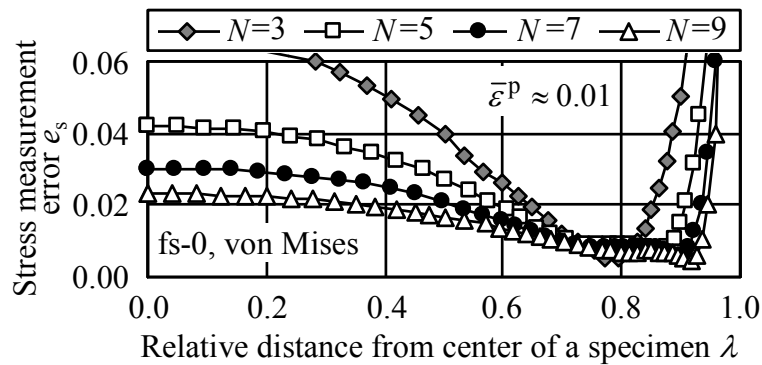
**Fig.2.3.1** Effect of the thickness of specimen  $t_0$  and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$

### 2.3.2 スリットの本数, 長さおよび幅の影響

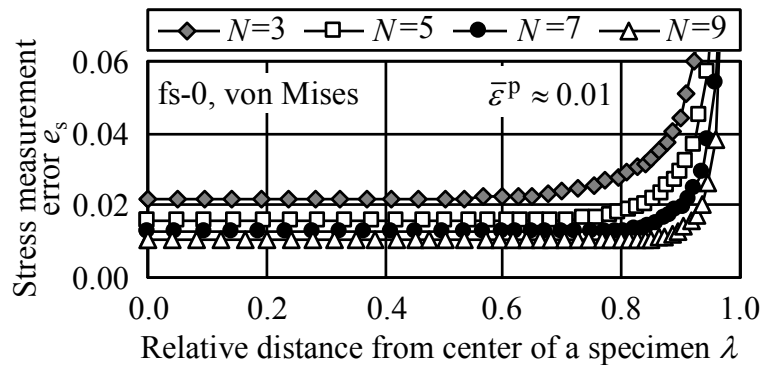
応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼすスリット本数  $N$  の影響を Fig.2.3.2.1 に示す.  $N$  が増えると  $e_s$  が小さくなる理由は,  $N$  の増加により, 応力測定部の変形拘束が低下すると同時に, 腕部のスリット間距離 (個々の腕幅) が減少し, 腕部の面内曲げに対する剛性が低減するためである. スリット本数を 7 本以上にすれば,  $\lambda=0.7$  において  $e_s$  を 1.6% 以下に抑えることができる.



(a) Stress ratio  $s_x:s_y = 1:0$



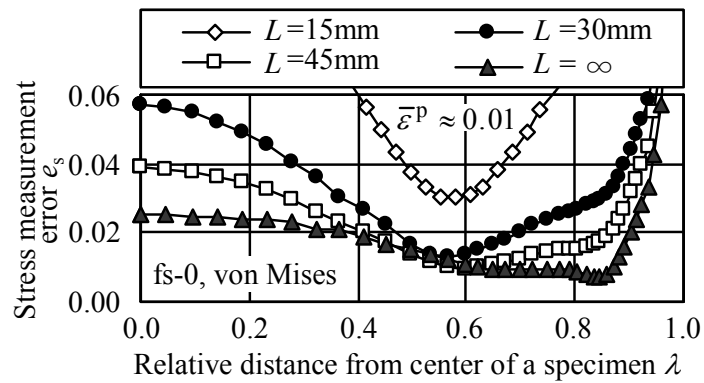
(b) Stress ratio  $s_x:s_y = 2:1$



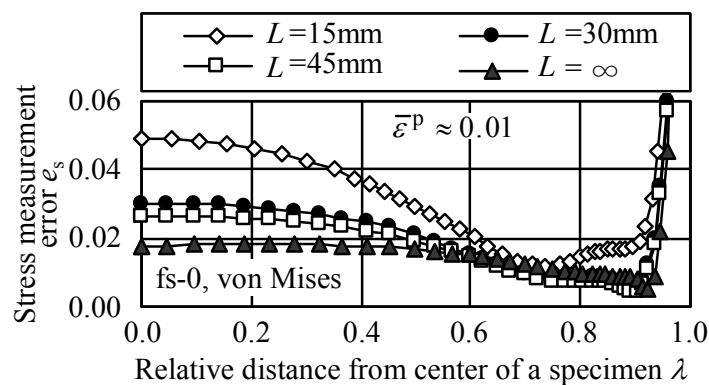
(c) Stress ratio  $s_x:s_y = 1:1$

**Fig.2.3.2.1** Effect of the number of slits  $N$  and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$

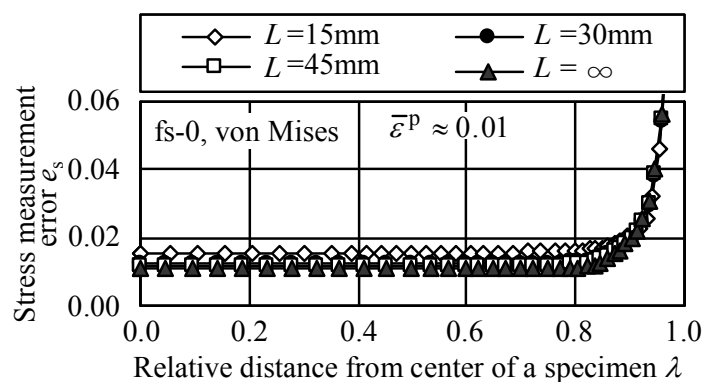
応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼすスリット長さ  $L$  の影響を Fig.2.3.2.2 に示す.  $L = \infty$  は各腕部の長手方向に直交する移動を自由とする境界条件を与えた.  $e_s$  は  $L$  の増加に伴い小さくなり,  $\lambda=0.8$  近傍でも  $e_s$  は十分小さくなる. これは, 前述と同様に, 腕を長くすることで, 腕部の面内曲げ剛性が低減するためである.  $\lambda=0.7$  では,  $L \geq B$  とすれば  $e_s$  は 1.3% 以下となる.



(a) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:0$



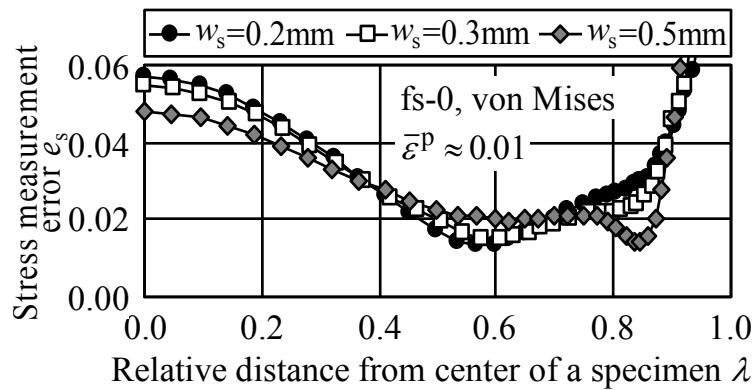
(b) Stress ratio  $s_x : s_y = 2:1$



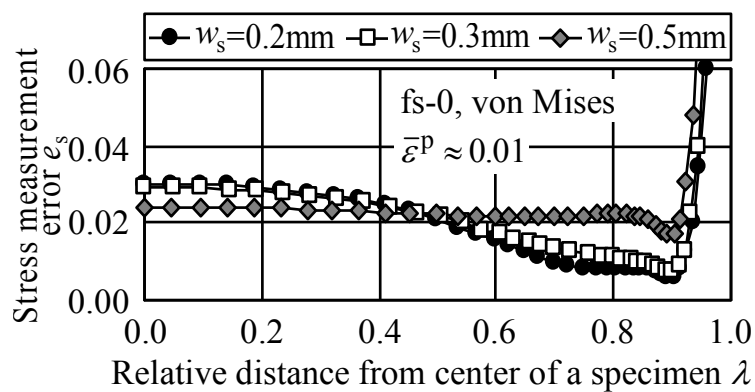
(c) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:1$

**Fig.2.3.2.2** Effect of the length of slits  $L$  and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$

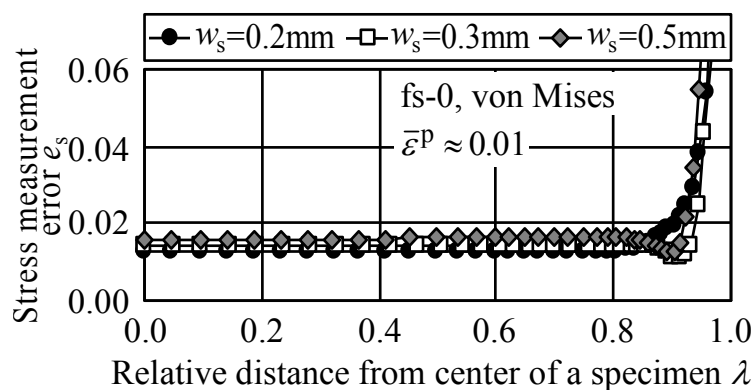
応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼすスリット幅  $w_s$  の影響を Fig.2.3.2.3 に示す.  $w_s$  の低減に伴い  $e_s$  も小さくなる.  $\lambda = 0.7$  において,  $w_s = 0.01 B$  以下 ( $B = 30\text{mm}$  に対して  $w_s \leq 0.3\text{mm}$ ) にすることにより,  $e_s$  を 1.5%以下に抑えることができる.



(a) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:0$



(b) Stress ratio  $s_x : s_y = 2:1$



(c) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:1$

**Fig.2.3.2.3** Effect of the width of slits  $w_s$  and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$

本章で研究対象とした十字形試験片では、腕部が単軸引張に近い状態となるため、腕部の公称応力が素材の引張強さに到達した時点で試験終了となる。そこで、引張状態にある短冊状板材に負荷できる最大荷重条件により応力測定部に付加できる最大相当塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  を計算した[Marciniak ら, 2002]。  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  は主に応力比、加工硬化指数  $n$ 、試験材の異方性、そして十字形試験片のそれぞれの腕部に切断加工されるスリット幅  $w_s$  に依存する。ここでは  $n$ 、  $w_s$  が  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  に及ぼす効果を示す。これらの計算結果は、等方性材料を仮定した単純な塑性力学に基づいた数値解析的な結論のため参考扱いとすべきである。

真応力比  $\sigma_x : \sigma_y = 2:1$  という条件の下、  $B = 30\text{mm}$  であり、かつ  $w_s = 0.2\text{mm}$ 、  $0.3\text{mm}$  および  $0.5\text{mm}$  の十字形試験片に対して、スリット本数  $N$  が  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  に及ぼす影響を Fig.2.3.2.4 に示す。標準条件 ( $N = 7$ 、  $w_s = 0.2\text{mm}$ ) では、  $\bar{\epsilon}_{\max}^p = 3.2\%$  であるが、  $N = 9$  では  $\bar{\epsilon}_{\max}^p = 2.9\%$  に低下する。  $w_s = 0.5\text{mm}$  の場合には、  $N = 9$  では  $\bar{\epsilon}_{\max}^p = 1.5\%$  にまで低下する。これは、測定領域の応力分布がより均一になるにも関わらず、スリット本数  $N$  の増加により腕部の有効断面積は減少するためである。

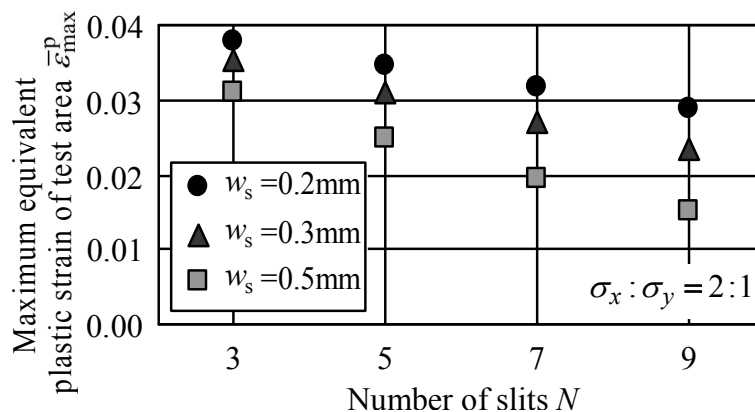
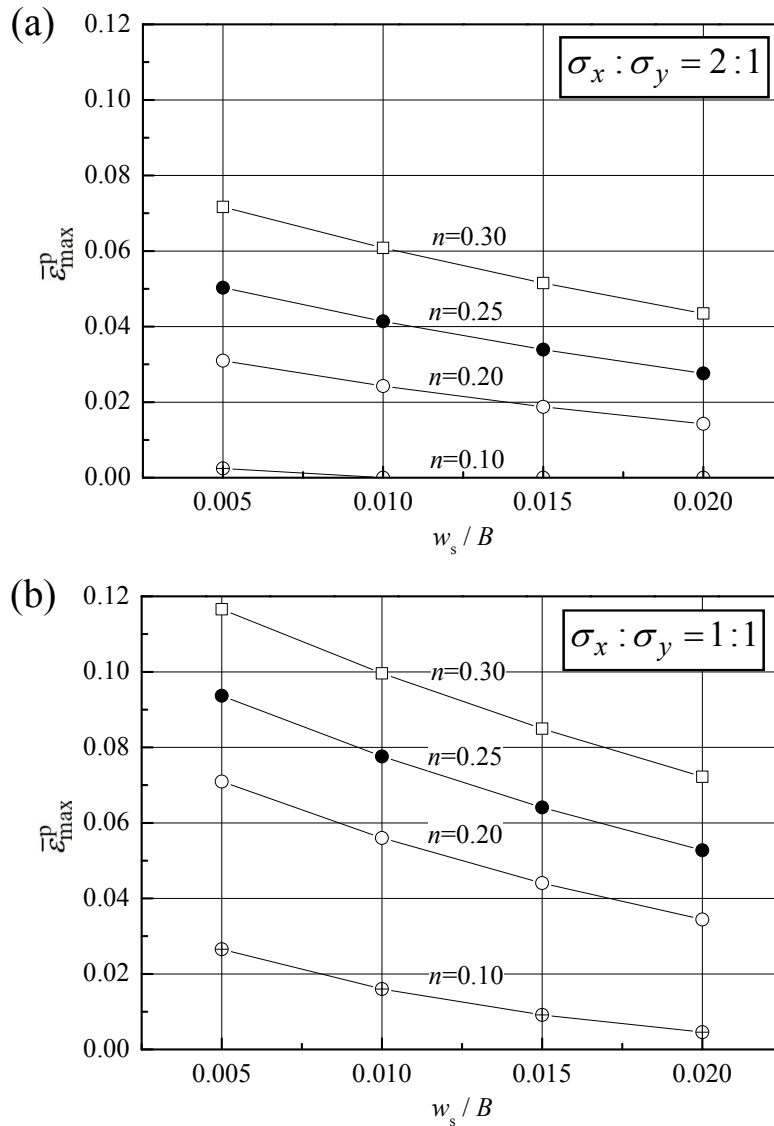


Fig.2.3.2.4 Effect of the number of slits  $N$  and the width of slits  $w_s$  on the maximum equivalent plastic strain applicable to the test area of a cruciform specimen.

Fig.2.3.2.5 に  $\sigma_x : \sigma_y = 2:1$ 、  $1:1$  における  $N = 7$  の場合に、  $n$ 、  $w_s$  が  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  に及ぼす効果を示す。十字形試験片の測定領域に伝達できる最大荷重の減少をもたらす腕部の有効断面積の減少により、  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  は  $w_s$  の増加に伴い減少する。  $n$  値が大きな材料は腕部の塑性変形の増加に伴い、応力の増加速度が増すため、  $\bar{\epsilon}_{\max}^p$  は  $n$  値の増加に伴い増加する。その次に、測定領域に負荷できる引張応力が増加する。



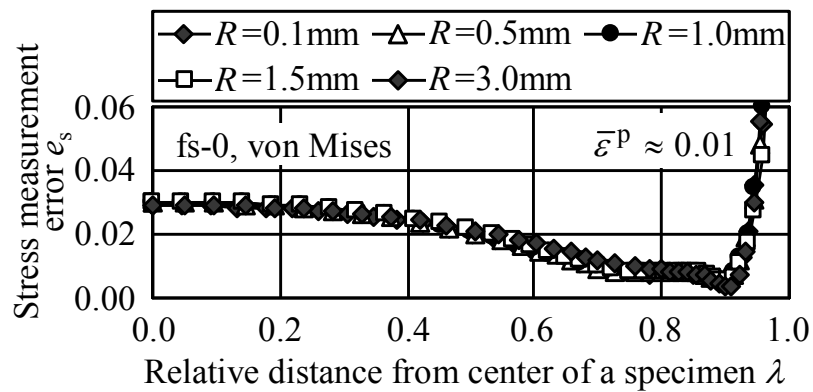
**Fig.2.3.2.5** Effect of slit width  $w_s$  and work hardening exponent  $n$  on maximum equivalent plastic strain  $\bar{\varepsilon}_{\max}^p$  applicable to gauge area of cruciform specimen. The number of slits is 7.

結論として、試験片の形状設計においては、スリット本数  $N$  を減らしつつ、スリット幅  $w_s$  を狭くすることが肝要である。

### 2.3.3 腕の付け根の丸味半径の影響

応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼす腕の付け根の丸味半径  $R$  の影響を、公称応力比  $s_x : s_y = 2:1$  の場合について **Fig.2.3.3** に示す。検討した  $0.0034 \leq R/B \leq 0.1$  ( $B = 30\text{mm}$  に対して  $0.1 \leq R \leq 3.0\text{mm}$ ) の範囲において、応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼす  $R$  の影響は無視できる。なお、他の応力比についても同様の結果であった。

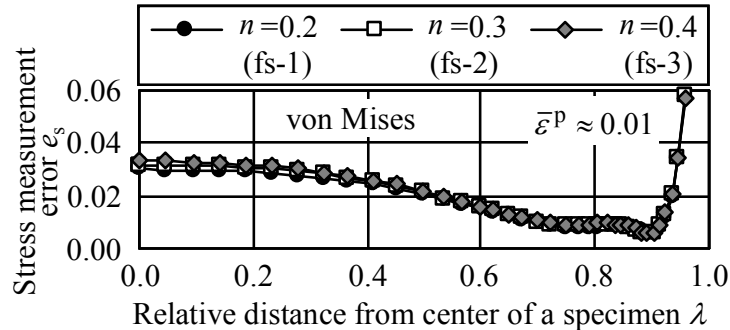




**Fig.2.3.3** Effect of corner radius  $R$  and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$  for  $s_x : s_y = 2:1$

### 2.3.4 加工硬化指数の影響

応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼす加工硬化指数  $n$  の影響を、公称応力比  $s_x : s_y = 2:1$  の場合について **Fig.2.3.4** に示す.  $n$  は 0.2~0.4 の範囲において、 $e_s$  に影響しないことがわかる. なお、他の応力比についても同様の結果であった.



**Fig.2.3.4** Effect of  $n$ -value and strain measurement position on stress measurement error  $e_s$  for  $s_x : s_y = 2:1$

## 2.4 実験による解析の妥当性の確認

これまでは有限要素解析が正しいという前提に基づいて議論している。本節では、実験により2.2節と2.3節で述べた有限要素解析の妥当性を確認する。完全な等方性材料を用いることは困難であるため、実験的にほぼ等方性であることを確認できている板材を用いる。

### 2.4.1 試験材料と試験片

用いた試験材は厚さ1.2mmの引張強度590MPa(JSC590Y)の冷間圧延鋼板である。圧延方向に対して0°、45°、90°方向(0°をRD, 90°をTD)の単軸引張試験における加工硬化特性と $r$ 値をTable 2.4.1に示す。試験材の異方性が小さいことは実験的に確認しており、ほぼ等方性となせる。これより、この材料は2.2節と2.3節におけるvon Mises[1913]型の等方性材料モデルを用いた有限要素解析の妥当性を確認するために適した材料であると考えられる。試験片のRD, TD方向をそれぞれ $x$ 軸,  $y$ 軸と定義する。

Table 2.4.1 Mechanical properties of the test material (JSC590Y).

Tensile direction	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	$c^*$ (MPa)	$n^*$	$\epsilon_0^*$	$r$ -value**
0	392	1064	0.184	0.0021	0.81
45	394	1052	0.181	0.0023	0.90
90	398	1046	0.172	0.0016	1.04

\* Approximated using  $\sigma_1 = c(\epsilon_0 + \epsilon_1^p)^n$  for  $\epsilon_1^p = 0.002 \sim 0.092$ .

\*\* Measured at uniaxial nominal strain  $\epsilon_N = 0.1$ .

### 2.4.2 二軸引張試験

試験材の異方性降伏関数を定めるために十字形試験片 (Fig.2.4.2,  $B=L=60\text{mm}$ ) [桑原ら, 1998]を用いて二軸引張試験を行う。試験片は、腕部の長手方向が素板のRD方向およびTD方向に平行となるよう圧延板からレーザー加工機によって切断した。

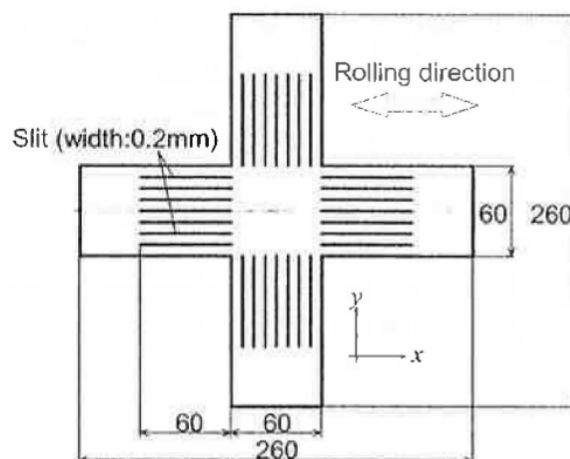


Fig.2.4.2 Cruciform specimen.

二軸引張下における試験材の加工硬化挙動を定量的に評価するために、応力空間における等塑性仕事面の概念[HillとHutchinson, 1992; Hillら,1994]を用いる。加工硬化に対する参照曲線としてRD方向の単軸引張試験から得られる応力-ひずみ曲線を用いた。この方法では、まず真塑性ひずみ  $\varepsilon_0^p$  に対応する単軸の真応力  $\sigma_0$  と単位体積当たりの等塑性仕事  $W_0$  を定める。これを用いて、等塑性仕事  $W_0$  と同じになるようにTD方向における単軸の真応力  $\sigma_{90}$  と他の二軸の真応力成分 ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) を定める。主応力空間にプロットされた応力点 ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) は、RD方向の単軸塑性ひずみ  $\varepsilon_0^p$  に対する等塑性仕事面を形成する。 $\varepsilon_0^p$  が十分に小さい場合、これに対応する等塑性仕事面は実質上の降伏曲面と見なすことができる。

桑原ら[1998]が開発したサーボ制御の二軸引張試験機を用いて、二軸応力試験を行った。二軸応力比は  $\sigma_x : \sigma_y = 1:0, 2:1, 4:3, 1:1, 1:2$  および  $0:1$  とした。二軸の全ひずみ成分 ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ) は光学式三次元変形解析システム(GOM, ARAMIS<sup>®</sup>)を用いて面の分布として測定した。応力の測定値を求めるためのひずみ ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ) は本研究の結果に基づき  $\lambda = 0.7$ 、すなわち  $\sigma_x : \sigma_y = 2:1, 4:3, 1:1$  に対しては  $(x, y) = (+21\text{mm}, 0)$ 、 $\sigma_x : \sigma_y = 1:2$  に対しては、 $(x, y) = (0, +21\text{mm})$  で測定した。真応力成分 ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) はこの値を用いて、式(2.3.a), (2.3.b)を用いて応力の測定値を求めた。ここで、 $F_x, F_y$  は二軸荷重、 $B$  は腕幅、 $t_0$  は試験片の初期板厚とする。

$$\sigma_x = F_x \exp(\varepsilon_x) / (Bt_0) \quad (2.3.a)$$

$$\sigma_y = F_y \exp(\varepsilon_y) / (Bt_0) \quad (2.3.b)$$

なお、試験速度は相当塑性ひずみ速度で  $(5-6) \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$  とした。二軸試験装置と試験方法の詳細は桑原ら[1998 & 1999]を参照されたい。応力比  $\sigma_x : \sigma_y = 1:0, 0:1$  については、標準的な単軸引張試験片であるJIS13B形状 (JIS Z2241)を用いた。

### 2.4.3 二軸引張試験の結果

Fig.2.4.3.1に  $\varepsilon_0^p = 0.01$  に対する等塑性仕事面を形成する測定応力点を示す。各応力点の値は  $\varepsilon_0^p = 0.01$  に相当するRD方向の流動応力  $\sigma_0$  によって無次元化している。Fig.2.4.3.1には、von Mises [1913], Hillの二次関数[Hill,1948], 次数 $M=5$ のYld2000-2d降伏関数[Barlatら, 2003]を用いた降伏曲線を描く。なお、これらの関数形については付録に示す。Hill'48とYld2000-2d降伏関数の両方に用いた  $r_0, r_{45}, r_{90}$  の値をTable 2.4.1に示す。Yld2000-2d降伏関数の次数 $M=5$ は、モデル関数と実験値の誤差の自乗和が最小になるように求めた。次数 $M=5$ のYld2000-2d降伏関数が等塑性仕事面に最も一致する。

Fig.2.4.3.1に示した降伏関数に対する垂直流れ則の成立性を評価するために、塑性ひずみ速度の方向 $\theta$ を全ての線形応力経路に対して測定し、これを理論降伏曲線に対して相当する応力点における垂直外向きベクトルの角度と比較した。Fig.2.4.3.2にその結果を示す。ここで $\phi$ は主応力空間における応力負荷経路のx軸からの角度である。また、 $\theta$ と $\phi$ はx軸を0度とし、反時計回りを正と定義している。ここでも次数  $M=5$ のYld2000-2d降伏関数が測定値を最も良く表現している。

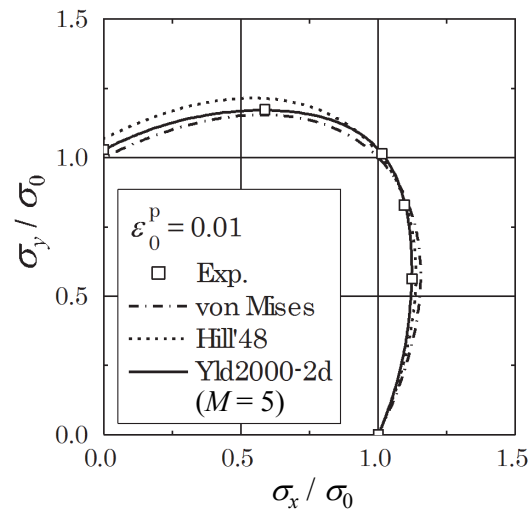


Fig.2.4.3.1 Measured stress points forming the contour of plastic work for  $\varepsilon_0^p = 0.01$ , compared with those calculated using selected yield functions.

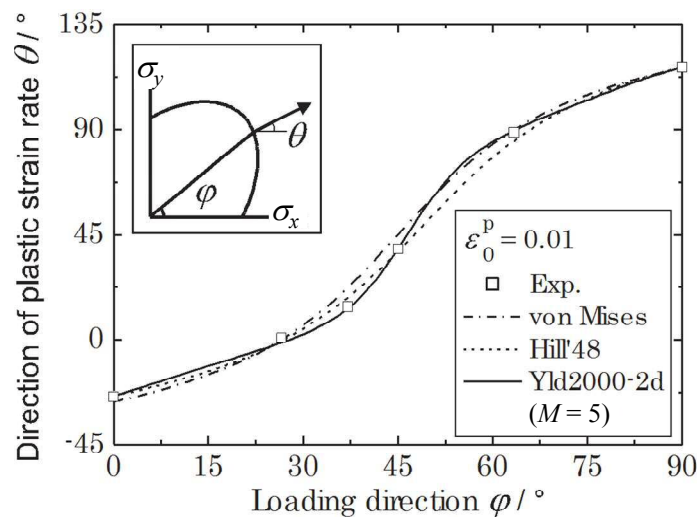


Fig.2.4.3.2 Comparison of the directions of measured plastic strain rates with those of the local outward vectors normal to the yield loci calculated using selected yield functions.

有限要素法で用いる材料モデルとしては、次数 $M=5$ のYld2000-2d降伏関数が試験材に対して適した材料モデルである。Table 2.4.3に次数 $M=5$ のYld2000-2d降伏関数の材料パラメータ $\alpha_1 - \alpha_8$ を示す。

Table 2.4.3 Material parameters for the Yld2000-2d ( $M = 5$ ) yield function for  $\varepsilon_0^p = 0.01$ .

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
0.9572	0.9905	0.9781	0.9686	1.014	0.9715	0.9791	1.0316

#### 2.4.4 有限要素解析の検証

$\sigma_x : \sigma_y = 4:3$ の条件で求めた $\lambda = 0.7$ における二軸の応力-ひずみ線図について、実験と解析を比較した結果をFig.2.4.4.1に示す。有限要素解析の真応力と真塑性ひずみの成分( $\varepsilon^G, \sigma^G$ )を定めるために用いた計算手順は実験と同じ手順である。有限要素解析の結果は、測定値と良く一致した。

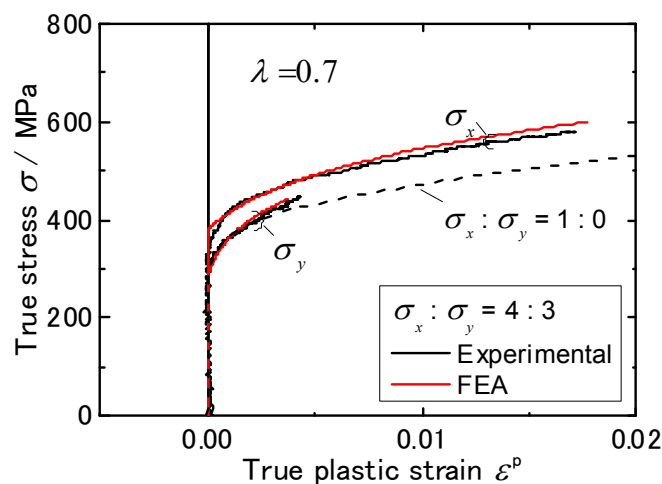


Fig.2.4.4.1 Biaxial stress-strain curves measured for  $\sigma_x : \sigma_y = 4 : 3$ , compared with those calculated using FEA.

しかしながら、これは $\lambda = 0.7$ の箇所における測定値と計算結果の比較にすぎない。そこで、ひずみの面としての分布を比較することで、有限要素解析の妥当性を確認する。

応力比 $\sigma_x : \sigma_y = 4:3$ の条件における $\varepsilon_x = 0.02$ の時の全ひずみ $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$ について、ARAMIS<sup>®</sup>による測定値と有限要素解析による結果の比較をFig.2.4.4.2に示す。有限要素解析は2.4.3項で定めた次数 $M=5$ のYld2000-2d降伏関数を用いた。 $\varepsilon_x$ および $\varepsilon_y$ の分布における測定値と計算結果はいずれも良く一致している。

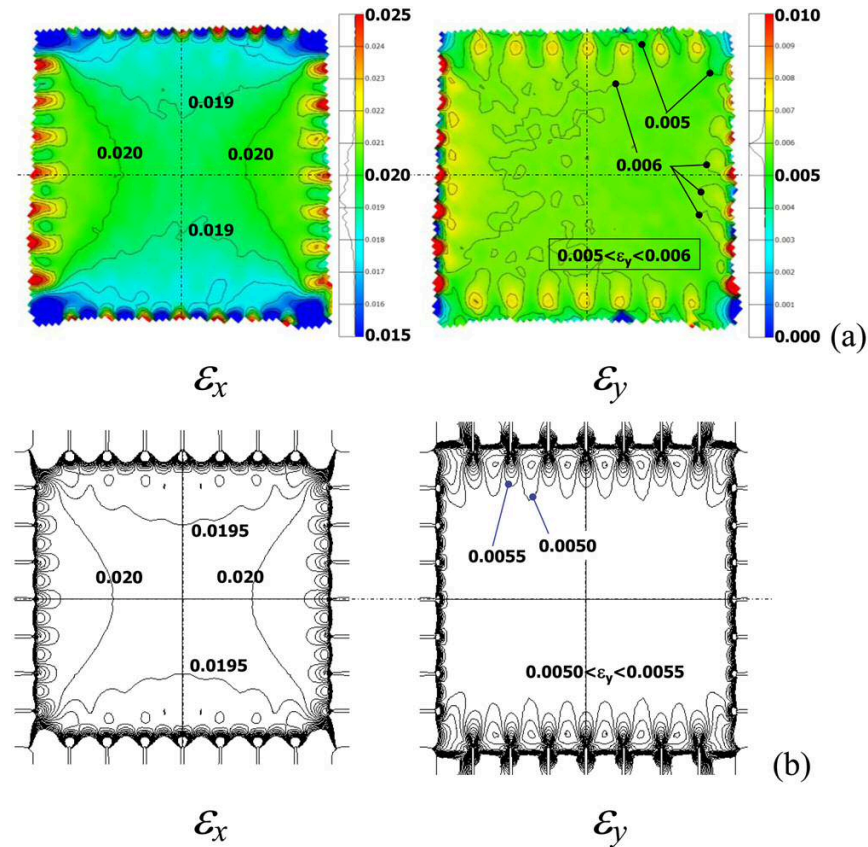


Fig.2.4.4.2 Contour diagrams for total strains  $\varepsilon_x$  and  $\varepsilon_y$  measured for  $\sigma_x : \sigma_y = 4 : 3$  at  $\varepsilon_x = 0.02$  (a), compared with those calculated using FEA (b).

Fig.2.4.4.1とFig.2.4.4.2に示した結果より、本研究で用いた有限要素解析の妥当性は実験的に確認された。

## 2.5 結論

十字形試験片の有限要素解析に基づいて、正解である局所応力 $\sigma^L$ と実験的に測定可能な平均応力 $\sigma^G$ の差を最小にするための、最適ひずみ測定位置の決定法を提案した。この手法は十字形試験片を用いる二軸応力試験だけではなく、他の試験方法にも適用可能な測定誤差の評価方法である。また、この手法に基づいて、応力の測定精度を向上させるための十字形試験片の形状因子やひずみ測定位置を定量的に明らかにした。本研究で得られた知見を総括すると以下のものである。

- 1) 応力測定部の辺長 $B$ を基準として、素板の板厚 $t_0$ は $0.08B$ 以下とする。
- 2) 十字形試験片のスリット本数 $N$ 、スリット長さ $L$ 、スリット幅 $w_s$ は次のように製作することが推奨される： $N \geq 7$ 、 $L \geq B$ 、 $w_s \leq 0.01B$ 。また、応力の算定誤差 $e_s$ に及ぼす腕の付け根の丸味半径 $R$ の影響は、 $0.0034 \leq R/B \leq 0.1$ の範囲では無視できる。
- 3) 応力の算定誤差を最小にするための、最適なひずみの測定位置は、試験片中心から最大主応力軸方向に $0.7(B/2)$ の位置である。ただし、ひずみゲージを用いてひずみを測定する場合は、 $0.6 \leq \lambda \leq 0.8$ の範囲にゲージ全体が収まるように貼り付けることが好ましい。

有限要素解析の妥当性は、有限要素解析の結果と実験的にほぼ等方性であると見なし得る板材の二軸引張試験によって測定された結果を比較することによって実験的に検証された。

## 参考文献

- [1] Barlat, F., Brem, J.C., Yoon, J.W., Chung, K., Dick, R.E., Lege, D.J., Pourboghrat, F., Choi, S.H. & Chu, E.: Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-part 1: theory, *Int. J. Plasticity*, **19** (2003), 1297-1319.
- [2] Demmerle, S. & Boehler, J. P.: Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens, *J. Mech. Phys. Solids*, **41-1** (1993), 143-181.
- [3] Hannon, A., Tiernan, P.: A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal, *J. Mater. Process. Technol.*, **198** (2008), 1-13.
- [4] Hill, R.: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London* **A193** (1948), 281-297.
- [5] Hill, R., Hutchinson, J.W.: Differential hardening in sheet metal under biaxial loading: a theoretical framework. *Journal of Applied Mechanics* **59** (1992), S1-S9.
- [6] Hill, R., Hecker, S.S. & Stout, M.G.: An investigation of plastic flow and differential work hardening in orthotropic brass tubes under fluid pressure and axial load, *Int. J. Solids Struct.*, **31** (1994), 2999-3021.
- [7] Kuwabara, T.: Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations, *Int. J. Plasticity*, **23** (2007), 385-419.
- [8] Marciniak, Z., Duncan, J.L., Hu, S.J.: *Mechanics of Sheet Metal Forming*. Butterworth-Heinemann, Oxford, (2002).
- [9] Von Mises, R.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*, *Goettinger Nachrichten Math. Phys. Klasse* **4** (1913), 582-592.
- [10] Yu, Y., Wan, M., Wu, X. -D. & Zhou, X. -B.: Design of a cruciform biaxial tensile specimen for limit strain analysis by FEM, *J. Mater. Process. Technol.*, **123** (2002), 67-70.
- [11] 桑原利彦, 薄一平, 池田聡: 十字型試験片を用いた2軸引張試験によるアルミニウム合金板 A5182-O の降伏曲面の同定, *塑性と加工*, **39-444** (1998), 56-61.
- [12] 桑原利彦, 池田聡: 十字型試験片を用いた2軸引張試験による冷間圧延鋼板の等塑性仕事面の測定と定式, *塑性と加工*, **40-457** (1999), 145-149.
- [13] 桑原利彦, 池田聡: 平面ひずみ引張を受ける鋼板の加工硬化特性の測定と解析, *鉄と鋼*, **88-6** (2002), 334-339.



# 第 3 章

## 異方性材料における 最適ひずみ測定位置の検討

### 3.1 はじめに

産業界で使われる板材は一般的に異方性材料である[山田, 2005; 伊敷, 2009]. それ故, 第 2 章において, Kuwabara ら[1998]によって開発された十字形試験片形状を基準として, von Mises[1913]型を仮定した等方性材料モデルに対して得た最適なひずみ測定位置が異方性板材に対しても妥当であるかどうかを確認する必要がある. 更に, 我々は産業界で使われる実際の板材から定めた異方性降伏関数に基づく有限要素解析を用いて, 測定した降伏曲面の精度を定量的に明らかにする.

### 3.2 解析モデルと条件

**Fig.3.2.1** に十字形試験片の寸法と平面応力解析モデルを示す. 試験片の寸法は応力測定精度が改善するように定めた. この解析では, 等方弾性を仮定している. ヤング率は 200GPa, ポアソン比は 0.33 である.

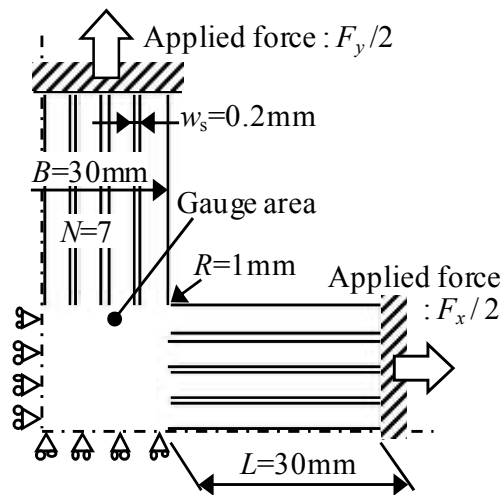


Fig.3.2.1 Analysis model and dimensions of cruciform specimen.

本章で実行した有限要素解析において用いた Swift 型変形抵抗曲線を Fig.3.2.2 に, その特性パラメータを Table 3.2(a)に, 降伏関数モデルを Table 3.2(b)に示す.

この表の(a) に降伏関数を示し, (b)にSwift型の流動応力曲線の形状を決めるパラメータを示す. 硬化則は等方硬化を仮定した. 標準的なモデルとして von Mises降伏関数(yf-0)を用いた. 前章において von Mises型の材料として定めた最適なひずみ測定位置が異方性材料にも適用可能であるかどうかを確認するために, Hillの二次降伏関数[Hill, 1948] (yf-1a,1b)と次数  $M$  の高い Yld2000-2d降伏関数[Barlatら, 2003] (yf-1c,1d, 1e)を用いた. yf-1シリーズ用の降伏関数を異なる  $r$  値である面内等方性材料としてモデル化した. yf-2aと-2bは現実の板材から定めた異方性降伏関数である[Kimuraら, 2009; Barlatら, 2003].

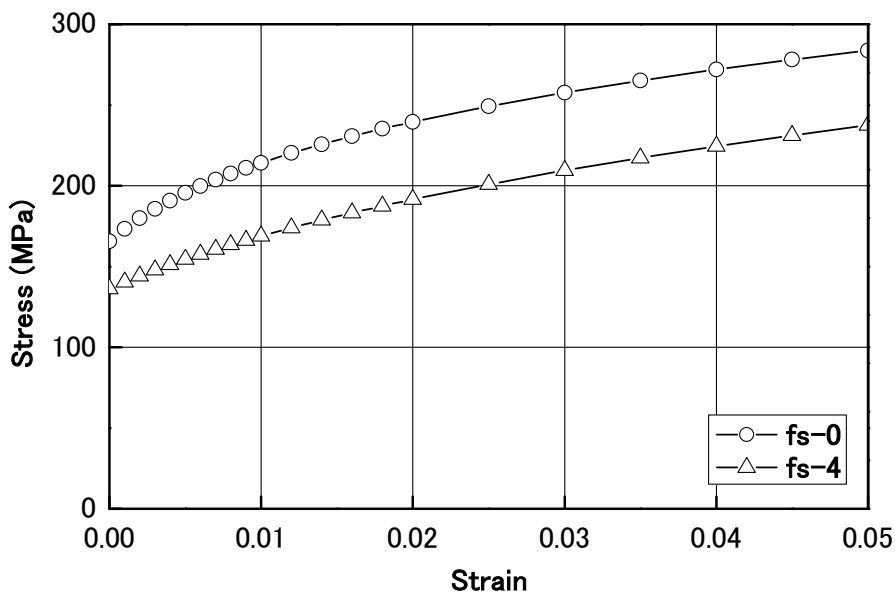


Fig.3.2.2 Comparison of stress-strain curves.

**Table 3.2** Material models for FEA (Underline: Standard condition).

(a) Flow stress models.

No.	$n$ -value*	$\varepsilon_0$ *	$c^*$ /MPa
<u>fs-0</u>	0.209	0.0041	522
fs-4	0.31	0.010	568

\*Swift type flow curve:  $\bar{\sigma} = c(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n$

(b) Yield function models.

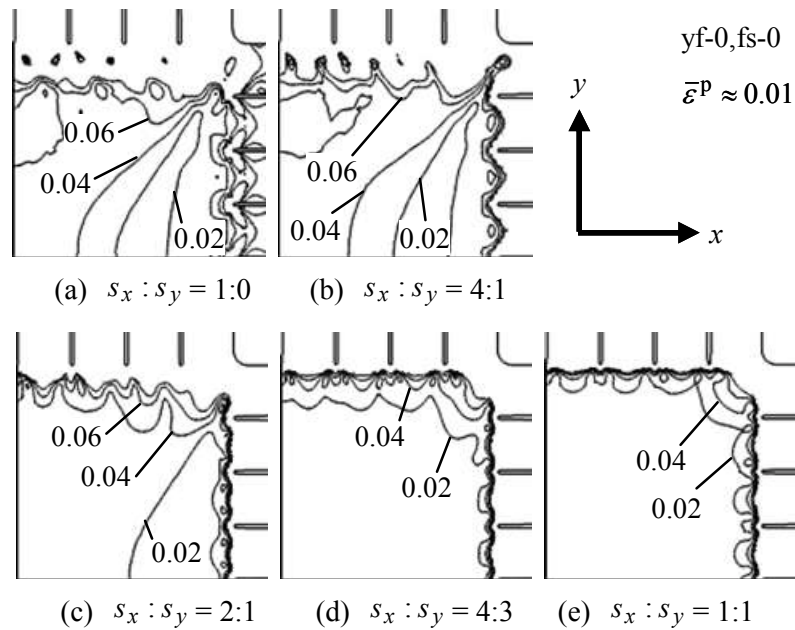
No.	in-plane isotropy	Yield function	Order $M$	$r$ -value or materials
<u>yf-0</u>	Isotropic	von Mises	2	$r = 1.0$
yf-1a	Isotropic	Hill'48	2	$r = 0.5$
yf-1b	Isotropic	Hill'48	2	$r = 1.5$
yf-1c	Isotropic	Yld2000-2d	4	$r = 2.0$
yf-1d	Isotropic	Yld2000-2d	8	$r = 0.5$
yf-1e	Isotropic	Yld2000-2d	24	$r = 1.0$
yf-2a	Anisotropic	Yld2000-2d	6	SPCEN
yf-2b	Anisotropic	Yld2000-2d	8	AA2090-T3

### 3.3 応力測定誤差解析

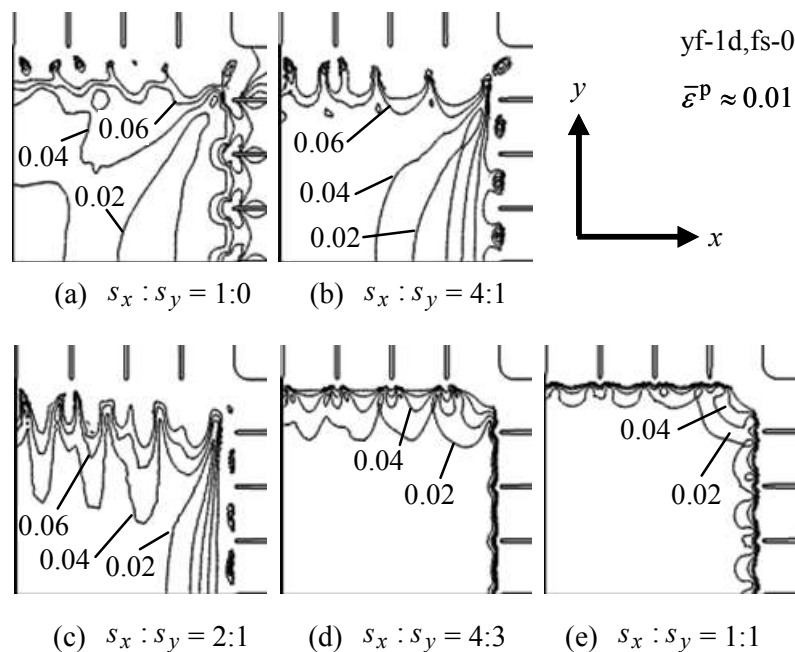
およそ 1%の相当塑性ひずみが応力測定領域に負荷されるとき、von Mises と Yld2000-2d (yf-1d)の降伏関数それぞれにおける異なる公称応力比  $s_x : s_y$  に対する応力測定誤差  $e_s$  の等高線図を **Fig.3.3.1** と **Fig.3.3.2** に示す。応力が等二軸引張( $s_x : s_y = 1:1$ )に近くなると、 $e_s$  はより小さく、より均一になる。これらの図から応力測定の精度はひずみ測定の位置に依存することは明らかである。

**Fig.3.3.1** と **Fig.3.3.2** における  $e_s$  の分布より、いずれの降伏関数においても  $e_s$  はひずみが最大主応力となる  $x$  軸上で測定されるとき最小値を取ることがわかった。そのため、von Mises (yf-0)と Yld2000-2d (yf-1d)の降伏関数それぞれに対し  $x$  軸上の  $e_s$  の変化を **Fig.3.3.3** と **Fig.3.3.4** に示す。これらの図における水平方向の軸は、変数  $\lambda \equiv x/(B/2)$  を用いて、 $x$  軸上における試験片中心からの無次元化した距離を示す。また、これらの図に示した Average は各応力比における  $e_s$  の単純平均値を示す。応力測定誤差  $e_s$  を最小とする位置はおおよそ  $\lambda = 0.7$  であることを両方の図が示している。類似の結果が他の降伏関数 yf-1a~1c and -1e より得られている。様々な降伏関数に対する  $x$  軸における応力測定誤差  $e_s$  の分布を **Fig.3.3.5** に示す。次数  $M$  が

比較的高い 8 の yf-1d と 24 の yf-1e を除き，等二軸試験( $s_x:s_y = 1:1$ )に対し， $\lambda = 0.7$  の場合  $e_s \leq 1.2\%$  であった．より高い次数  $M$  の場合， $e_s$  は応力測定領域におけるあらゆる箇所において大きくなる．そして  $e_s \leq 2\%$  となる領域は極端に制限され， $B/2$  のおよそ 10% である．



**Fig.3.3.1** Distribution of stress measurement error  $e_s$  for yf-0.



**Fig.3.3.2** Distribution of stress measurement errors  $e_s$  for yf-1d.

Fig.3.3.6 は  $s_x : s_y = 2:1$  において  $x$  軸上の  $\lambda = 0-0.9$  となる位置で測定した yf-0, -1d, -1e に対する応力点と有限要素解析で用いた所定の降伏関数を示す. 両方の軸が単軸降伏応力  $Y1$  によって無次元化されている. 降伏曲線の線の太さは相当塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}^p = 0.008 \sim 0.012$  において生ずる加工硬化による流動応力の幅を示している. それぞれの応力点は一般的に  $\lambda$  の増加によってより大きくなる. 次数  $M$  がより高く Tresca 型の降伏曲線に近い yf-1d と -1e の降伏曲線は,  $\sigma_x : \sigma_y = 2:1$  の近傍において膨らんでいない. これは次数  $M$  がより高い場合においては,  $\sigma_x$  のわずかな変化でも  $\sigma_y$  は大きく変化するためである. その結果, 次数  $M$  が高い降伏関数の場合, 正確な応力測定を可能とするひずみ測定位置は狭い領域となる.

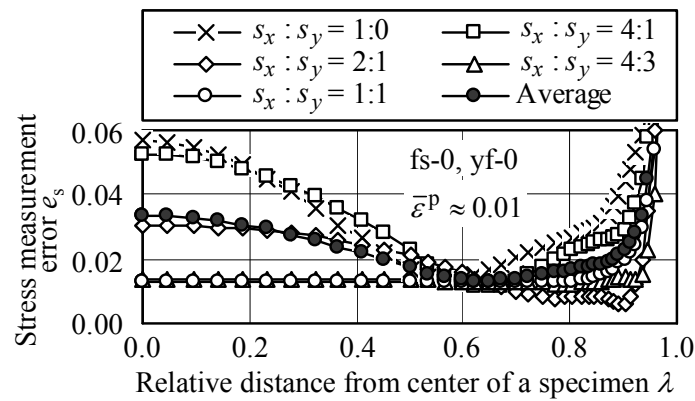


Fig.3.3.3 Effect of stress ratio and strain measurement position on stress measurement errors  $e_s$  for yf-0.

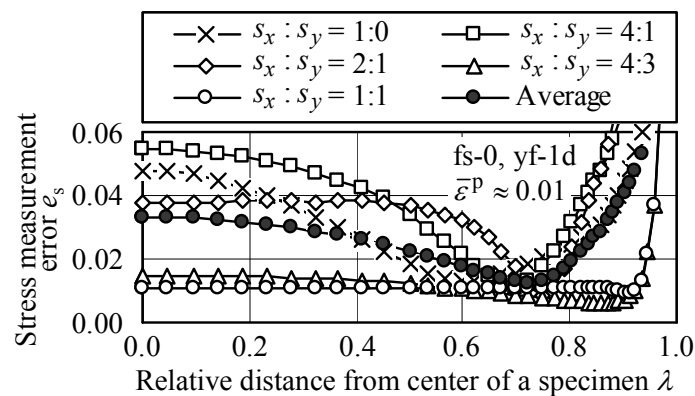
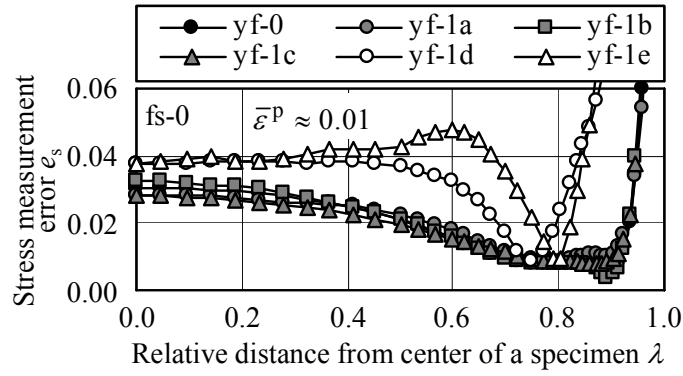
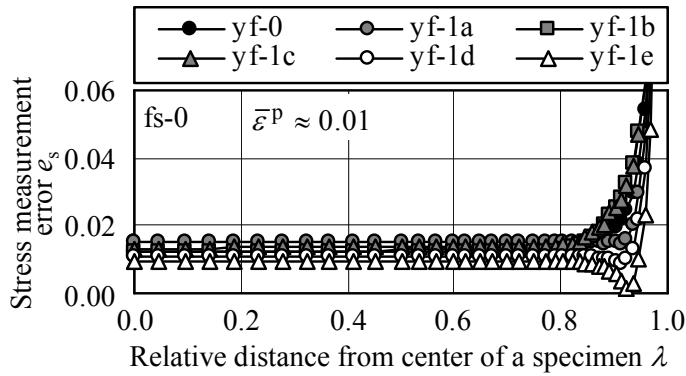


Fig.3.3.4 Effect of stress ratio and strain measurement position on stress measurement errors  $e_s$  for yf-1d.

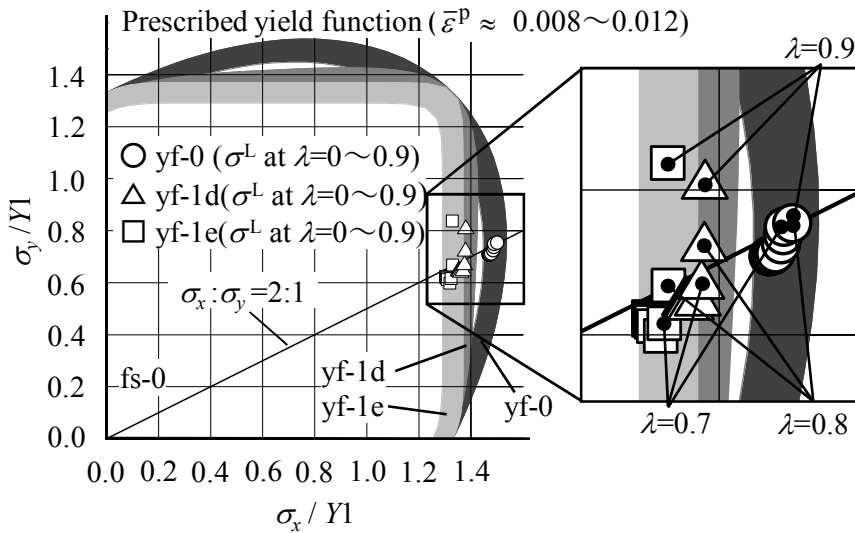


(a) Stress ratio  $s_x : s_y = 2:1$



(b) Stress ratio  $s_x : s_y = 1:1$

**Fig.3.3.5** Stress measurement errors  $e_s$  with yield function models.



**Fig.3.3.6** Measured stress plots on  $\lambda = 0-0.9$  and prescribed yield loci.

### 3.4 数値解析による二軸試験を用いた最適なひずみ測定位置の検証

最適な測定位置  $\lambda = 0.7$  を検証するため、有限要素解析により十字形試験片を用いた二軸試験を実行した。現実の板材から決めた降伏関数と流動応力曲線が有限要素解析に使われ、Table 1(a)に yf-2a (冷間圧延超低炭素鋼板, SPCEN) と yf-2b (アルミニウム合金板, AA2090-T3) として示す。ひずみ測定に関しては、最適な位置  $\lambda = 0.7$  に二軸のひずみゲージが貼られたと仮定する。Fig.3.4.1 は  $\bar{\epsilon}^p \approx 0.01$  に対する等塑性仕事面を構成する計算による応力点と yf-0, yf-2a, yf-2b に基づく既定の理論降伏曲面を示す。

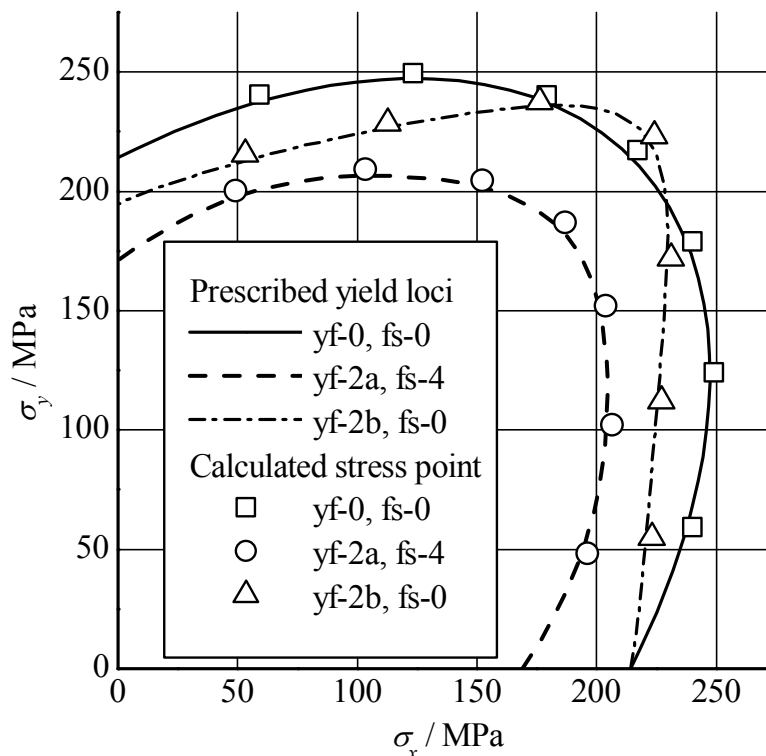


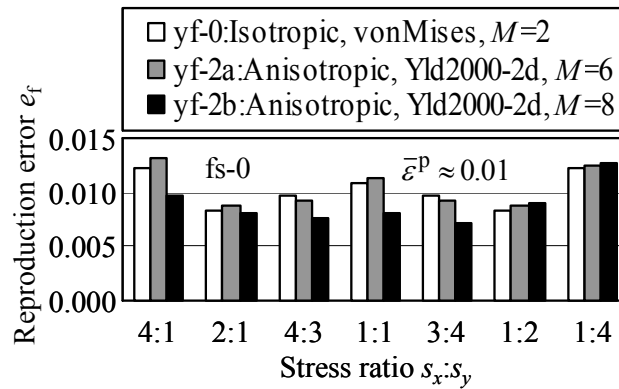
Fig.3.4.1 Comparison of prescribed yield loci with calculated stress points comprising a contour of plastic work for  $\bar{\epsilon}^p \approx 0.01$ .

計算された応力点は両方の材料に対して既定の降伏曲線と良く一致する。その結果、ひずみ測定位置  $\lambda = 0.7$  が実際の異方性板材に対してもほぼ最適であることが証明された。

等塑性仕事面を構成する数値解析的に計算された応力  $\sigma^S$  と既定の降伏曲面を構成する応力  $\sigma^T$  の差は次式によって同定誤差  $e_f$  として定義される。

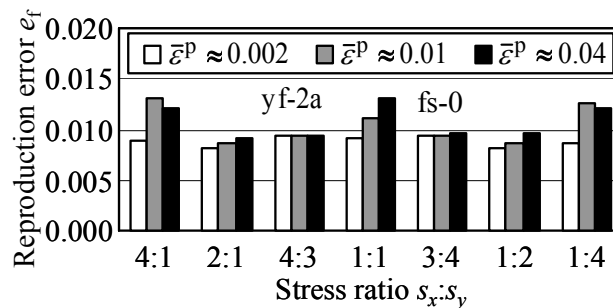
$$e_f = (|\sigma^S| - |\sigma^T|) / |\sigma^T| \quad (3.1)$$

ひずみ測定位置として  $\lambda = 0.7$  が適用されたとき、試験材 yf-2a と -2b の降伏関数の再現性を定量化するために、 $\bar{\varepsilon}^p \approx 0.01$  における同定誤差  $e_f$  を様々な応力比に対して **Fig.3.4.2** に示す。全ての応力比において  $e_f \leq 1.5\%$  であることがわかった。



**Fig.3.4.2** Effect of material models and stress ratios on error  $e_f$ .

yf-2a における  $e_f$  に関する相当塑性ひずみ  $\bar{\varepsilon}^p$  の影響を **Fig.3.4.3** に示す。 $\bar{\varepsilon}^p$  が  $e_f$  におよぼす影響は小さいことがわかった。それ故、 $\lambda = 0.7$  は降伏関数の正確な決定に対するひずみ測定においてほとんど最適な位置であると言える。



**Fig.3.4.3** Effect of plastic strain and stress ratios on error  $e_f$ .



### 3.5 結論

等方性材料において応力の測定誤差を小さくするひずみ測定位置が $\lambda=0.7$ であるという第2章で示した結論は、異方性材料においても適用可能であることがわかった。また、 $\lambda=0.7$ は降伏関数の正確な決定に対するひずみ測定においてほとんど最適な位置であると言える。

本章において、以下の知見が得られた。

- 1) 十字形試験片の中心から最大主応力方向に沿っておよそ $0.7/(B/2)$ 離れた試験片の中心線上で二軸のひずみ成分が測定される時、異方性材料においても Fig.3.2 に示す十字形試験片の応力測定誤差は最も低くなる。ここで $B$ は十字形試験片の測定領域の辺の長さである。
- 2) 十字形試験片を用いて等方性あるいは異方性いずれの材料においても、等塑性仕事面を構成する数値解析的に計算された応力と既定の降伏曲面を構成する応力の差として定めた同定誤差 $e_f$ は、1.5%以下と見積もられた。
- 3) 次数 $M$ が高次となる降伏関数の場合、正確な応力測定を可能とする最適なひずみ測定領域は狭い。

## 参考文献

- [1] Barlat, F., Brem, J.C., Yoon, J.W., Chung, K., Dick, R.E., Lege, D.J., Pourboghrat, F., Choi, S.H. & Chu, E.: Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-part 1: theory, *Int. J. Plasticity*, **19** (2003), 1297-1319.
- [2] Hill, R.: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London* **A193** (1948), 281–297.
- [3] Kimura, T., Isogai, E., Kuwabara, T.: Constitutive modeling of ultra-low carbon steel sheet based on biaxial stress tests, *Proc. 2nd Asian Symposium on Materials and Processing*, (2009). (CD-ROM)
- [4] Kuwabara, T., Ikeda, S. and Kuroda, T.: Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension, *J. Mater. Process. Technol.*, **80/81** (1998), 517-523.
- [5] Von Mises, R.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*, *Goettinger Nachrichten Math. Phys. Klasse* **4** (1913), 582–592.
- [6] 伊敷万太郎, 桑原利彦, 山口誠, 前田恭志, 林田康宏, 逸見義男: 面内2軸応力下における純チタン板の異方硬化挙動, *日本機械学会*, **75-752** (2009), 95-104.
- [7] 山田賢治, 水越秀雄, 岡田功史, 桑原利彦, 梅村昌史: アルミニウム合金板材のカップ試験シミュレーションにおける成形限界に及ぼす異方性降伏関数の影響, *住友軽金属技報*, **46-1** (2005), 67-71.

# 第4章

## 薄肉超小型試験片に適した 二軸引張試験方法の開発と検証

### 4.1 はじめに

桑原らは[2008], 任意の応力・ひずみ経路を円管材に負荷することができる軸力-内圧型二軸応力試験機を用いて, アルミ缶側壁部の変形特性や破断挙動の異方性を明らかにした。しかし, 塑性異方性を持つ圧延板から DI 加工によって成形されるアルミ缶の場合, 側壁の機械的特性は, 円周方向および缶軸方向のいずれの位置においても異なる塑性変形特性を持つと考えるべきである。つまり, 軸力-内圧型二軸応力軸試験機から得られる円筒体としての特性は, 上述の位置によって異なる局所的な塑性変形特性を平均化した測定結果となっている。

二軸応力場における板材の塑性変形特性を測定する試験法には, Kuwabara ら[1998]によって提案された十字形試験片を用いる方法がある。この方法を用いれば, 試験片を小型化することで二軸応力下での局所的な塑性変形特性を測定することができる。しかしながら, 広く流布している 350ml のアルミ缶側壁部から切り出す十字形試験片は, 板厚はわずか 0.1mm の薄肉材となるため, ひずみゲージの剛性がひずみ測定値に及ぼす影響を無視できない。その

ため、ひずみゲージに依らないひずみ測定が必要である。加えて、腕部を含めて最長 90mm 程の小型になること、かつ当該試験片は加工硬化が小さいことから、これらを考慮して試験片形状を再設計することが必要である。

十字形試験片を用いる既存の二軸引張試験機には、直交する二軸負荷を制御する特殊な専用試験機が必要となる。これに対して永安ら[2009]は圧縮試験機を用いた二軸試験装置を開発しており、一般的な単軸試験機による二軸試験を可能にした。しかし、この装置は高強度である高張力鋼板などを対象としており、必ずしも小型・薄肉材を対象としているわけではない。また、十字形試験片を用いた二軸引張試験の有効性を広く普及するためには汎用の単軸引張試験機を利用することによって、産業界に導入しやすい装置を開発する必要がある。これらの条件を満たして開発した試験装置を用いて、加工硬化の小さい A3104-H の板材から切り出した薄肉・超小型の十字形試験片を用いて二軸応力下での塑性変形特性を測定する。

## 4.2 二軸引張試験装置の開発

本研究では、負荷荷重が小さいことを考慮し、汎用の単軸引張試験機を駆動源とする簡便さはそのままに、新たな等変位機構を実現するリンク機構を用いた二軸引張試験方法を開発した。

Fig.4.2 に本研究で設計・製作した二軸引張試験装置を示す。単軸変位を二軸変位に変換する機能は、既に提案されている簡易型二軸引張試験装置[永安ら, 2009; 渡邊ら, 2010]と同様だが、本試験機は、直立型にすることで試験片正面を開放しているため、CCD カメラを用いた非接触ひずみ測定が可能である。また、正面を開放することで試験片設置の作業性も大幅に改善できる。

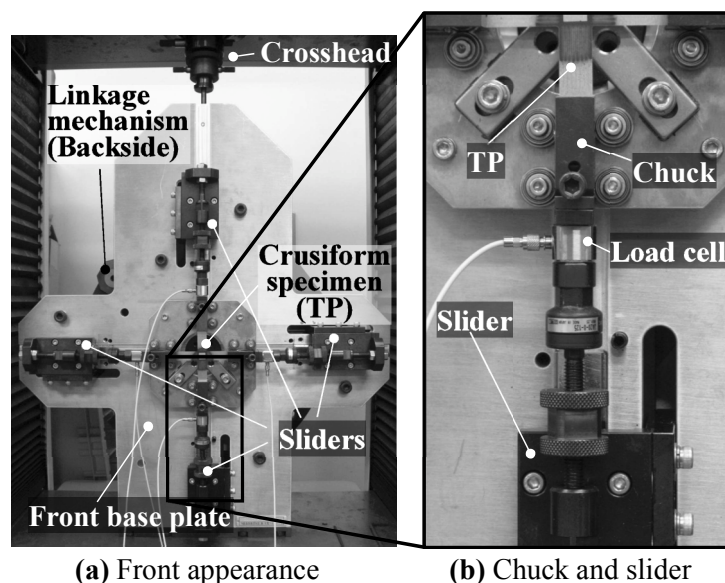


Fig.4.2 Biaxial tensile apparatus on a uniaxial tensile testing machine.

開発した試験装置は、Fig.4.2 に示すように汎用の引張試験機へ直立型で設置する。本試験機では荷重の対称性を確認するために、上下および左右の合計 4 つのチャック全てに小型のロードセル（最大荷重 20kN）を設置している。

#### 4.2.1 単軸変位から二軸変位へ変換するリンク機構

負荷荷重が小さい二軸引張試験に適するよう開発したリンク装置を説明する。水平方向 ( $x$  方向) と鉛直方向 ( $y$  方向) に等二軸変位 (変位比  $U_x:U_y=1:1$ ) を付与するリンク機構を Fig.4.2.1(a) に示す。

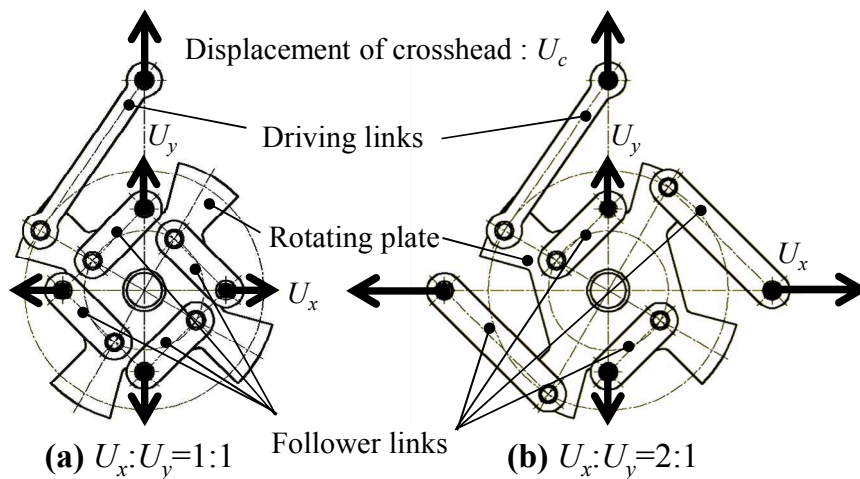


Fig.4.2.1 Linkage mechanism.

この機構では、最上部にある継手部を単軸引張試験機のクロスヘッドに取り付け、これを上昇させることにより、駆動リンクを介して回転板を時計回りに回転させる。この回転により、90度間隔で等分に配置された4つの従動リンクが、直交する二軸上でスライダを四方に広がるように水平・鉛直方向へ移動させる。このスライダに取り付けたチャックが十字形試験片の4つの腕部を引張り、等二軸変位を付与することができる。また、Fig.4.2.1(b)に示すように水平方向変位  $U_x$  を生じさせる従動リンクの長さや回転板上での接続位置を変更することによって、変位比を  $U_x:U_y=2:1$  へ容易に変更することができる。なお、水平方向変位  $U_x$  を生じさせる従動リンクを回転板から外し、チャックをスライダ上で固定すれば、変位比  $U_x:U_y=0:1$  の試験が可能である。

#### 4.2.2 変位比が一定となるリンク機構

本試験装置は試験開始から終了まで変位比  $U_x:U_y = n_d:1$  を一定に保つことができる変位比一定型二軸引張試験装置である。これを Fig.4.2.2 に示す変位比  $U_x:U_y = 2:1$  のリンク機構模式図を用いて説明する。図中の添字 0 は初期配置を，添字 1 は変位後の状態を示し，リンク機構の各諸元を次のように定める。

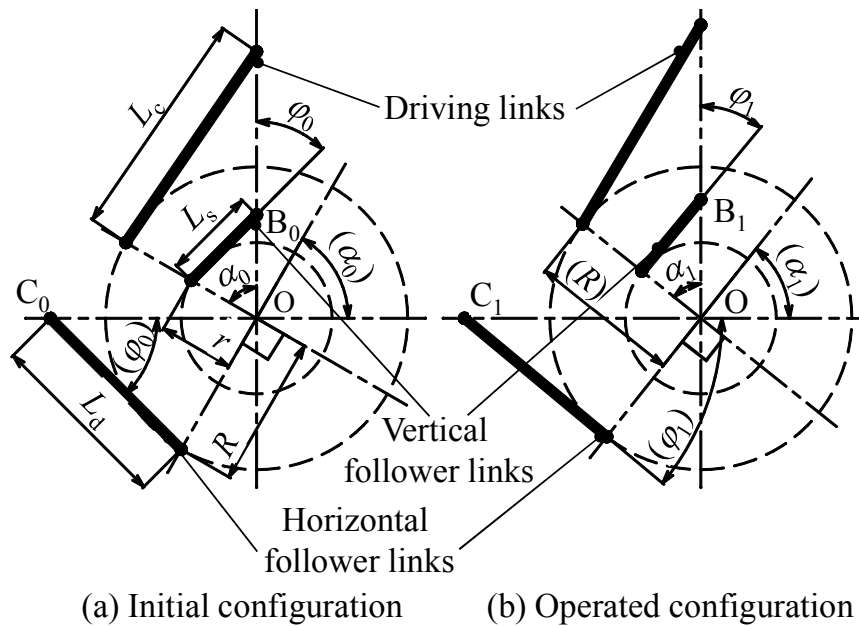


Fig.4.2.2 Schematic diagram of linkage mechanism on  $U_x:U_y = 2:1$ . The subscript 0 means initial configuration (a), and the subscript 1 means operated configuration (b).

$L_c$  : 駆動リンクの長さ。

$L_s$  : 鉛直方向変位を生じさせる従動リンクの長さ。

$L_d$  : 水平方向変位を生じさせる従動リンクの長さ。  $L_d = n_d L_s$ 。

$r$  : 鉛直方向に変位する従動リンクの回転板取り付け点と中心 O を結ぶ長さ。

$R$  : 水平方向に変位する従動リンクの回転板取り付け点と中心 O を結ぶ長さ。また， $R$  を示す直線と  $r$  を示す直線は直交し，  $R = n_d r$  という関係がある。

$\alpha$  : 駆動リンクの回転板取り付け点と中心 O を結ぶ直線が鉛直方向となす角度。

$\varphi$  : 鉛直方向に変位する従動リンクが鉛直方向となす小さい方の角度。

試験開始前における，回転板中心 O から各従動リンク端点  $B_0$ ， $C_0$  までの長さは以下のよう

$$\overline{OB_0} = L_s \cos \varphi_0 + r \cos \alpha_0 \quad (4.1a)$$

$$\overline{OC_0} = L_d \cos \varphi_0 + R \cos \alpha_0 \quad (4.1b)$$

変位後の回転板中心 O から各従動リンク端点 B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub> までの長さは同様にして次式によって求めることができる。

$$\overline{OB_1} = L_s \cos \varphi_1 + r \cos \alpha_1 \quad (4.2a)$$

$$\overline{OC_1} = L_d \cos \varphi_1 + R \cos \alpha_1 \quad (4.2b)$$

水平方向変位 U<sub>x</sub>, 鉛直方向変位 U<sub>y</sub> は次式より求める。

$$\begin{aligned} U_y &= \overline{OB_1} - \overline{OB_0} \\ &= (L_s \cos \varphi_1 + r \cos \alpha_1) - (L_s \cos \varphi_0 + r \cos \alpha_0) \\ &= L_s (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0) + r (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) \end{aligned} \quad (4.3a)$$

$$\begin{aligned} U_x &= \overline{OC_1} - \overline{OC_0} \\ &= (L_d \cos \varphi_1 + R \cos \alpha_1) - (L_d \cos \varphi_0 + R \cos \alpha_0) \\ &= L_d (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0) + R (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) \end{aligned} \quad (4.3b)$$

L<sub>d</sub> = n<sub>d</sub>L<sub>s</sub>, R = n<sub>d</sub>r なので, 次式に示すように α や φ によらずチャックの変位比は常に保たれる。

$$\begin{aligned} U_x &= n_d \{L_s (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0) + r (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0)\} \\ &= n_d U_y \end{aligned} \quad (4.4)$$

ただし, 変位比 U<sub>x</sub> : U<sub>y</sub> = 0 : 1 の試験では  $\overline{OC_0} = \overline{OC_1} = \text{const.}$  となるため U<sub>x</sub> = 0 となる。

### 4.3 超小型薄肉試験片を用いた二軸引張試験方法

超小型薄肉試験片では, 試験荷重が小さいため, ひずみゲージの持つ剛性および強度の試験結果への影響を無視できない。このため, 本試験では CCD カメラを用いた非接触ひずみ測定を行う。

開発した試験装置は汎用の引張試験機へ直立型で設置する。超小型十字形試験片の中心と, 装置の回転中心は一致しており, 試験開始から終了まで両者の中心は相対的に変わらない。

#### 4.3.1 超小型十字形試験片

一般に十字形試験片では, 二軸応力場となる応力測定部 (中心の正方形領域) よりも単軸応力場となる腕部が先に降伏する。加工硬化が大きい材料では, 腕部が加工硬化することで応力測定部を塑性変形させることができる。しかし, アルミニウム合金の H 材 (JIS H 0001) は加工硬化が小さいため, 腕部での十分な強度増加を望めない。本試験片ではスリットをフ

アイバーレーザ[機械システム振興協会, 2009]で加工することで, スリット幅  $w_s$  を  $50\mu\text{m}$  として, 荷重を負担する腕部の断面積の減少を抑制する. また, スリット長さ  $L$  を応力測定部の幅  $B$  の二倍として曲げ変形を抑制し, 腕部に発生する付加的な応力を小さくする.

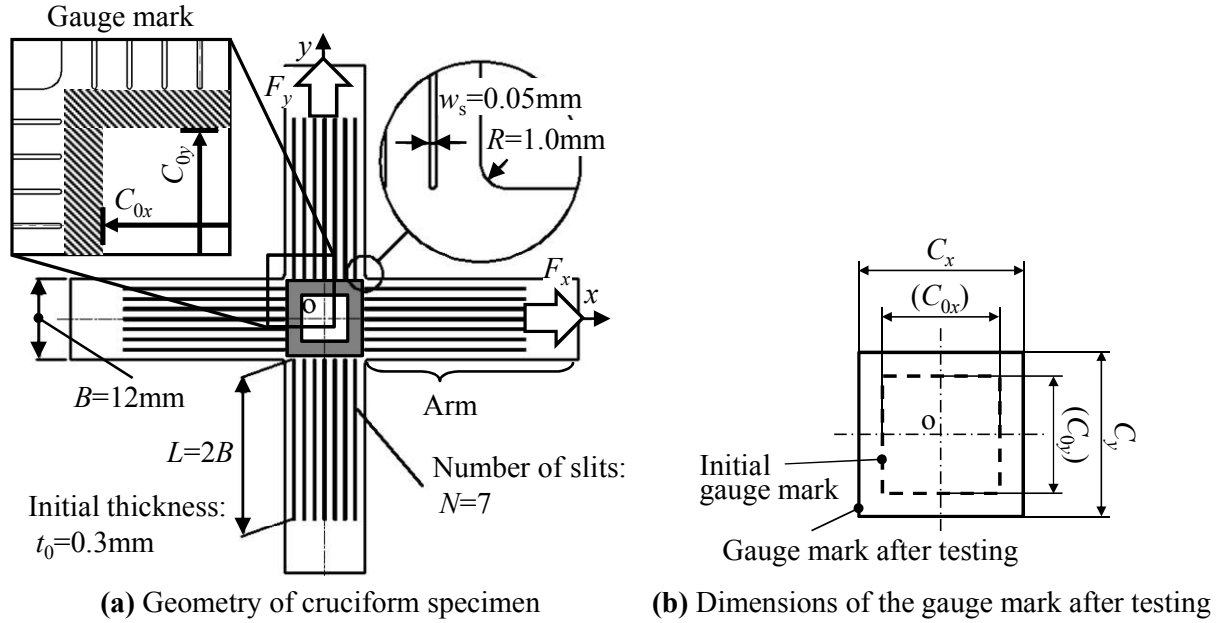


Fig.4.3.1 Geometry of cruciform specimen for biaxial tensile test.

第2, 3章において, 応力測定誤差が最小となるひずみ測定位置を提案したが, 超小型試験片においては, 局所的なひずみを測定することは困難である. そこで, Fig.4.3.1 に示すように応力測定部の直交する負荷軸上に適切な標点距離を考え, この標点距離の変化 (標点の変位) により, ひずみを算出する. 水平方向および垂直方向の標点距離をそれぞれ  $C_{0x}$  および  $C_{0y}$  とする. また, 試験後の水平方向および垂直方向の標点距離をそれぞれ  $C_x$ ,  $C_y$  とする. これらの標点距離から対数ひずみ  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  および真応力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  は以下の式で表される. ここで  $F_x$  および  $F_y$  は試験荷重,  $t_0$  は初期肉厚,  $B$  は応力測定部の幅を示す.

$$\varepsilon_x = \ln\left(1 + \frac{C_x - C_{0x}}{C_{0x}}\right), \quad \varepsilon_y = \ln\left(1 + \frac{C_y - C_{0y}}{C_{0y}}\right) \quad (4.5a)$$

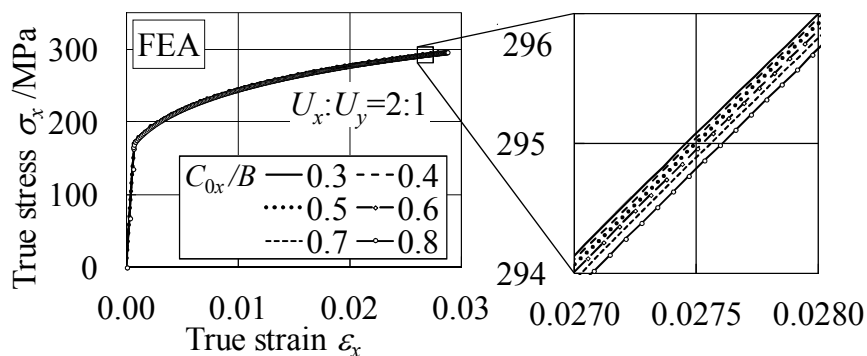
$$\sigma_x = F_x \exp(\varepsilon_x) / Bt_0, \quad \sigma_y = F_y \exp(\varepsilon_y) / Bt_0 \quad (4.5b)$$



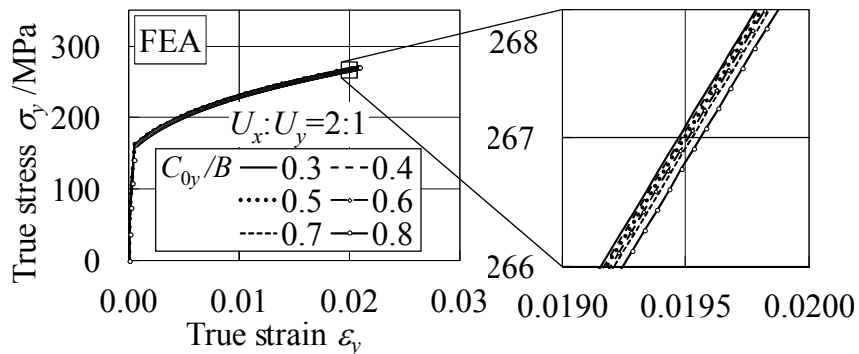
### 4.3.2 標点距離の影響と応力の算定誤差

応力測定部の幅  $B$  に対する標点距離の比  $C_{0x}/B$  および  $C_{0y}/B$  が測定結果におよぼす影響を調べるために、チャック部変位比を一定とした場合の十字形試験片の変形を有限要素法により解析する。材料は、弾性特性としてヤング率  $E=200\text{GPa}$  およびポアソン比  $\nu=0.33$ 、塑性特性として von Mises の降伏条件を与える。また、冷間圧延鋼板の Swift 型変形抵抗曲線  $\sigma_y = 522(0.0041 + \bar{\epsilon}^p)^{0.209} \text{MPa}$  を与える[桑原ら, 1999]。変位比  $U_x:U_y$  は本試験機で設定可能な 1:1 および 2:1 として、 $C_{0x}/B$  および  $C_{0y}/B$  を 0.3~0.8 で変化させて、応力-ひずみ線図を求めた。

変位比  $U_x:U_y = 1:1$  に比べひずみに対する応力の差が大きい  $U_x:U_y = 2:1$  における各軸方向の応力-ひずみ線図を Fig.4.3.2.1 に示す。ひずみに対する応力の差が  $x$  方向より大きい  $y$  方向においてもその差は 0.1% である。よって、応力測定部の幅  $B$  に対して標点距離の比  $C_{0x}/B$ 、 $C_{0y}/B$  を 0.3~0.8 とした範囲では各軸方向の応力とひずみの関係へほとんど影響しないとみなすことができる。標点マーキング（標点距離を辺とする矩形領域をマスキングして外側に黒色塗料をスプレーで塗布）の作業性から標点距離は  $C_{0x} = C_{0y} = 0.7B$  とした。



(a) Horizontal direction (x direction)



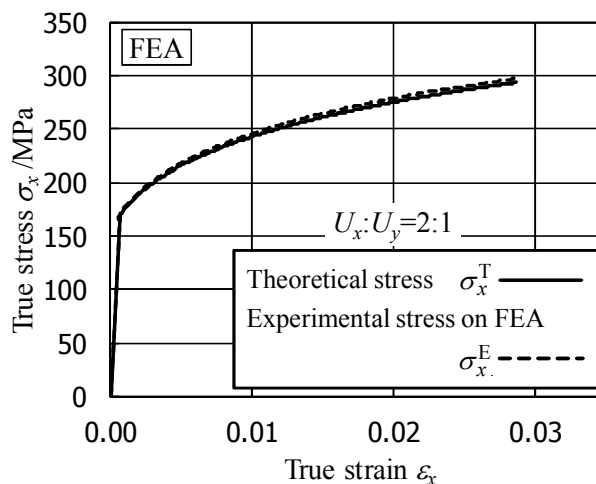
(b) Vertical direction (y direction)

Fig.4.3.2.1 Effect of gauge length on measured ss-curve for  $U_x:U_y=2:1$ .

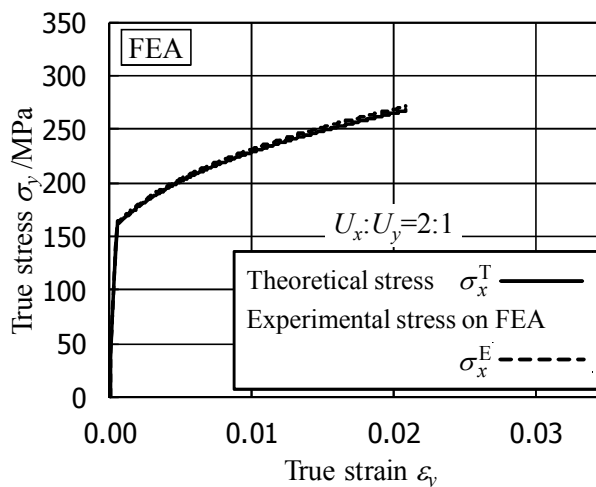
ここまでの議論は、標点距離が測定値におよぼす影響を調べたにすぎない。次に入力として与えた材料構成式から得られるはずの「真」の応力-ひずみ関係と、矩形マークを用いて測定した応力-ひずみ関係の差について検討する。

評価方法について述べる。ここでは、上述の標点距離の変位から算出したひずみ  $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y\}$  の履歴を基準として用いる。このひずみ履歴を構成式に代入することによって求めた応力  $\sigma^T \equiv \{\sigma_x^T, \sigma_y^T\}$  を理論値として、これと試験片の有限要素解析の荷重  $\{F_x, F_y\}$  から得られた仮想実験値としての応力  $\sigma^E \equiv \{\sigma_x^E, \sigma_y^E\}$  を比較する。変位比  $U_x:U_y = 2:1$  の線図を Fig.4.3.2.2 に、 $U_x:U_y = 1:1$  の線図を Fig.4.3.2.3 に示す。いずれにおいても理論応力は、実験的な手法によって求めた応力よりも低く、その誤差は 1.3%程度である。

なお、本項で行った誤差評価は第 2 章のような局所的な参照解を元にした精度検証ではない。ここでは試験方法として具備すべき必要条件の評価と位置付けて解析を行った。



(a) Rolling direction.



(b) Transverse direction.

Fig.4.3.2.2 Comparison of theoretical stress of  $C_{0x}/B = C_{0y}/B = 0.7$  and measured stress for  $U_x:U_y = 2:1$ .

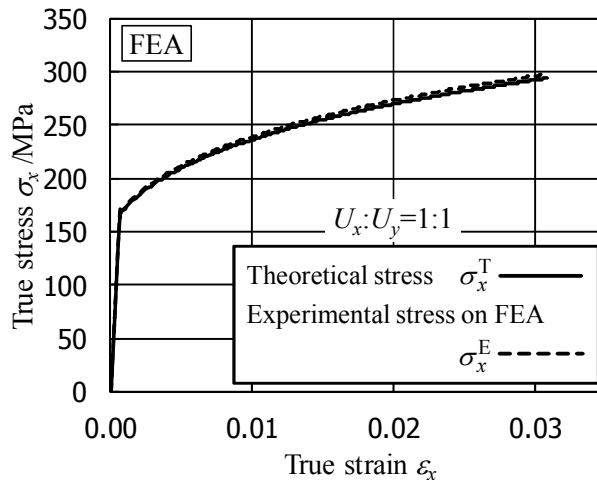


Fig.4.3.2.3 Comparison of theoretical stress of  $C_{0x}/B = C_{0y}/B = 0.7$  and measured stress for  $U_x:U_y=1:1$ .

### 4.3.3 実験例と弾性域の取り扱い

本節では、ここまで述べた試験方法によって得られた実験結果の例を示す。

変位比  $U_x:U_y = 2:1$  の二軸引張試験において、各チャックに取り付けたロードセルによって測定された荷重の関係を Fig.4.3.3.1 に示す。上下および左右の荷重はほぼ同じ測定値を示しており、十字形試験片は装置中心で均等にそれぞれの方向へ引張られていることが確認できた。

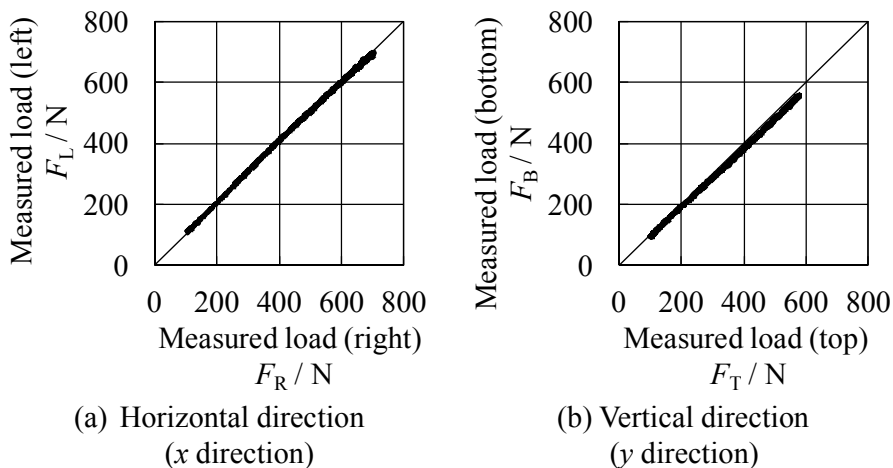


Fig.4.3.3.1 Loading paths measured for  $U_x:U_y = 2:1$ .

変位  $U_x=4.3\text{mm}$  ( $U_y=2.15\text{mm}$ ) を与えたときの応力測定部の標点マークの変形の様子を Fig.4.3.3.2 に示す。マーキングされた領域はほぼ矩形を維持して拡大している。

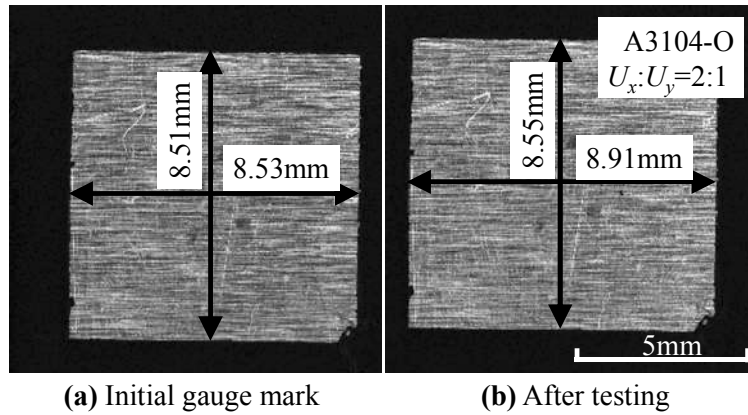


Fig.4.3.3.2 Gauge mark on the cruciform specimen (CCD image).

変位比  $U_x:U_y = 2:1$  の二軸引張試験で得た応力-ひずみ曲線を Fig.4.3.3.3 に示す。水平方向の応力-ひずみ曲線の拡大図では、弾性域におけるひずみ測定値が大きく変動する。これは、本試験装置で用いる CCD カメラ像の分解能が低いことに起因する。また、別の問題として、応力-ひずみ曲線は原点を通らない。これは、試験片取り付け時に生じる面外方向のたわみを除去するために、予荷重を負荷しているためである。

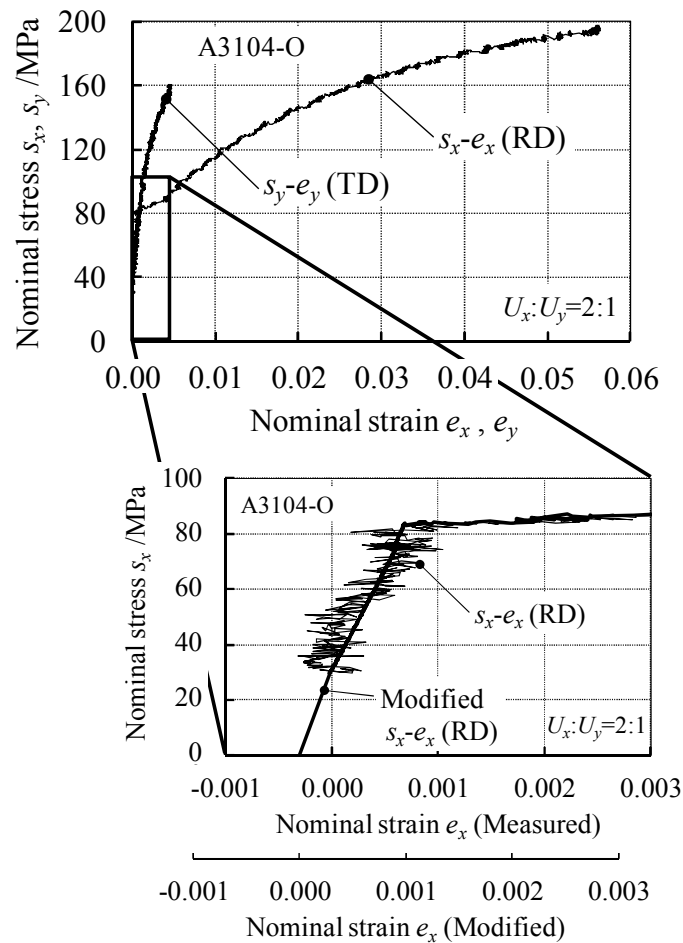


Fig.4.3.3.3 Biaxial stress-strain curves obtained by the proposed apparatus.

これらの問題に対し、降伏点を基準とし、既定のヤング率  $E$ 、ポアソン比  $\nu$  を用いて、ひずみ測定値を以下の手順により修正する。

- ・実験より得た最大主応力方向の公称応力-公称ひずみ曲線より降伏点  $Y$  を定める。
- ・ひずみ  $0$  から降伏点  $Y$  までの公称ひずみ  $e_x$ 、 $e_y$  については、実験より得た公称応力  $s_x$ 、 $s_y$  を用いて、次式により求める。

$$e_x = (s_x - \nu s_y) / E \quad (4.6a)$$

$$e_y = (s_y - \nu s_x) / E \quad (4.6b)$$

- ・降伏点より破断までに測定した全ひずみ  $e_x$ 、 $e_y$  については、降伏点での公称ひずみの測定値から修正後の降伏点における公称ひずみの差を加える。

上記の手順によって、予荷重の影響とひずみのバラツキを修正した応力-ひずみ曲線を Fig.4.3.2.3 の拡大図に示す。

#### 4.4 本研究における二軸引張試験方法の妥当性評価

開発した変位比一定型二軸引張試験装置を島津製作所製オートグラフ (AG- 50kNG) に取り付けて二軸引張試験を行った。まず予備試験として、本二軸引張試験方法の妥当性を評価するために、十字形試験片腕部の加工硬化により応力測定部が塑性変形しやすい A3104-O 材 (初期肉厚  $t_0=0.3\text{mm}$ ) を用いた。クロスヘッド速度は  $1.67 \times 10^{-5} \text{m/s}$  ( $=1\text{mm/min}$ )、試験片の圧延方向を  $x$  軸と一致させ、変位比は  $U_x : U_y = 1:0, 2:1, 1:1, 1:2, 0:1$  で実施した。また、Fig.4.4.1 に示す形状の試験片を用いて圧延方向および圧延直角方向の単軸引張試験も実施した。

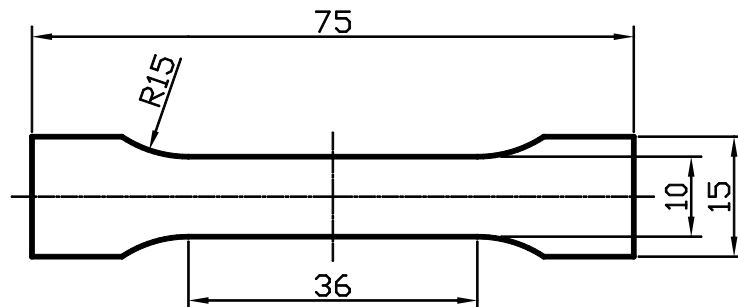


Fig.4.4.1 Specimen for uniaxial tensile test.

なお、開発した二軸引張試験装置は多くのリンク節点を持つため、 $U_x:U_y=1:1$ の設定においても水平方向チャックの変位が垂直方向チャックの変位よりもわずかに大きい。このため、 $U_x:U_y=1:1$ の試験は圧延方向を装置の水平方向とした場合と、装置鉛直方向とした試験を行い、それぞれ $U_x:U_y=1:1(1)$ 、 $U_x:U_y=1:1(2)$ と表記する。

**Fig.4.4.2** に二軸引張試験後の試験片を示す。十字形試験片を用いた二軸引張試験では、変位比の大きい方の腕部が破断していることが観察された。

アルミニウムの一般的なヤング率  $E=70\text{GPa}$ 、ポアソン比  $\nu=0.33$ [日本アルミニウム協会, 2007]を用いて、試験結果から前項に記載した方法に則り、真応力・対数ひずみを定めた。

二軸引張応力下における加工硬化特性を定量的に評価するため、等塑性仕事面を測定した。等塑性仕事面は、以下の手順により求めた。まず圧延方向の単軸引張試験結果を用いて、測定ひずみ範囲  $\varepsilon_0^p=0.01\sim 0.05$  を  $0.01$  刻みとした既定の対数塑性ひずみ  $\varepsilon_0^p$  を考え、この値に達するまでになされた塑性仕事  $W^p$  を求める。ついで、二軸引張試験および圧延直角方向の単軸引張試験結果から、 $W^p$  と等量の塑性仕事を与える応力点  $(\sigma_x, \sigma_y)$  を求める。このようにして求めた等塑性仕事面のプロット点を **Table 4.4** に示すと共に **Fig.4.4.3** の応力空間に示す。同図には各仕事点における塑性ひずみ増分ベクトルの方向を併記する。等塑性仕事面上の任意の応力点において、その応力点に関連する降伏曲面は等塑性仕事面に接するという Hill ら[1994]の推測を正しいものとし、かつ降伏曲面に法線則が成り立つ、すなわち降伏曲面を塑性ポテンシャルとみなせるならば、塑性ひずみ増分ベクトルの方向は、等塑性仕事面の外向き法線ベクトル方向と一致する。本研究の二軸引張試験により測定された塑性ひずみ増分ベクトルの方向は等塑性仕事面の法線ベクトルとおおむね一致しているとみなせる。つまり、今回の測定結果においては、等塑性仕事面を塑性ポテンシャルとみなすことが可能である。

また、 $\varepsilon_0^p=0.03$  における本試験結果を **Fig.4.4.4(a)** に、桑原ら[1998]によって開発された応力比一定型の二軸応力試験機によって得た結果を **Fig.4.4.4(b)** に示す。なお、**Fig.4.4.4(b)** の桑原らによる試験は同じ材料を利用しているが、本研究よりも大きな寸法の試験片を用いている。両者は負荷経路が異なるため、負荷経路依存性を持つ塑性変形特性についての直接的な比較は困難であり、塑性仕事等価説の仮定の範囲内においてのみ比較可能である。チャックの変位比が一定となる本試験装置によって得たデータ(**Fig.4.4.4(a)**)は、高度な制御機構を持った応力比一定型の試験方法(**Fig.4.4.4(b)**)とほぼ同等の結果を示しており、本試験方法は実務上妥当な評価が可能であることを確認した。

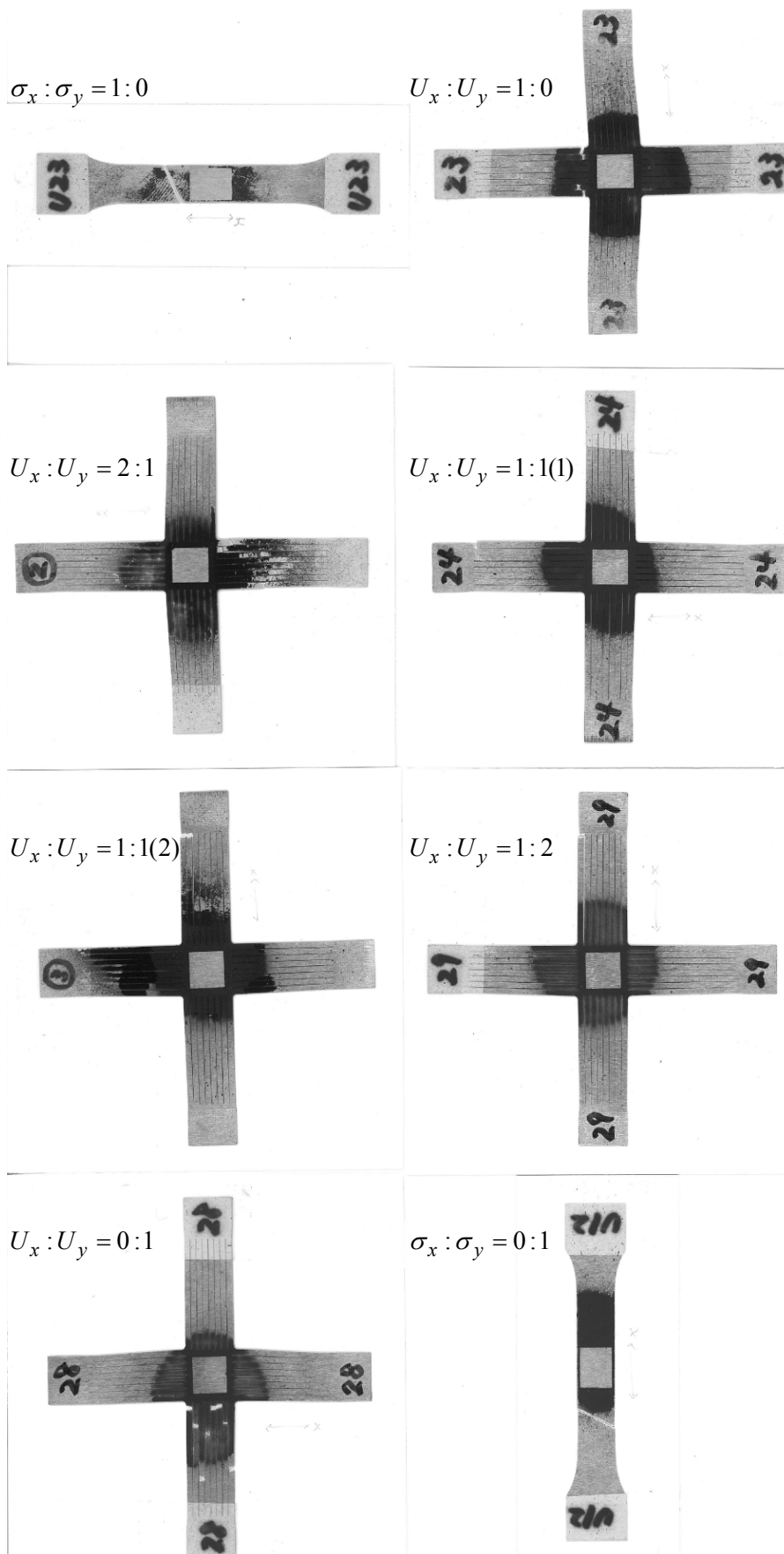


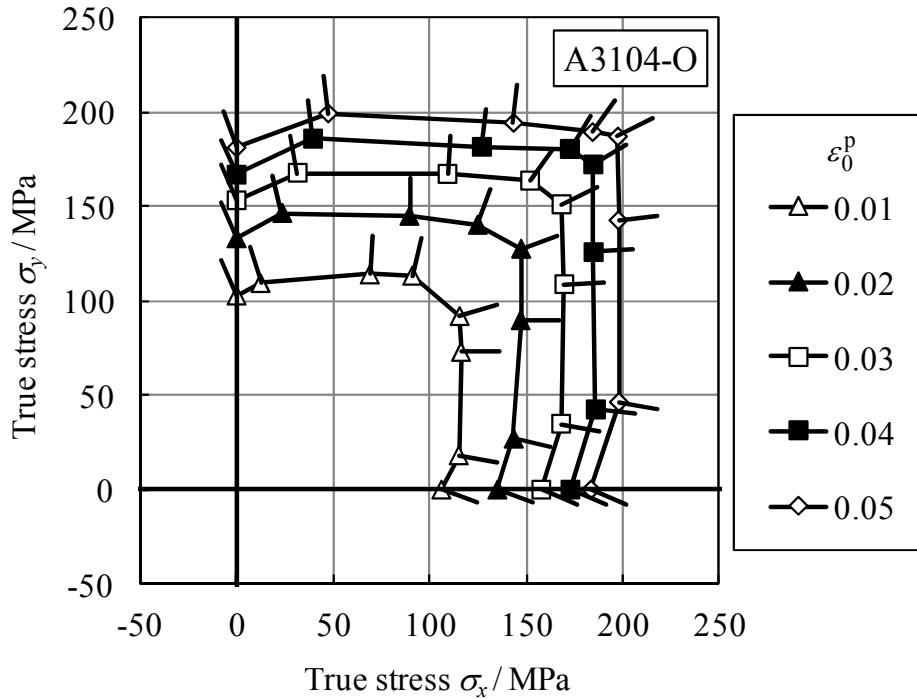
Fig.4.4.2 Fractured specimen of A3104-O

**Table 4.4** Measured stress points at each  $\varepsilon_0^p$  for A3104-O

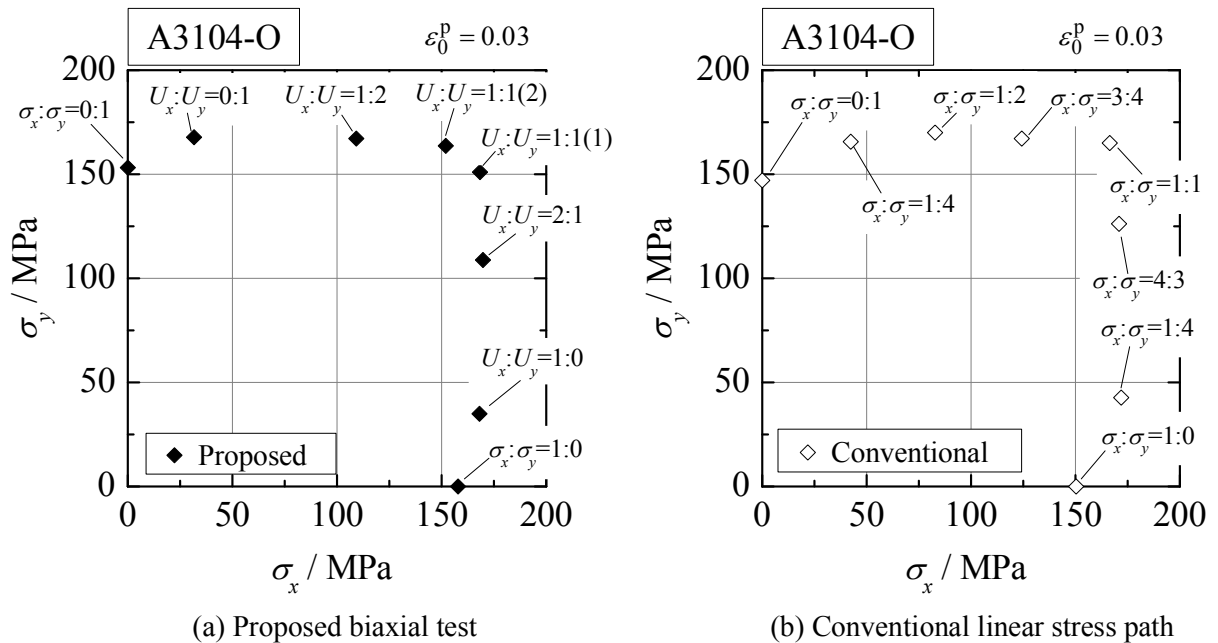
$\varepsilon_0^p$	0.01		0.02		0.03	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	106.1	0.0	135.0	0.0	157.8	0.0
$U_x : U_y = 1 : 0$	115.0	18.1	143.5	27.0	168.1	34.9
$U_x : U_y = 2 : 1$	116.3	72.9	147.1	89.7	169.7	108.8
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	115.5	91.9	147.4	127.6	168.3	151.1
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	91.0	113.3	124.9	140.2	152.0	163.7
$U_x : U_y = 1 : 2$	69.0	113.9	89.5	144.9	109.2	167.2
$U_x : U_y = 0 : 1$	12.4	109.3	23.7	146.5	31.7	167.8
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	0.0	102.8	0.0	133.0	0.0	153.2

$\varepsilon_0^p$	0.04		0.05	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	172.9	0.0	183.6	0.0
$U_x : U_y = 1 : 0$	186.0	42.5	198.0	46.3
$U_x : U_y = 2 : 1$	184.9	125.8	197.8	142.5
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	184.8	172.2	197.6	186.9
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	172.7	180.4	184.4	189.3
$U_x : U_y = 1 : 2$	127.1	181.5	143.5	194.2
$U_x : U_y = 0 : 1$	39.6	185.8	47.5	199.2
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	0.0	166.8	0.0	181.1





**Fig.4.4.3** Measured stress points forming contours of plastic work. Each symbol corresponds to a work contour for a particular value of  $\epsilon_0^p$ . The short lines attached to the stress points indicate the measured directions of the plastic strain rates at the associated stress points.



**Fig.4.4.4** Comparison between the proposed biaxial test and the conventional linear stress path experiments on the measured stress points for  $\epsilon_0^p = 0.03$ .

## 4.5 負荷経路全図の提案

初めに、制御方法の異なる二軸引張試験によって得られる応力とひずみの履歴関係の特徴をモデル解析により示す。モデル解析では等方硬化する von Mises 材を仮定し、 $\sigma_y/E = (\sigma_0 + H'\bar{\varepsilon}^P)/E = 0.001 + 0.05\bar{\varepsilon}^P$  となる線形硬化を仮定した。ここで  $E$  はヤング率、 $\sigma_0$  は初期降伏応力、 $H'$  は加工硬化係数である。なおポアソン比  $\nu$  は 0.3 とした。二軸引張試験において最も一般的である応力制御式によって得られる応力とひずみの履歴関係の特徴を初めに示す。次にひずみ制御、最後に十字形試験片腕部を把持するチャックの変位制御の順に示す。

桑原らによる十字形試験片を用いた二軸応力試験では、応力測定部へ負荷する応力を「応力比一定」として制御する。この場合、Fig.4.5.1(a)に示すように応力空間上では直線として表現される。この結果として得られるひずみ履歴を Fig.4.5.1(b)に示す。図中の楕円状の曲線は応力空間における降伏曲線を一般化された Hooke の法則を用いてひずみ空間に写像した曲線である。ひずみ経路は、ひずみ空間における初期降伏曲面との交点において経路の方向を変える。応力比が一定であれば、古典的な弾塑性構成式である Prandtl-Reuss の式によってひずみ経路を求めることができ、降伏時のひずみ方向変化の物理的意味も明瞭である。

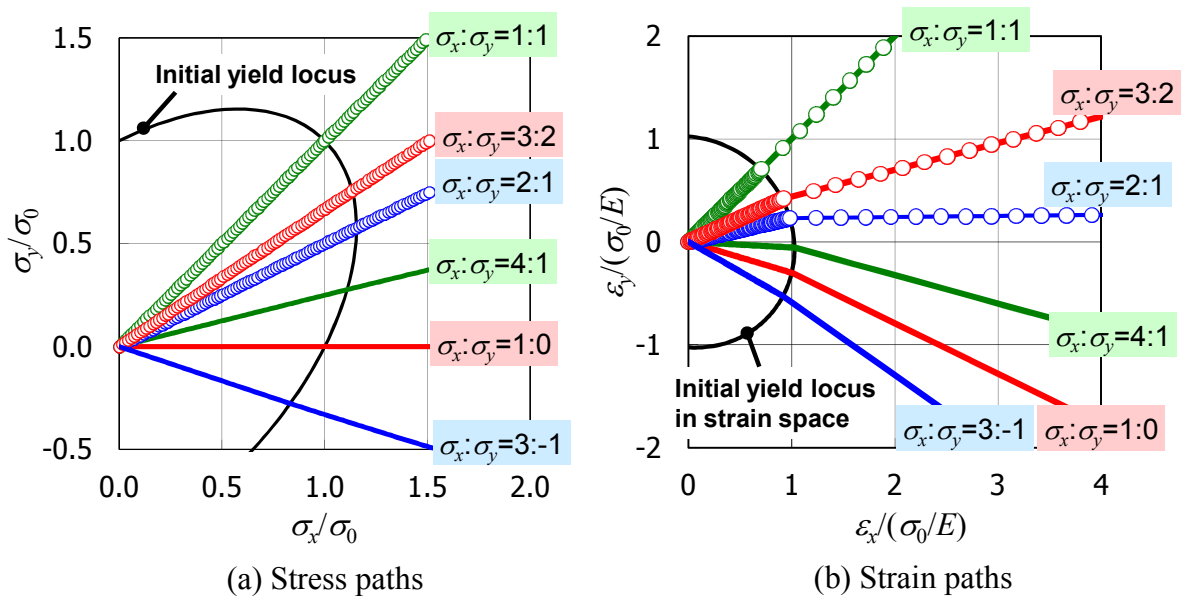
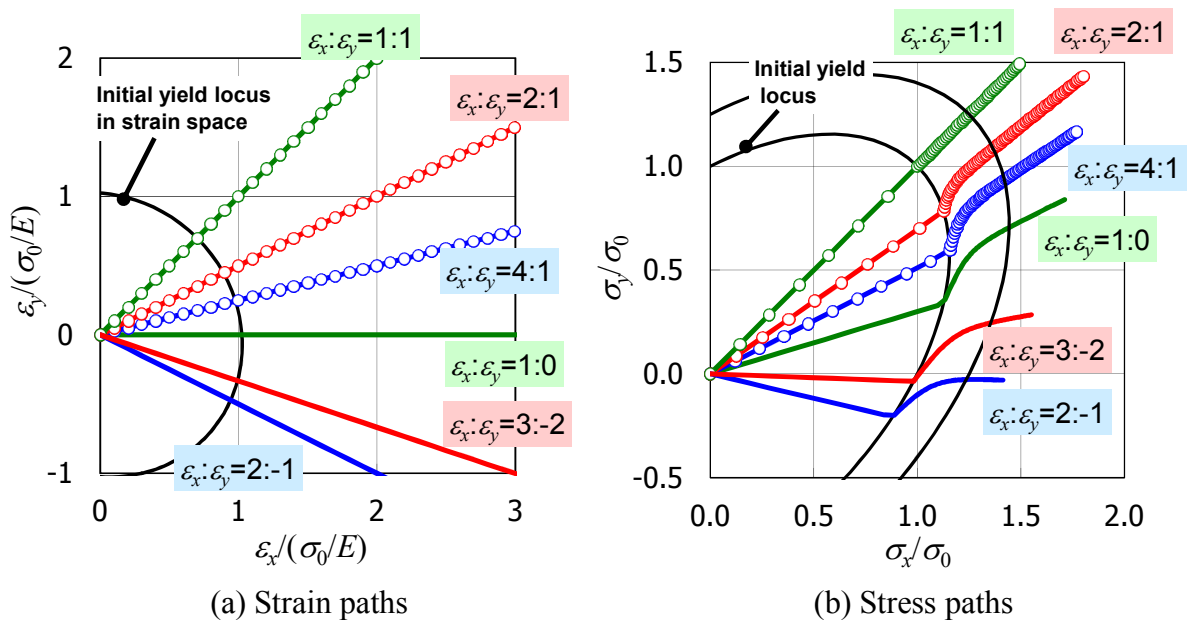


Fig.4.5.1 Loading paths on stress ratio controlled biaxial stress test.

次に「ひずみ比を一定」とする二軸応力試験を考える。入力として与えたひずみ経路と結果として得られる応力経路を **Fig.4.5.2** に示す。Fig.4.5.2(b)に示す応力空間上の応力経路は、初期降伏曲面との交点において、急激に折れ曲がり、その後、所与のひずみ比を降伏曲面の法線とする応力比へ緩やかに漸近する。この応力履歴の挙動は以下のように説明される。弾性変形範囲内では、付与したひずみ比と一般化された Hooke の法則によって応力成分の比が決まる。この応力比で降伏曲面に応力点が到達した場合、降伏曲面の外向き法線方向として与えられる塑性ひずみ増分の方向と、所与のひずみ比は一致しないため、この差が弾性ひずみとなり、応力の履歴を急変させることになる。応力の履歴は、降伏曲面の法線としての塑性ひずみ増分方向と所与のひずみ比の差が小さくなるまで、つまり所与のひずみ比を法線として持つ降伏曲面上の点へ応力比が誘導されることになる。



**Fig.4.5.2** Loading paths on strain ratio controlled biaxial stress test.

一方、本試験装置では十字形試験片を把持するチャックの「変位比を一定」に制御する。チャック部と応力測定領域をつなぐ腕部が十分な強度および剛性を有していると仮定すれば、変位比一定制御は微小ひずみの範囲内においてひずみ比一定制御と同等と見做すことができる。しかし、十字形試験片においては腕部の強度が低く、試験中に塑性変形に至る伸びが生じてしまうため、応力測定部の応力比やひずみ比を直接制御することはできない。Fig.4.5.3に示す図は試験片形状をモデル化してチャックに所与の変位比を与えたときの応力測定部に生じる応力およびひずみの履歴を示したものである。図からわかるように変位比とひずみ比はいずれも直線的な履歴を示さない。特に $U_x:U_y=2:1$ においては、初期降伏曲面内（弾性域）でひずみ経路が大きく変化している。これは負荷応力の高い $x$ 方向の腕が応力測定部よりも先に降伏したため、チャックで与えた変位が腕部の塑性伸びとして吸収されてしまい、応力測定領域に変形として付与できていないためである。その間も変位比は $U_x:U_y=2:1$ でチャックが移動するため、負荷応力の低い $y$ 方向の変位は弾性変形の腕を介して応力測定領域に伝達され、応力経路はほぼ $y$ 軸に平行に推移する。この結果、変位比 $U_x:U_y=2:1$ の応力履歴は等二軸応力の近くで初期降伏曲線に達する。この後、両方の腕が加工硬化することで、ひずみ履歴は次第に変位比に近いひずみ比へ漸近していくことになる。

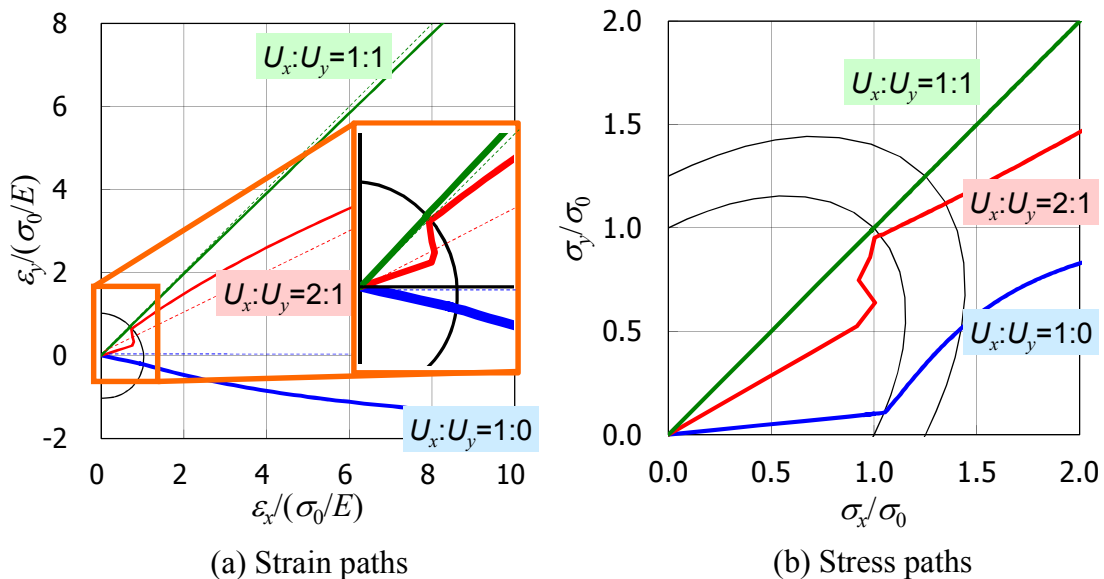
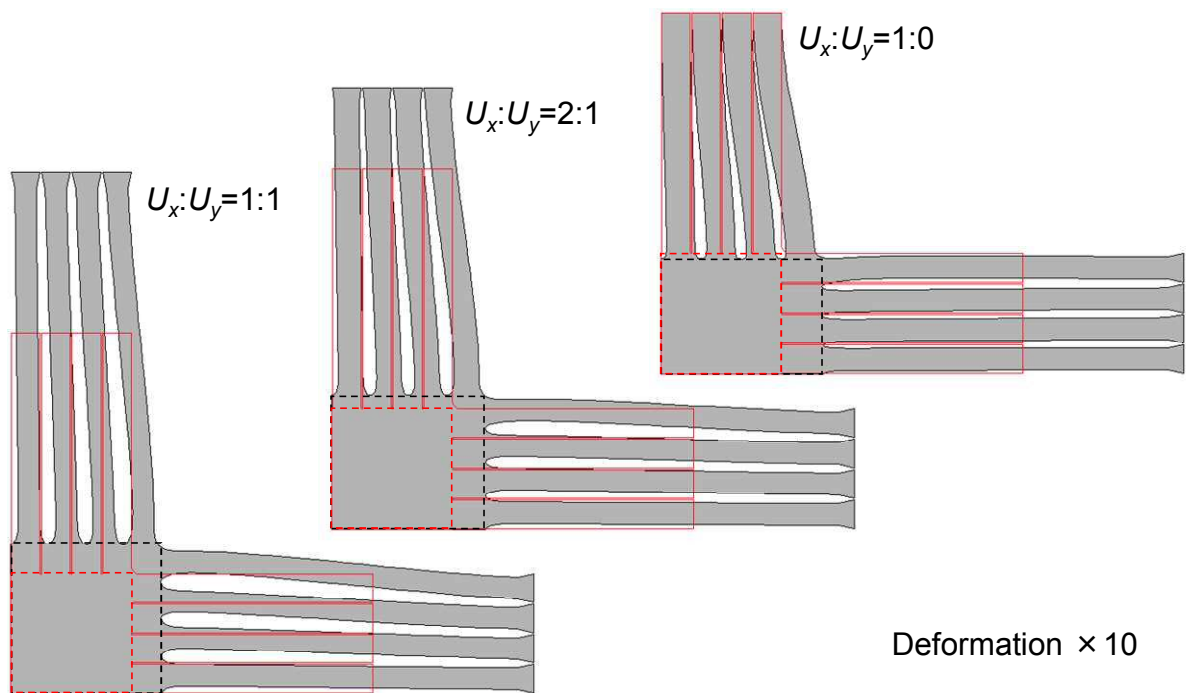


Fig.4.5.3 Loading paths on chuck jig's displacement ratio controlled biaxial stress test.

**Fig.4.5.4** に有限要素解析による変位比 1:1, 2:1, 1:0 における試験片の変形を 10 倍に拡大した図を示す. いずれの変位比においても  $x$  方向変位量は同じである. 変位比  $U_x:U_y=1:1$  の解析では腕は伸びているものの, 応力評価領域は正方形を保ったまま拡大している. これに対して変位比  $U_x:U_y=2:1$  では明らかに  $x$  方向の腕が  $y$  方向の腕と比較して細くなっており, 腕部の変形によって応力評価領域へ十分な変位を付与できないことがわかる. 変位比  $U_x:U_y=1:0$  では応力評価領域の高さ ( $y$  方向寸法) は減少しており,  $y$  方向の腕の剛性不足によって  $y$  方向の変形が生じていることがわかる.

以上の解析結果の考察を整理する. 十字形試験片を用いたチャック部変位比一定条件の試験においては, 負荷の伝達経路上にある腕の変形が大きく影響するため, 応力とひずみ, いずれの履歴においても比を一定に保つことはできない. このため, 本試験方法から得た結果を, 応力-ひずみ曲線, 応力空間での経路図 ( $\sigma_x - \sigma_y$ ), あるいはひずみ空間での経路図 ( $\varepsilon_x - \varepsilon_y$ ) として別々に表示しても, それぞれの対応を読み取ることは難しい.



**Fig.4.5.4** Deformation of cruciform specimen for  $U_x:U_y = 1:1, 2:1, 1:0$ .

本試験結果を適切に明示するために、これらの負荷経路を同時に表示する方法（以下、負荷経路全図）を提案する。一例として、変位比  $U_x : U_y = 2:1$  における負荷経路全図を Fig.4.5.5 に示す。ここで示した曲線は von Mises[1913]の降伏関数を仮定した超小型十字形試験片の有限要素解析の結果を用いている。この曲線では、横軸右方向を正として  $x$  方向応力  $\sigma_x$  を、縦軸上方向を正として  $y$  方向応力  $\sigma_y$  を、縦軸下方向を正として  $x$  方向ひずみ  $\varepsilon_x$  を、横軸左方向を正として  $y$  方向ひずみ  $\varepsilon_y$  をそれぞれ示す。また、 $Y$  は降伏応力、 $E$  はヤング率、 $\nu$  はポアソン比、 $H'$  は加工硬化係数である。

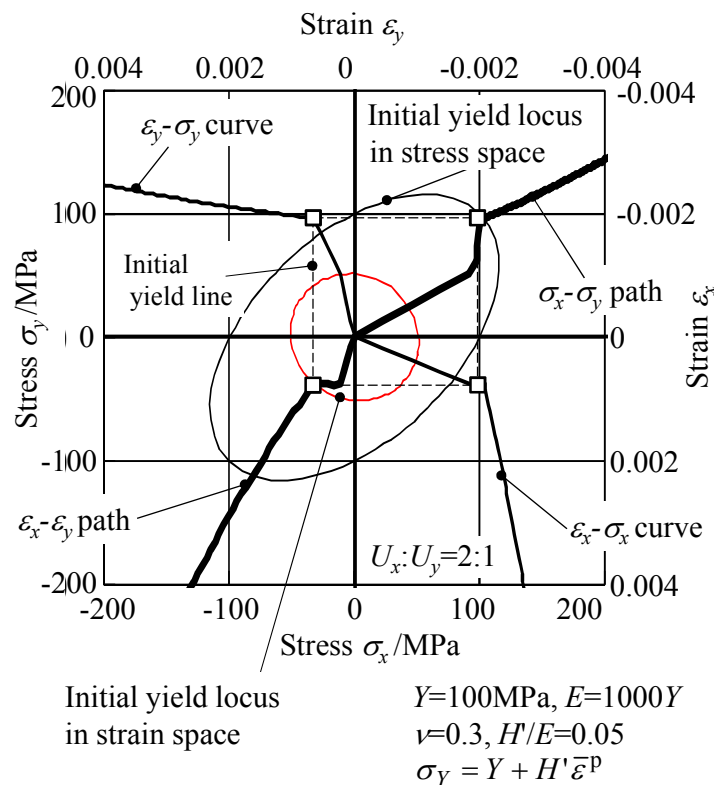


Fig.4.5.5 Schematic diagram of the loading path graph.

この表記では主として、応力経路  $\sigma_x - \sigma_y$  曲線は第一象限に、ひずみ経路  $\varepsilon_x - \varepsilon_y$  曲線は第三象限に、 $x$  方向の応力-ひずみ曲線  $\varepsilon_x - \sigma_x$  は第四象限に、 $y$  方向の応力-ひずみ曲線  $\varepsilon_y - \sigma_y$  は第二象限にそれぞれ表示される。

最大主応力方向（Fig.4.5.5 の場合  $x$  方向）の  $\varepsilon_x - \sigma_x$  曲線より定まる初期降伏点（第四象限の口印）を起点として、各軸に平行な直線と Fig.4.5.5 に示す他の 3 つの曲線との交点を順次結ぶと、図に示すように各曲線の初期降伏点を結んだ長方形を描くことができる。本研究ではこれを破線で記し、初期降伏線と呼ぶ。この表示方法によって、各曲線における初期降伏点を容易に特定することが可能となる。

## 4.6 A3104-H 材の二軸引張試験

### 4.6.1 A3104-H 材の負荷経路全図

4.4 節と同じ試験条件において、A3104-H 材（アルミ缶ボディ用素板，板厚 0.3mm）の試験を行った。Fig.4.6.1.1 に二軸応力試験後の試験片を示す。十字形試験片を用いた二軸応力試験では、変位比の大きい方の腕部が破断していることが観察された。

弾性ひずみの修正により求めた負荷経路全図を Fig.4.6.1.2 に示す。Fig.4.6.1.2 のように全ての試験条件を一つの負荷経路全図に記すと、詳細な考察が困難になるため、試験条件ごとに負荷経路全図を作成し、これらを Fig.4.6.1.3 に(a)~(h)に示す。

Fig.4.6.1.3(a)には圧延方向，Fig.4.6.1.3(h)には圧延直角方向の単軸引張試験結果を示す。これらの試験では、十字形試験片ではなく、通常の単軸引張試験片を用いた。最大主応力方向の  $\varepsilon$ - $\sigma$  曲線よりいずれの曲線もおおよそ 300MPa で降伏している。

Fig.4.6.1.3(c)に示した  $U_x:U_y=2:1$  の場合，第一象限に示される  $\sigma_x-\sigma_y$  曲線では  $\sigma_x$  がおおよそ 300MPa で折れ曲がる。一見すると  $\sigma_x-\sigma_y$  曲線のこの最初の折れ曲がり点（以下，変曲点）を降伏曲面に達した点と誤解しかねないが，最大主応力方向の  $\varepsilon_x-\sigma_x$  曲線との対応を考えると，この変曲点では塑性変形に見られるひずみの急激な増加は見られないため，この変曲点は降伏点ではない。この変曲点での最大主応力  $\sigma_x$  は，圧延方向での単軸引張試験で得た降伏点（300MPa 近傍）とほぼ一致している。つまり， $\sigma_x-\sigma_y$  曲線や  $\varepsilon_x-\varepsilon_y$  曲線に最初に現れる変曲点（第一変曲点）は最大主応力方向の腕部が単軸応力場で降伏したことにより現れる変曲点である。

真の降伏点の特定については，通常の引張試験と同様の特定方法を用いる。つまり，降伏点では応力増分に対してひずみ増分が急激に大きくなることを利用して，最大主応力方向である  $\varepsilon_x-\sigma_x$  曲線上で降伏点を特定し，この点を起点として負荷経路全図上で水平線と垂直線を描き，他の曲線との交点を結んだ長方形により，各曲線上における降伏点を正確に明示することができる。

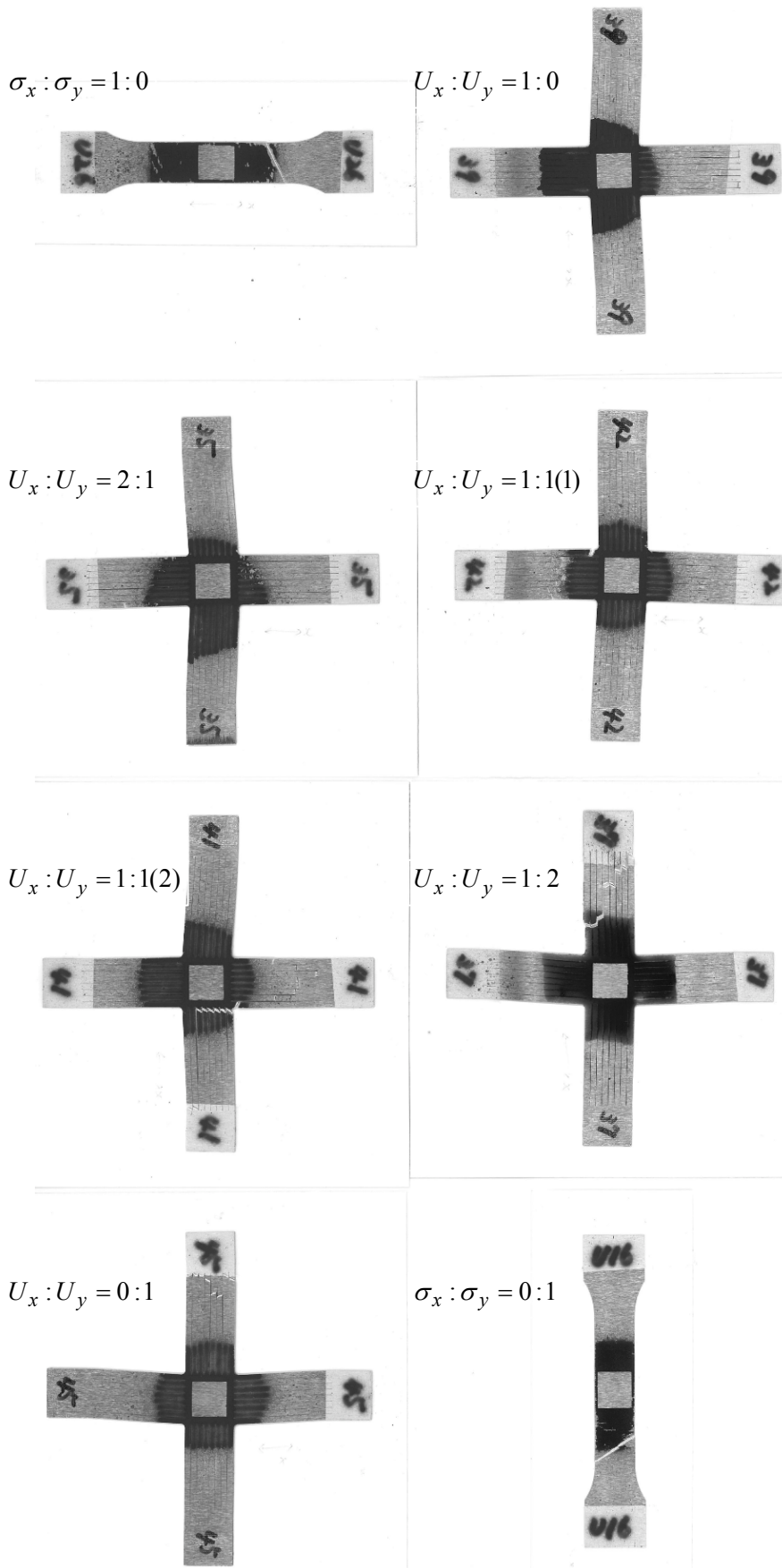


Fig.4.6.1.1 Fractured specimen of A3104-H



	$\sigma_x - \sigma_y$	$\varepsilon_x - \varepsilon_y$	$\varepsilon_x - \sigma_x$	$\varepsilon_y - \sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	□	⊞	■	▣
$U_x : U_y = 1 : 0$	○	⊕	●	◐
$U_x : U_y = 2 : 1$	△	⊚	▲	▵
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	◇	⊘	◆	◊
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	▽	⊙	▼	▾
$U_x : U_y = 1 : 2$	◁	⊚	◄	▹
$U_x : U_y = 0 : 1$	▷	⊚	►	▸
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	◇	⊞	◆	▣

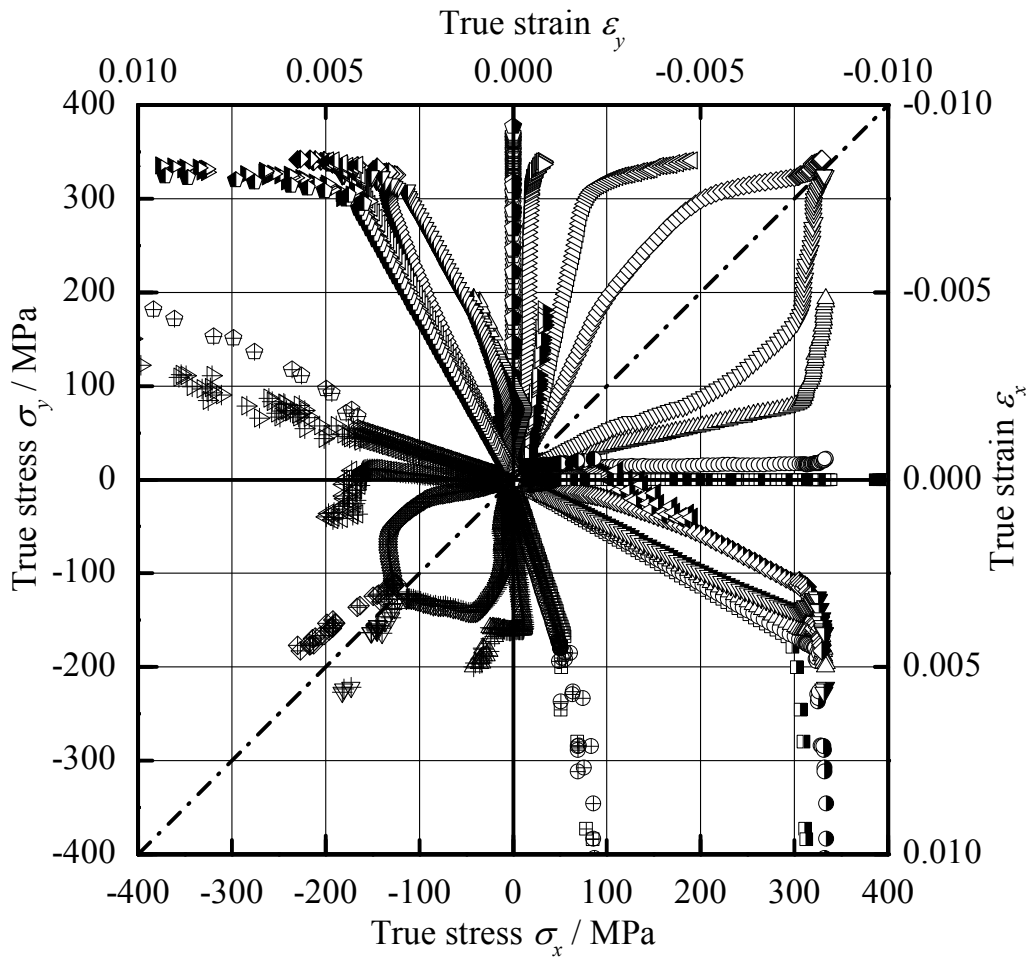
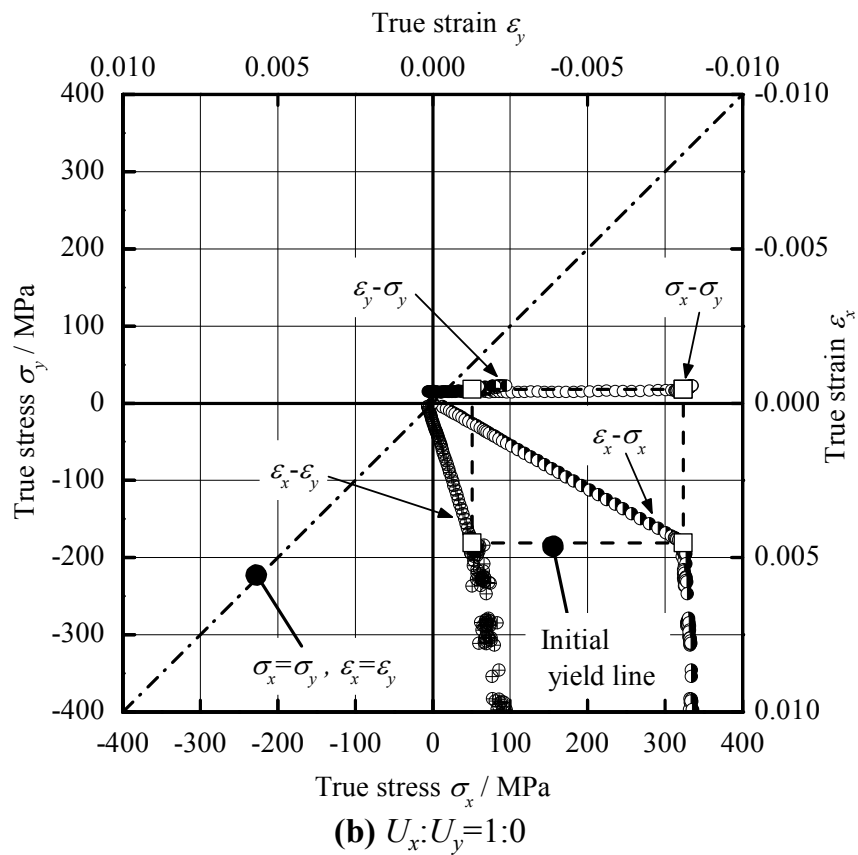
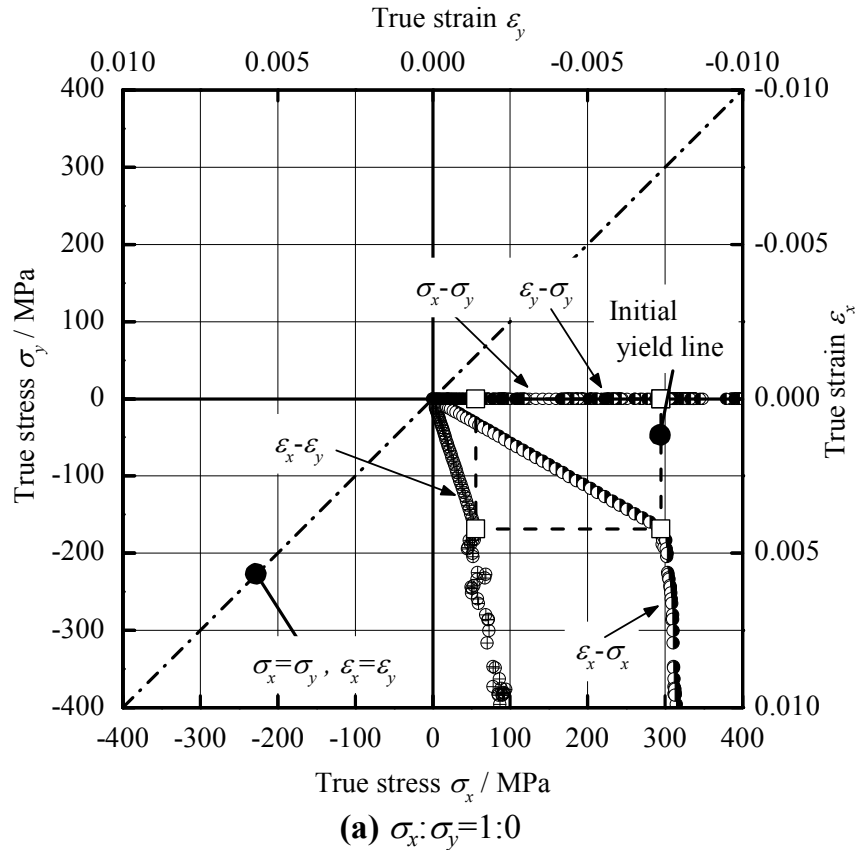
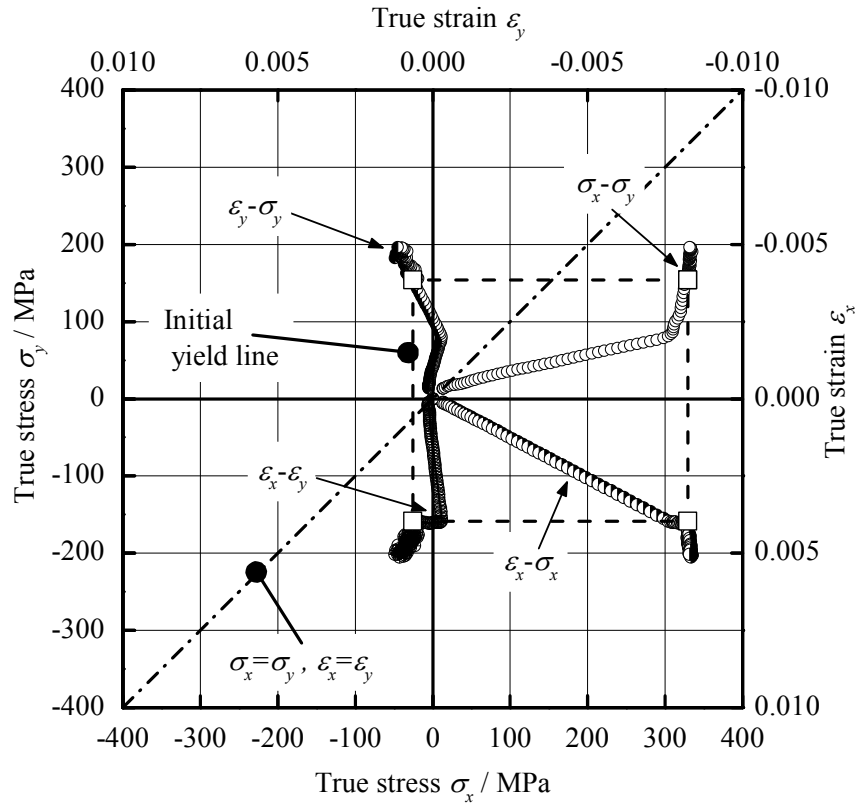
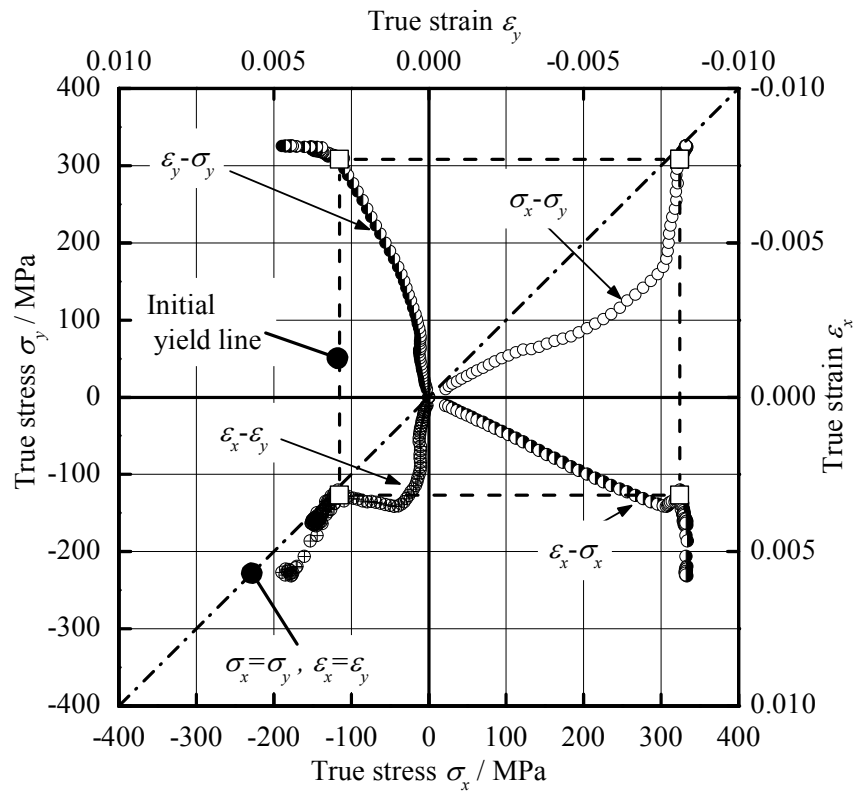


Fig.4.6.1.2 Loading path graphs for A3104-H.

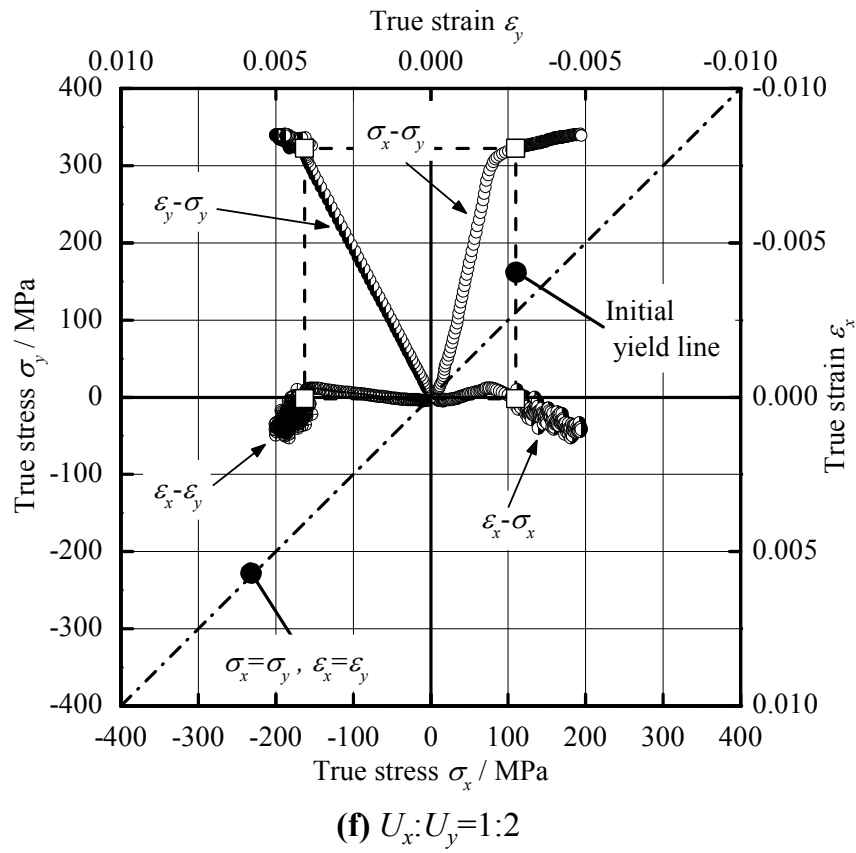
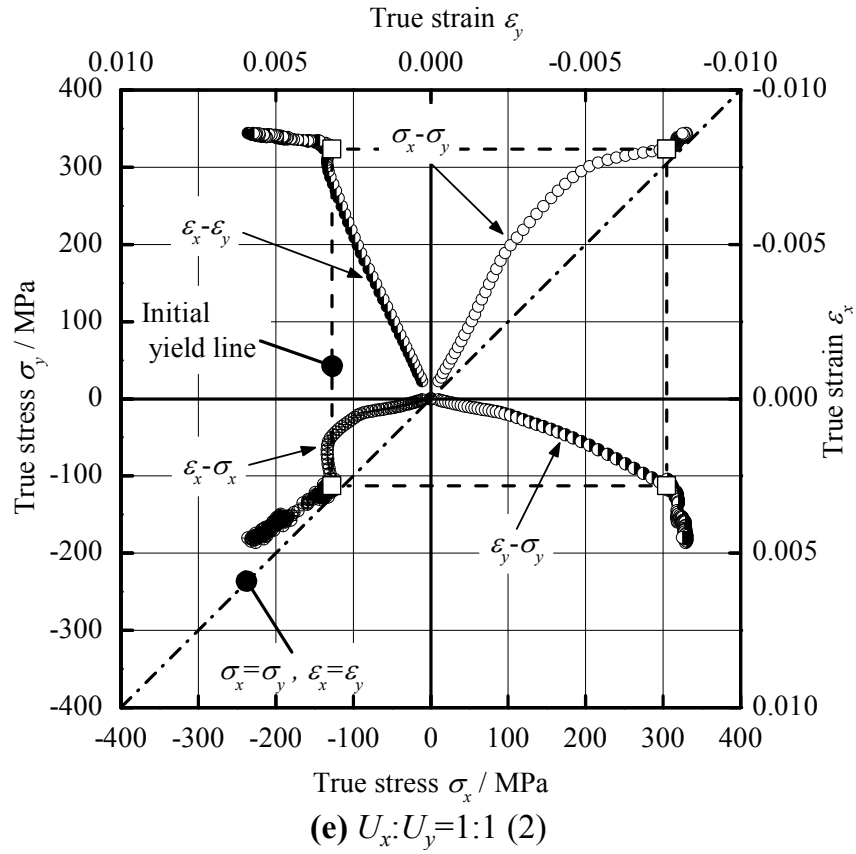


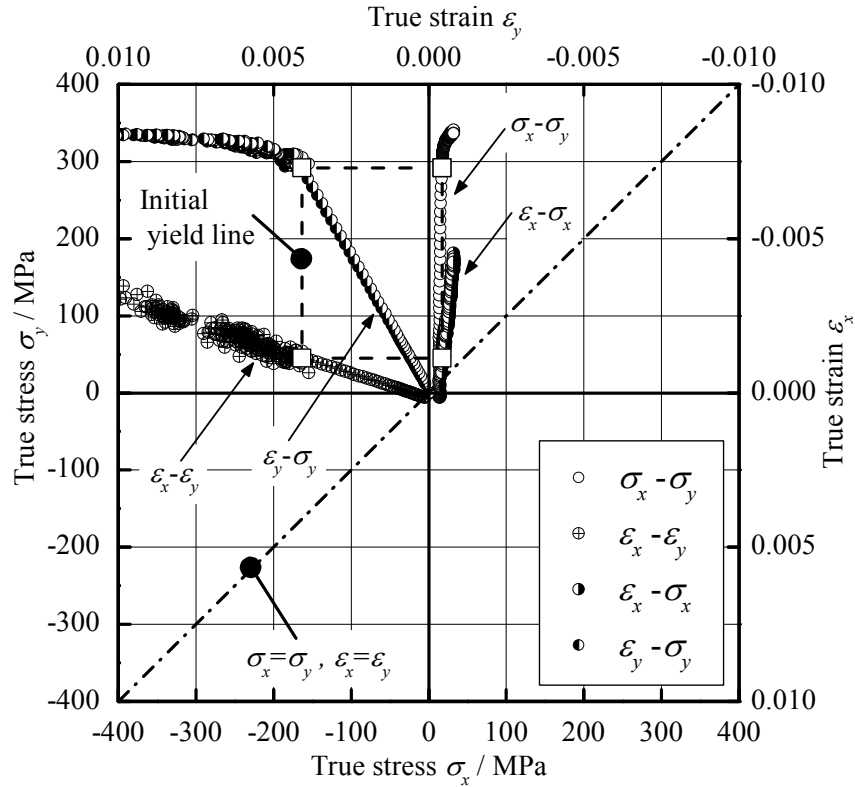


(c)  $U_x:U_y=2:1$

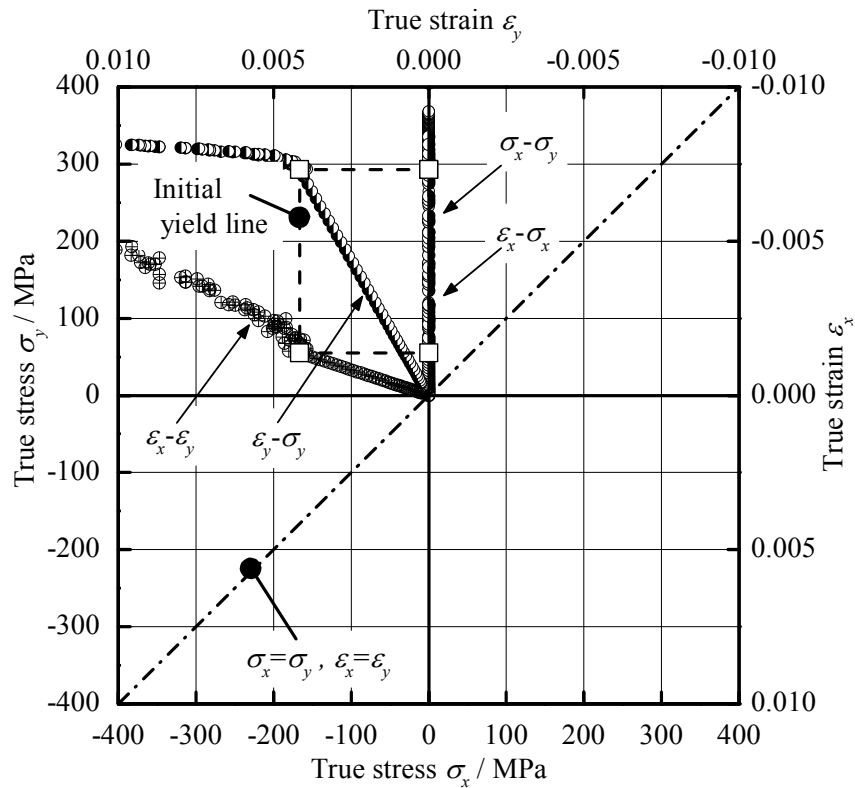


(d)  $U_x:U_y=1:1$  (1)





(g)  $U_x:U_y=0:1$



(h)  $\sigma_x:\sigma_y=0:1$

Fig.4.6.1.3 Loading path diagrams for  $U_x:U_y = 1:0, 2:1, 1:1, 1:2, 0:1$  and  $\sigma_x:\sigma_y = 1:0, 0:1$  for A3104-H.

Fig. 4.6.1.2 (d)の第三象限に示される  $\varepsilon_x - \varepsilon_y$  曲線では  $\varepsilon_x$  が 0.003 を超えると大きく折れ曲がる。この折れ曲がりには Fig. 4.6.1.2 (c)と同様に説明できる。この折れ曲がり箇所では、最大主応力方向 (x 方向) の腕部がほぼ単軸応力場で降伏して伸びるため、同方向の応力測定領域への変形の伝達は停滞する。一方、最大主応力に直交する方向 (y 方向) の腕部は弾性変形状態であるため、チャック部変位  $U_y$  の増加により応力測定領域への変形の伝達が継続する。このため、ひずみ経路に大きな折れ曲がりが生じる。

変位比一定の二軸引張試験においては、腕部の塑性変形によって応力およびひずみの履歴は複雑な経路を描くが、提案した負荷経路全図を用いることで試験法特有の応力およびひずみ状態の全体像を表現することができる。また、負荷経路全図を用いることで、上述のように最大主応力方向の応力-ひずみ曲線から応力空間における降伏点を特定することができる。

## 4.6.2 等塑性仕事面

H 材の二軸引張応力下における加工硬化特性を定量的に評価するため、4.4 節と同様の手順で等塑性仕事面を測定した。等塑性仕事面を構成する応力点がすべての応力経路で測定できたのは  $\varepsilon_0^p = 0.0012$  までであった。一方、圧延方向の単軸引張試験では  $\varepsilon_0^p = 0.036$  まで、変位比 1:0 では  $\varepsilon_0^p = 0.005$  まで、変位比 2:1 では  $\varepsilon_0^p = 0.0012$  まで、変位比 1:1 では  $\varepsilon_0^p = 0.004$  まで、変位比 1:2 では  $\varepsilon_0^p = 0.0012$  まで、変位比 0:1 では  $\varepsilon_0^p = 0.006$  まで、圧延直角方向の単軸引張試験では  $\varepsilon_0^p = 0.036$  まで応力点が測定可能であった。

十字形試験片を用いた試験条件において最大の対数塑性ひずみ  $\varepsilon_0^p$  であった 0.006 までのすべての測定値を **Table 4.6** に示す。また、これを圧延方向の各等塑性仕事量に応じた降伏応力  $\sigma_0$  で正規化したグラフを **Fig.4.6.2** に示す。前述したように、H 材は加工硬化指数 ( $n$  値) が小さいため、応力測定部を塑性変形させることが困難である。しかし、本研究で提案した試験方法によって対数塑性ひずみ  $\varepsilon_0^p = 0.0012$  まで等塑性仕事面を測定することができた。同図には、対数塑性ひずみ  $\varepsilon_0^p = 0.0012$  の等塑性仕事面を用いて次式で示す Yld2000-2d 降伏関数  $\phi$  [Barlat ら, 2003]によってモデル化した降伏曲面を示す。ここで  $\bar{\sigma}$  相当応力、 $M$  は降伏関数の次数である。

$$\phi = 2\bar{\sigma}^M \quad (4.7)$$

等塑性仕事面と降伏関数モデルとの誤差の自乗和が最小になるように次数  $M$  を決定した結果、最適な次数  $M$  の値は 7.78 であった。

**Table 4.6** Measured stress points at each  $\varepsilon_0^p$  for A3104-H.

$\varepsilon_0^p$	0.0002		0.0004		0.0006	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	295.4	0.0	296.0	0.0	301.7	0.0
$U_x : U_y = 1 : 0$	323.3	17.7	322.6	17.5	325.2	17.1
$U_x : U_y = 2 : 1$	329.3	154.8	329.4	155.8	329.9	159.2
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	308.7	326.0	315.6	327.6	316.5	329.8
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	325.7	311.4	327.2	312.4	326.5	313.4
$U_x : U_y = 1 : 2$	110.1	322.3	125.1	326.3	143.1	329.9
$U_x : U_y = 0 : 1$	17.4	293.1	17.6	297.4	18.0	310.5
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	0.0	299.3	0.0	306.3	0.0	309.8

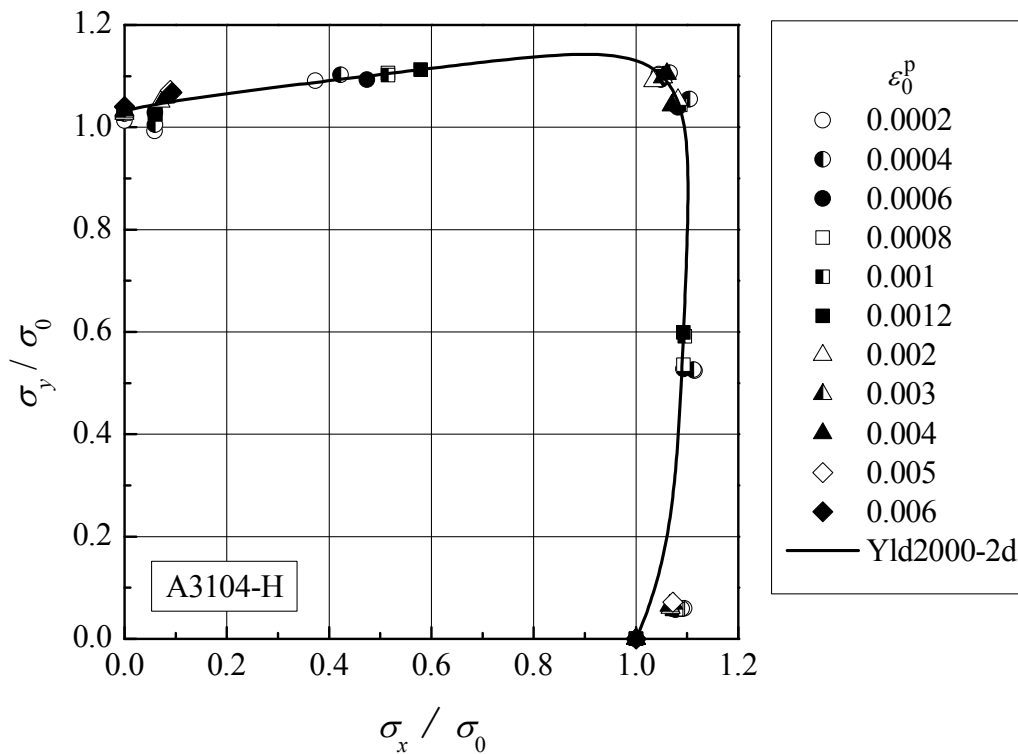
  

$\varepsilon_0^p$	0.0008		0.001		0.0012	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	302.2	0.0	303.3	0.0	303.4	0.0
$U_x : U_y = 1 : 0$	327.1	17.5	327.2	17.5	324.9	17.6
$U_x : U_y = 2 : 1$	330.3	162.0	332.3	179.3	331.6	181.6
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	317.3	333.3	319.6	333.3	319.7	332.9
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	326.9	315.5	329.6	316.4	328.8	317.3
$U_x : U_y = 1 : 2$	155.8	334.2	156.2	334.2	175.7	337.6
$U_x : U_y = 0 : 1$	18.1	310.6	18.2	311.0	18.2	311.0
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	0.0	311.1	0.0	311.3	0.0	313.2

$\varepsilon_0^p$	0.002		0.003		0.004	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	307.8	0.0	310.3	0.0	311.1	0.0
$U_x : U_y = 1 : 0$	328.7	18.8	330.7	20.1	333.9	21.4
$U_x : U_y = 2 : 1$	---	---	---	---	---	---
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	318.3	335.6	326.7	340.5	330.0	343.6
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	333.1	324.4	332.7	324.2	332.8	324.5
$U_x : U_y = 1 : 2$	---	---	---	---	---	---
$U_x : U_y = 0 : 1$	21.7	323.3	24.6	328.4	25.0	329.7
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	0.0	315.9	0.0	319.	90.0	321.5

$\varepsilon_0^p$	0.005		0.006	
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$
$\sigma_x : \sigma_y = 1 : 0$	311.8	0.0	313.7	0.0
$U_x : U_y = 1 : 0$	334.2	22.3	---	---
$U_x : U_y = 2 : 1$	---	---	---	---
$U_x : U_y = 1 : 1(1)$	---	---	---	---
$U_x : U_y = 1 : 1(2)$	---	---	---	---
$U_x : U_y = 1 : 2$	---	---	---	---
$U_x : U_y = 0 : 1$	27.8	334.2	29.1	334.9
$\sigma_x : \sigma_y = 0 : 1$	0.0	324.6	0.0	326.0



**Fig.4.6.2** Measured stress points forming contours of plastic work, compared with the theoretical yield locus based on the Yld2000-2d yield function approximating the work contour for

$\varepsilon_0^p = 0.0012$ . The stress values are normalized by  $\sigma_0$  associated with respective values of  $\varepsilon_0^p$ .

以上より、本研究で製作した十字形試験片および二軸引張試験装置を用いれば、O材のみならず、加工硬化指数の小ささゆえに初期降伏曲面の測定が困難とされるH材に対しても適用可能であることが示された。



## 4.7 結論

加工硬化の小さい薄肉材の代表例として硬質アルミニウム 3104-H 材を対象として、二軸引張応力場における局所的な塑性変形特性の測定を目的として、薄肉超小型試験片に適した二軸引張試験方法を開発した。本研究で得られた知見は以下の通りである。

- 1) チャック変位比一定条件下での二軸引張試験の結果から、応力空間とひずみ空間における曲線を読み解くための手法として、負荷経路全図を考案した。
- 2) 汎用の単軸引張試験機を駆動源とし、チャックの変位比を変更可能なリンク機構を開発した。これを用いて 3104-O 材の等塑性仕事面を測定した結果、本研究よりも厚く、かつ大きな試験片を対象とする応力比一定試験により測定されたそれとほぼ一致した。これより、本二軸引張試験方法は実務上妥当な評価が可能であることを確認した。
- 3) A3104-H 材の二軸引張試験結果に対して負荷経路全図の手法を適用し、最大で 0.0012 の相当塑性ひずみに対応する等塑性仕事面の測定に成功した。さらに、測定された等塑性仕事面は、次数  $M=7.78$  の Yld2000-2d 降伏関数により近似可能であることを明らかにした。
- 4) アルミ缶ボディ用素板である A3104-H 材の二軸引張変形挙動を測定し、その変形挙動を定量的に評価するための実験手法を確立することができた。

## 参考文献

- [1] Barlat, F., Brem, J.C., Yoon, J.W., Chung, K., Dick, R.E., Lege, D.J., Pourboghrat, F., Choi, S.H. & Chu, E.: Plane stress yield function for aluminum alloy sheets-part 1: theory, *Int. J. Plasticity*, **19** (2003), 1297-1319.
- [2] Hill, R., Hecker, S. S., Stout, M. G.: An investigation of plastic flow and differential work hardening in orthotropic brass tubes under fluid pressure and axial load, *Int. J. Solids Struct.*, **31-21** (1994), 2999-3021.
- [3] Kuwabara, T., Ikeda, S. and Kuroda, T.: Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension, *J. Mater. Process. Technol.*, **80/81** (1998), 517-523.
- [4] Von Mises, R.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*, *Goettinger Nachrichten Math. Phys. Klasse* **4** (1913), 582-592.
- [5] 機械システム振興協会：産業用次世代レーザー応用・開発に関する調査研究報告書，(2009)，40.
- [6] 桑原利彦・池田聡：十字型試験片を用いた2軸引張試験による冷間圧延鋼板の等塑性仕事面の測定と定式，*塑性と加工*，**40-457** (1999)，145-149.
- [7] 桑原利彦・井上裕之・花房泰浩・伊藤隆一・瀧澤英男：2軸応力試験によるアルミニウム飲料缶の変形及び破断強度の異方性の測定，*軽金属*，**58-9** (2008)，449-455.
- [8] 日本アルミニウム協会：アルミニウムハンドブック第七版，(2007)，32.
- [9] 永安達哉・高橋進・津藤哲也：ハイテン材への適用が可能なコンパクト二軸引張試験装置の開発，第60回塑性加工連合講演会講演論文集，(2009)，19-20.
- [10] 渡邊哲也・黒田充紀：小型十字形試験片用簡易二軸引張試験装置の開発，第61回塑性加工連合講演会講演論文集，(2010)，357-358.

# 第 5 章

## 結論

### 5.1 本研究の結論

本研究では、二軸引張応力下におけるアルミ缶用の硬質薄板材の塑性変形特性を明らかにすることを目的とした。そのために、桑原らによって提案された十字形試験片を用いる二軸引張試験における応力の測定精度向上に取り組んだ。また、産業界で利用可能な簡便な試験方法を目標として、板厚が薄く、かつ加工硬化の小さいアルミ缶用材に適した単軸駆動型の二軸試験方法を開発した。以下に本研究の結論を述べる。

第 2 章では、二軸負荷状態にある十字形試験片の有限要素解析を行い、この結果を用いて、局所ひずみと対応すべき局所応力と実験的に測定可能な平均応力の差を最小にすることで、試験法の測定精度を定量的に評価する手法を提案した。この手法を用いて、最適ひずみ測定位置および応力の測定精度を向上させるための十字形試験片の形状因子を定量的に明らかにした。これにより、等方性材料においては、提案した試験片形状および局所ひずみ測定位置を利用することで 2%未満の精度で応力が測定可能であることを示した。

第 3 章では、高次の Yld2000-2d 降伏関数の場合、応力測定誤差を最小とする最適なひずみ測定領域は狭いものの、第 2 章で提案したひずみ測定位置および試験片形状が塑性異方性を持つ一般的な場合においても有効であることを示した。塑性異方性を持つ材料として Barlat Yld2000-2d の次数  $M$  を 24 まで、 $r$  値を 0.5~2.0 まで変化させた材料を想定して、数値解析による仮想実験を行った結果、第 2 章で示した誤差評価法で、2%未満の測定精度が維持でき

ることを示した。

第4章では、加工硬化の小さい薄肉材である0.3mmの硬質アルミニウム3104-H材を対象とし、局所的な塑性変形特性が測定可能な試験方法とその装置の開発を行った。この装置は、汎用の単軸引張試験機を駆動源とし、チャックの変位比を変更可能なリンク機構を特徴とする。また、チャック変位比一定条件下での二軸引張試験の結果から、応力空間とひずみ空間における負荷経路を理解するための図示方法として、負荷経路全図を示した。これを用いて3104-O材の等塑性仕事面を測定した結果、応力比一定試験により測定されたそれとほぼ一致し、本二軸引張試験装置の妥当性を示した。また、A3104-H材の二軸引張試験の結果、最大で0.0012の相当塑性ひずみに対応する等塑性仕事面の測定に成功した。アルミ缶ボディ用素板であるA3104-H材の二軸引張変形挙動を測定し、その変形挙動を定量的に評価するための実験手法を確立することができた。

以上より、本研究では、十字形試験片を用いた二軸引張試験の応力測定精度の定量的評価および精度向上のための試験方法を提案した。また、開発した試験機によりアルミ缶用素板の硬質アルミニウム薄板の超小型試験片の評価が可能であることを示した。

## 5.2 今後の課題

本研究で開発した単軸駆動型の試験装置により、薄肉超小型の十字形試験片の二軸引張試験が可能となった。しかし、エンボス加工のようなアルミ缶胴の二次成形を考慮すると、アルミ缶側壁の塑性変形特性を把握する必要がある。そのためには、円筒体であるアルミ缶側壁から切り出した試験片による二軸引張試験が必要となるが、アルミ缶側壁は素板よりもわずかながらも加工硬化しているため、塑性域までのひずみ付与はますます困難になるだろう。また、この試験片はアルミ缶側壁の曲率に起因する反りを持ち、その板厚は本研究で取り扱った試験材よりもさらに薄い0.1mmであるため、二軸引張試験はますます困難になると考える。最近ではファイバーレーザーよりも細い切断幅を期待できるフォトニック結晶レーザーが開発されており、上記の課題解決の一助になる可能性はあるものの、反りのある十字形試験片の取り扱いについては新たな検討が必要となるだろう。

また、今後も継続的に検討されるアルミ缶の薄肉高強度化において、本研究で得た成果は簡便な実験的評価法として利用可能である。そのため、従来に勝る材料の塑性変形特性評価を行うことが可能であり、多大な工数と時間を必要とする実製缶ラインを用いて材料メーカーが供試する材料の全てを評価する必要は無くなるだろう。しかし、これらの結果から同定した材料モデルを用いたシミュレーションは行っておらず、適用範囲を見定めた上で実際の製品との比較、考察が必要である。

# 謝辞

本論文は東京農工大学大学院工学府機械システム工学専攻博士後期課程の3年間を含む約6年間の研究をまとめたものです。本研究を遂行するにあたり、多くの方々からご指導、ご助言、ご協力を賜りました。ここに感謝の意を表します。

東京農工大学 工学研究院 先端機械システム部門 桑原利彦教授には、6年間にわたり懇切丁寧なご指導を賜りました。心より感謝申し上げます。また、本論文の審査に際して貴重なご助言と適切なご指導を賜りました長岐滋教授、高橋徹教授、佐久間淳准教授、山中晃徳准教授に感謝申し上げます。

本研究を遂行するにあたり、深いご理解とご指導を頂きました 三菱マテリアル株式会社 加藤公明博士、山内徹顧問、ユニバーサル製缶株式会社 白澤武人開発部長、並びに関係各位に心より感謝申し上げます。

(一財)大阪科学技術センターが(独)新エネルギー・産業技術総合開発機構の委託を受けて平成20年度から22年度に実施した「輸送機器の軽量化板材の2軸応力試験方法に関する標準化調査研究」及び経済産業省の委託を受けて平成23年度から25年度に実施した「輸送機器用軽量化板材の二軸引張試験方法の国際標準化」に委員として参加させて頂き、各委員より貴重なご意見を頂きました。本研究を遂行するにあたって参考になっただけでなく、大きな推進力となりました。心より謝意を表します。

本研究の対象としました材料につきましては、三菱アルミニウム株式会社研究開発部各氏のご協力を得てご提供頂き、試験片を作製することができました。深く感謝致します。

共同研究者であると共に、学位取得に関して多大なる叱咤激励と惜しみないご助言を頂きました日本工業大学瀧澤准教授に、また、社会人学生として学位取得の道を示して頂き、多大なご助力を頂いたユニバーサル製缶株式会社伊藤隆一博士に深く感謝申し上げます。

最後に長期にわたり社会人学生としての生活を支えてくれた家族に心から感謝します。

2014年3月

# 付録

## A.1 異方性降伏関数

本節では、本研究で用いた降伏関数（von Mises, Hill'48, Yld2000-2d）を示す。

### A.1.1 von Mises の降伏関数

von Mises の降伏関数は、現在最も一般的な降伏条件式として用いられている。

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{4} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \right\} \quad (\text{A1.1.1})$$

圧延方向の単軸引張試験で降伏応力  $\sigma_0$  が測定されたとすると、 $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$  のとき  $\sigma_x = \sigma_0$  であるから、式(A1.1.1)より

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \right\} \quad (\text{A1.1.2})$$

相当応力を次式で定義する（以下簡単のため  $\sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$  とする）。

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\sigma_{xy}^2 \right\} \quad (\text{A1.1.3})$$

降伏条件式は次式で定義される。

$$\bar{\sigma} - \sigma_0 = 0 : \text{降伏 (塑性状態)}$$

$$\bar{\sigma} - \sigma_0 < 0 : \text{未降伏 (弾性状態)}$$

ここで関連流れ則  $d\varepsilon_{ij}^p = (\partial \bar{\sigma} / \partial \sigma_{ij}) d\lambda$  を適用し、次式を得る。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^p &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_x} d\lambda = \left( \sigma_x - \frac{1}{2}\sigma_y - \frac{1}{2}\sigma_z \right) \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} \\ d\varepsilon_y^p &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_y} d\lambda = \left( -\frac{1}{2}\sigma_x + \sigma_y - \frac{1}{2}\sigma_z \right) \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} \\ d\varepsilon_z^p &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_z} d\lambda = \left( -\frac{1}{2}\sigma_x - \frac{1}{2}\sigma_y + \sigma_z \right) \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} \\ d\varepsilon_{xy}^p &= d\varepsilon_{yx}^p = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{xy}} d\lambda = \frac{3}{2} \sigma_{xy} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} \end{aligned} \quad (\text{A1.1.4})$$

相当塑性ひずみ増分  $d\varepsilon^p$  は、 $\bar{\sigma}$  と  $d\varepsilon^p$  の積が単位体積当たりの塑性仕事増分を与えるように次式で定義される。

$$d\varepsilon^p \equiv (\sigma_x d\varepsilon_x^p + \sigma_y d\varepsilon_y^p + \sigma_z d\varepsilon_z^p + 2\sigma_{xy} d\varepsilon_{xy}^p) / \bar{\sigma} \quad (\text{A1.1.5})$$

式(A1.1.4)を式(A1.1.5)に代入すると,

$$\begin{aligned} \overline{d\varepsilon^p} &= \left\{ \begin{aligned} &\sigma_x \left( \sigma_x - \frac{1}{2}\sigma_y - \frac{1}{2}\sigma_z \right) + \sigma_y \left( -\frac{1}{2}\sigma_x + \sigma_y - \frac{1}{2}\sigma_z \right) \\ &+ \sigma_z \left( -\frac{1}{2}\sigma_x - \frac{1}{2}\sigma_y + \sigma_z \right) + 2\sigma_{xy} \cdot 2 \cdot \frac{3}{2}\sigma_{xy} \end{aligned} \right\} \frac{d\lambda}{\overline{\sigma}^2} \\ \overline{d\varepsilon^p} &= \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\sigma_{xy}^2 \right\} \frac{d\lambda}{\overline{\sigma}^2} \\ \overline{d\varepsilon^p} &= d\lambda \end{aligned} \tag{A1.1.6}$$

式(A1.2.6)を式(A1.1.4)に代入し,  $\sigma_x - \sigma_y$ ,  $\sigma_y - \sigma_z$ ,  $\sigma_z - \sigma_x$ ,  $\sigma_{xy}$  を塑性ひずみ増分の成分で書き表すと,

$$\begin{aligned} \sigma_x - \sigma_y &= \frac{2}{3} (d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p) \frac{d\overline{\sigma}}{d\varepsilon^p} \\ \sigma_y - \sigma_z &= \frac{2}{3} (d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_z^p) \frac{d\overline{\sigma}}{d\varepsilon^p} \\ \sigma_z - \sigma_x &= \frac{2}{3} (d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_x^p) \frac{d\overline{\sigma}}{d\varepsilon^p} \\ \sigma_{xy} &= \frac{2}{3} d\varepsilon_{xy}^p \frac{d\overline{\sigma}}{d\varepsilon^p} \end{aligned} \tag{A1.1.7}$$

式(A1.1.7)を式(A1.1.3)に代入することで,  $\overline{d\varepsilon^p}$  はひずみ増分の各成分を用いて以下のように表現できる.

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{4}{9} (d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p)^2 + \frac{4}{9} (d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_z^p)^2 + \frac{4}{9} (d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_x^p)^2 + 6 \cdot \frac{4}{9} (d\varepsilon_{xy}^p)^2 \right\} \left( \frac{\overline{\sigma}}{d\varepsilon^p} \right)^2 \\ &= \frac{4}{9} \left\{ (d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_z^p)^2 + 3(d\varepsilon_{xy}^p)^2 - d\varepsilon_x^p d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_y^p d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_z^p d\varepsilon_x^p \right\} \left( \frac{\overline{\sigma}}{d\varepsilon^p} \right)^2 \\ \overline{d\varepsilon^p} &= \frac{2}{3} \sqrt{(d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_z^p)^2 + 3(d\varepsilon_{xy}^p)^2 - d\varepsilon_x^p d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_y^p d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_z^p d\varepsilon_x^p} \end{aligned} \tag{A1.1.8}$$

### A.1.2 Hill の 2 次降伏関数

Hill は von Mises の等方性の降伏条件を一般化して、次のような 2 次降伏関数を提案した。

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 \quad (\text{A1.2.1})$$

ここで  $F, G, H, L, M, N$  は材料の異方性を表現する係数である。圧延方向の単軸引張試験で降伏応力  $\sigma_0$  が測定されたとすると、 $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$  であるから、式(A1.2.1)より

$$2f(\sigma_{ij}) = (G+H)\sigma_0^2$$

$$\sigma_0^2 = \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2}{G+H}$$

相当応力を次式で定義する（以下簡単のため、 $\sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$  とする）。

$$\bar{\sigma}^2 \equiv \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2N\sigma_{xy}^2}{G+H} \quad (\text{A1.2.2})$$

降伏条件式は次式で定義される。

$$\bar{\sigma} - \sigma_0 = 0 : \text{降伏 (塑性状態)}$$

$$\bar{\sigma} - \sigma_0 < 0 : \text{未降伏 (弾性状態)}$$

ここで関連流れ則  $d\varepsilon_{ij}^p = (\partial\bar{\sigma}/\partial\sigma_{ij})d\lambda$  を適用し、次式を得る。

$$d\varepsilon_x^p = \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_x} d\lambda = \frac{-G(\sigma_z - \sigma_x) + H(\sigma_x - \sigma_y)}{G+H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}}$$

$$d\varepsilon_y^p = \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_y} d\lambda = \frac{-F(\sigma_y - \sigma_z) - H(\sigma_x - \sigma_y)}{G+H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} \quad (\text{A1.2.3})$$

$$d\varepsilon_z^p = \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_z} d\lambda = \frac{-F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x)}{G+H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}}$$

$$d\varepsilon_{xy}^p = d\varepsilon_{yx}^p = \frac{1}{2} \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma_{xy}} d\lambda = \frac{N\sigma_{xy}}{G+H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}}$$

式(A1.2.3)を式(A1.1.5)に代入し、式(A1.2.2)を考慮すると次式を得る。

$$\bar{d\varepsilon}^p = \left[ \sigma_x \left\{ -G(\sigma_z - \sigma_x) + H(\sigma_x - \sigma_y) \right\} + \sigma_y \left\{ F(\sigma_y - \sigma_z) - H(\sigma_x - \sigma_y) \right\} \right. \\ \left. + \sigma_z \left\{ -F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x) \right\} + \sigma_{xy} (2N\sigma_{xy}) \right] d\lambda / \{(G+H)\bar{\sigma}^2\}$$

$$= \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2N\sigma_{xy}^2}{G+H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}^2}$$

$$\bar{d\varepsilon}^p = d\lambda \quad (\text{A1.2.4})$$



式(A1.2.4)を式(A1.2.3)に代入し、 $\sigma_x - \sigma_y$ 、 $\sigma_y - \sigma_z$ 、 $\sigma_z - \sigma_x$ 、 $\sigma_{xy}$ を塑性ひずみ増分の成分で書き表すと、

$$\begin{aligned}\sigma_x - \sigma_y &= \frac{G+H}{FG+GH+HF} (Fd\varepsilon_x^p - Gd\varepsilon_y^p) \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p} \\ \sigma_y - \sigma_z &= \frac{G+H}{FG+GH+HF} (Gd\varepsilon_y^p - Hd\varepsilon_z^p) \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p} \\ \sigma_z - \sigma_x &= \frac{G+H}{FG+GH+HF} (Hd\varepsilon_z^p - Fd\varepsilon_x^p) \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p} \\ \sigma_{xy} &= \frac{G+H}{N} d\varepsilon_{xy}^p \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p}\end{aligned}\tag{A1.2.5}$$

式(A1.2.5)を式(A1.2.2)に代入することで、 $\bar{d\varepsilon^p}$ はひずみ増分の各成分を用いて以下のように表現できる。

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^2 &= \left[ \begin{aligned} &\{F(Gd\varepsilon_y^p - Hd\varepsilon_z^p)^2 + G(Hd\varepsilon_z^p - Fd\varepsilon_x^p)^2 \\ &+ H(Fd\varepsilon_x^p - Gd\varepsilon_y^p)^2\} \left( \frac{G+H}{FG+GH+HF} \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p} \right)^2 + 2N \left( \frac{G+H}{N} d\varepsilon_{xy}^p \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p} \right)^2 \end{aligned} \right] / (G+H) \\ &= \left( \frac{G+H}{FG+GH+HF} \frac{\bar{\sigma}}{d\varepsilon^p} \right)^2 \left[ \begin{aligned} &F(Gd\varepsilon_y^p - Hd\varepsilon_z^p)^2 + G(Hd\varepsilon_z^p - Fd\varepsilon_x^p)^2 \\ &+ H(Fd\varepsilon_x^p - Gd\varepsilon_y^p)^2 + \frac{2(FG+GH+HF)^2}{N} (d\varepsilon_{xy}^p)^2 \end{aligned} \right] / (G+H) \\ \bar{d\varepsilon^p} &= \frac{\sqrt{G+H}}{FG+GH+HF} \left\{ \begin{aligned} &F(Gd\varepsilon_y^p - Hd\varepsilon_z^p)^2 + G(Hd\varepsilon_z^p - Fd\varepsilon_x^p)^2 \\ &+ H(Fd\varepsilon_x^p - Gd\varepsilon_y^p)^2 + \frac{2(FG+GH+HF)^2}{N} (d\varepsilon_{xy}^p)^2 \end{aligned} \right\}^{1/2}\end{aligned}\tag{A1.2.6}$$

<  $\sigma_0$ 、 $r_0$ 、 $r_{45}$ 、 $r_{90}$ による異方性係数の表現 >

$\sigma_0$ 、 $r_0$ 、 $r_{45}$ 、 $r_{90}$ を用い、異方性係数 $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $N$ を決定する。圧延方向単軸引張試験より $r_0$ が、圧延直角方向単軸引張試験より $r_{90}$ が定まる。各試験における応力状態と $r$ 値の定義より次式を得る。

$$r_0 = \frac{d\varepsilon_y^p}{d\varepsilon_z^p} = \frac{F(\sigma_y - \sigma_z) - H(\sigma_x - \sigma_y)}{-F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x)} = \frac{H}{G}$$

$$\therefore \sigma_y = \sigma_z = \sigma_{xy} = 0\tag{A1.2.7}$$

$$r_{90} = \frac{d\varepsilon_x^p}{d\varepsilon_z^p} = \frac{-G(\sigma_z - \sigma_x) + H(\sigma_x - \sigma_y)}{-F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x)} = F$$

$$\therefore \sigma_x = \sigma_z = \sigma_{xy} = 0$$

次に、圧延方向から $\alpha$ 方向の単軸引張試験片において、板幅方向の塑性ひずみ増分を $d\varepsilon_w^p$ とする。座標変換の公式より次式を得る。

$$\sigma_x = \sigma_\alpha \cos^2 \alpha, \quad \sigma_y = \sigma_\alpha \sin^2 \alpha, \quad \sigma_{xy} = \sigma_\alpha \sin \alpha \cos \alpha \quad (\text{A1.2.8})$$

$$d\varepsilon_w^p = d\varepsilon_x^p \sin^2 \alpha + d\varepsilon_y^p \cos^2 \alpha - 2d\varepsilon_{xy}^p \sin \alpha \cos \alpha \quad (\text{A1.2.9})$$

式(A1.2.8)を式(A1.2.2)に代入し、次式を得る。

$$\sigma_\alpha = \bar{\sigma} \sqrt{\frac{G+H}{H+F\sin^2\alpha+G\cos^2\alpha+(2N-F-G-4H)\sin^2\alpha\cos^2\alpha}} \quad (\text{A1.2.10})$$

式(A1.2.3)を式(A1.2.10)に代入し、次式を得る。

$$d\varepsilon_w^p = (F\sin^2\alpha\cos^2\alpha + G\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 2H\sin^2\alpha\cos^2\alpha - 2N\sin^2\alpha\cos^2\alpha)\sigma_\alpha d\lambda \quad (\text{A1.2.11})$$

式(A1.2.11)と $r$ 値の定義より次式を得る。

$$r_\alpha = \frac{d\varepsilon_w^p}{d\varepsilon_z^p} = \frac{H+(2N-F-G-4H)\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{F\sin^2\alpha+G\cos^2\alpha} \quad (\text{A1.2.12})$$

式(A1.2.10), (A1.2.12)に $\alpha = 45^\circ$ を代入し、 $\sigma_{45}$ ,  $r_{45}$ を決定する。

$$\sigma_{45} = 2\bar{\sigma} \sqrt{\frac{G+H}{2N+F+G}} \quad (\text{A1.2.13})$$

$$r_{45} = \frac{2N-F-G}{2F-2G}$$

$\sigma_0$ ,  $r_0$ ,  $r_{45}$ ,  $r_{90}$ を用いて異方性係数 $F, G, H, N$ を表現すると、式(A1.2.2), (A1.2.6)は次式で表記される。

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{r_{90}(1+r_0)} \left\{ r_0(\sigma_y - \sigma_z)^2 + r_{90}(\sigma_z - \sigma_x)^2 + r_0 r_{90}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)\sigma_{xy}^2 \right\} \quad (\text{A1.2.14})$$

$$\overline{d\varepsilon^p} = \frac{\sqrt{r_{90}(1+r_0)}}{r_0 r_{90} + r_0^2 r_{90} + r_0 r_{90}^2} \left\{ \begin{aligned} & r_0(r_{90}d\varepsilon_y^p - r_0 r_{90}d\varepsilon_z^p)^2 \\ & + r_{90}(r_0 r_{90}d\varepsilon_z^p - r_0 d\varepsilon_x^p)^2 \\ & + r_0 r_{90}(r_0 d\varepsilon_x^p - r_{90}d\varepsilon_y^p)^2 \\ & + \frac{4(r_0 r_{90} + r_0^2 r_{90} + r_0 r_{90}^2)^2}{(2r_{45} + 1)(r_0 + r_{90})} (d\varepsilon_{xy}^p)^2 \end{aligned} \right\}^{1/2} \quad (\text{A1.2.15})$$

### A.1.3 Yld2000-2d の降伏関数

Barlat らは Hershey, Hosford によって提案された関数を発展させ、次に示す平面応力問題用の  $M$  次の降伏条件を提案した.

$$\phi = \phi' + \phi'' = 2\bar{\sigma}^M \quad (\text{A1.3.1})$$

ここで,

$$\phi' = |s_1 - s_2|^M, \quad \phi'' = |2s_2 + s_1|^M + |2s_1 + s_2|^M \quad (\text{A1.3.2})$$

と表せる.  $s_i$  は偏差応力テンソルの主値である. 式(A1.3.2)は等方性の Hosford の降伏関数を  $\phi'$ ,  $\phi''$  に分解したものであり, この等方性降伏関数を基準として線形変換により異方性降伏関数を得る. その手順は次式のようなになる.

$$\left. \begin{aligned} X' &= C' : s = C' : T : \sigma = L' : \sigma \\ X'' &= C'' : s = C'' : T : \sigma = L'' : \sigma \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.3.3})$$

ここで,  $s$  は偏差応力テンソル,  $C'$ ,  $C''$  は  $s$  を  $X'$ ,  $X''$  へ線形変換する 4 階のテンソルである. また,  $\sigma$  は Cauchy の応力テンソル,  $T$  は  $\sigma$  を  $s$  へ変換する.  $C'$ ,  $C''$  は  $T$  により  $L'$ ,  $L''$  が作られ,  $\sigma$  に  $L'$ ,  $L''$  を作用させることで  $X'$ ,  $X''$  が得られる. すなわち,  $C'$ ,  $C''$  または  $L'$ ,  $L''$  の成分の決定が異方性パラメータの決定となる.  $C'$ ,  $C''$ ,  $T$  は以下のように与えられる.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3.4})$$

$$T = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3.5})$$

ただし, 式(A1.3.4)は「 $'$ 」および「 $''$ 」を省略した.  $L'$ ,  $L''$  は次式により定義される.

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3.6})$$

$$\begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3.7})$$

式(A1.3.6), (A1.3.7)における $\alpha_k$  ( $k=1\sim 8$ )が本質的な材料の異方性パラメータである。 $\alpha_k$ の前の行列は、後の計算が容易になるように付与されたものである。

次に、変換された偏差応力 $\mathbf{X}'$ ,  $\mathbf{X}''$ の主値 $X'_1$ ,  $X'_2$ ,  $X''_1$ ,  $X''_2$ を式(A1.3.2)の $s_1$ ,  $s_2$ と置換することで、 $\phi'$ ,  $\phi''$ は次式のように表せる。

$$\phi' = |X'_1 - X'_2|^M, \quad \phi'' = |2X''_2 + X''_1|^M + |2X''_1 + X''_2|^M \quad (\text{A1.3.8})$$

したがって、異方性降伏関数は次式で表される。

$$\phi = |X'_1 - X'_2|^M + |2X''_2 + X''_1|^M + |2X''_1 + X''_2|^M = 2\bar{\sigma}^M \quad (\text{A1.3.9})$$

$\mathbf{X}'$ ,  $\mathbf{X}''$ の成分は次式となっている。

$$X = \begin{bmatrix} X_{xx} & X_{xy} \\ X_{xy} & X_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3.10})$$

$X'_1$ ,  $X'_2$ ,  $X''_1$ ,  $X''_2$ を $\mathbf{X}'$ ,  $\mathbf{X}''$ の成分で書き換えると、次式で表される。

$$\begin{aligned} X'_1 &= \frac{1}{2} \left( X'_{xx} + X'_{yy} + \sqrt{(X'_{xx} - X'_{yy})^2 + 4X'^2_{xy}} \right) \\ X'_2 &= \frac{1}{2} \left( X'_{xx} + X'_{yy} - \sqrt{(X'_{xx} - X'_{yy})^2 + 4X'^2_{xy}} \right) \\ X''_1 &= \frac{1}{2} \left( X''_{xx} + X''_{yy} + \sqrt{(X''_{xx} - X''_{yy})^2 + 4X''^2_{xy}} \right) \\ X''_2 &= \frac{1}{2} \left( X''_{xx} + X''_{yy} - \sqrt{(X''_{xx} - X''_{yy})^2 + 4X''^2_{xy}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A1.3.11})$$

#### <異方性パラメータの決定法>

異方性パラメータは $\alpha_1\sim\alpha_8$ の計8個であり、これらを決定するためには、8つの材料特性値が必要となる。一般的には $\sigma_0$ ,  $\sigma_{45}$ ,  $\sigma_{90}$ ,  $\sigma_b$ ,  $r_0$ ,  $r_{45}$ ,  $r_{90}$ ,  $r_b$ を用いて異方性パラメータを決定するが、本研究では $r_b=1$ の仮定に基づき、変位比を変えた8つの応力点から、等塑性仕事面と降伏関数モデルとの誤差の最小自乗和が最小となるよう異方性パラメータと次数 $M$ を定めた。ここで、 $\sigma_b$ は等二軸引張における塑性流動応力、 $r_b$ は等二軸引張における塑性ひずみ速度比であり、次式で定義される。

$$r_b = \frac{\dot{\epsilon}_y^p}{\dot{\epsilon}_x^p} \quad (\text{A1.3.12})$$

## A.2 各種条件における応力測定誤差の分布

第二章 Fig.2.2.3.2 では応力測定誤差の分布を 5 段階で表しているが、ここではより詳細な分布を比較できるように 10 段階で表示する。

また、十字形試験片各諸元を変量した分布図は、本研究で比較した各諸元範囲の両端を掲載する。

### A.2.1 標準条件における応力測定誤差の分布

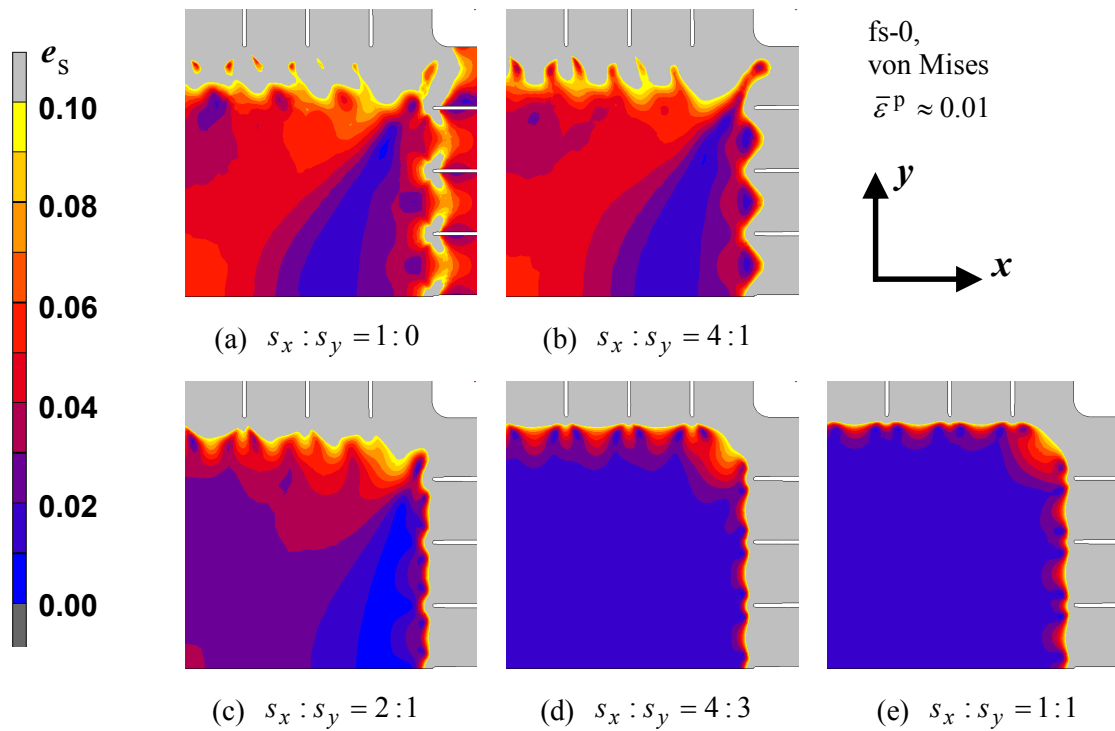


Fig.A2.1.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for standard condition.

### A.2.2 十字形試験片板厚 $t_0$ が応力測定誤差の分布に及ぼす影響

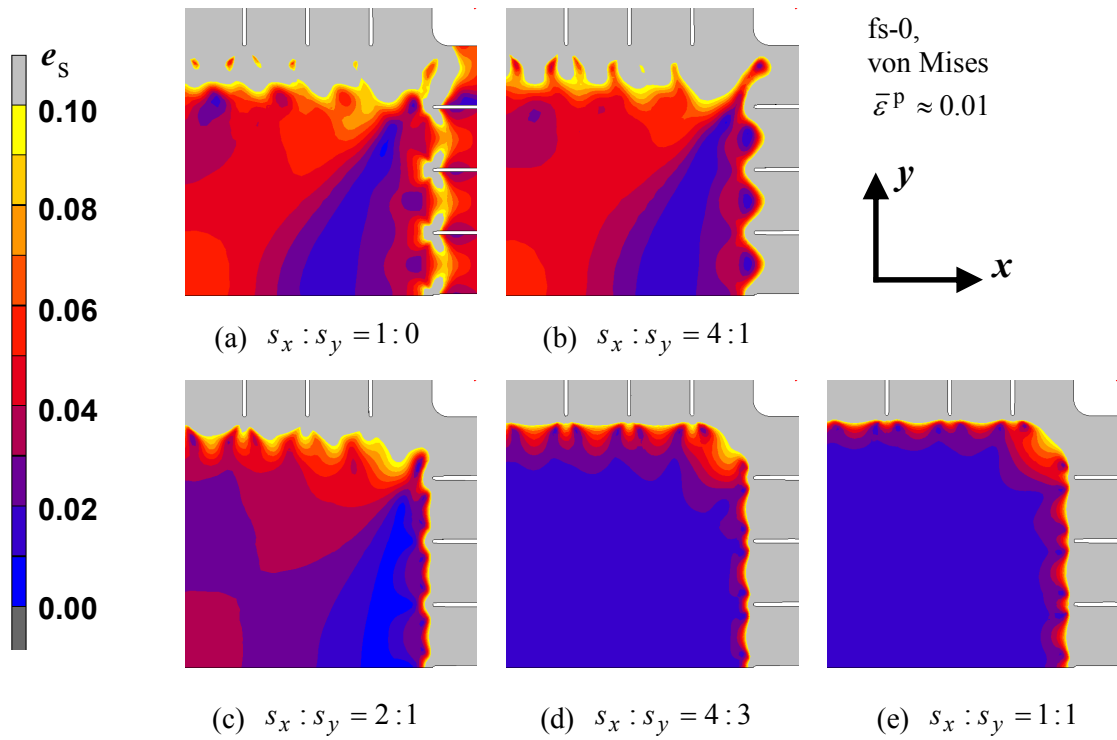


Fig.A2.2.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $t_0=0.6\text{mm}$ .

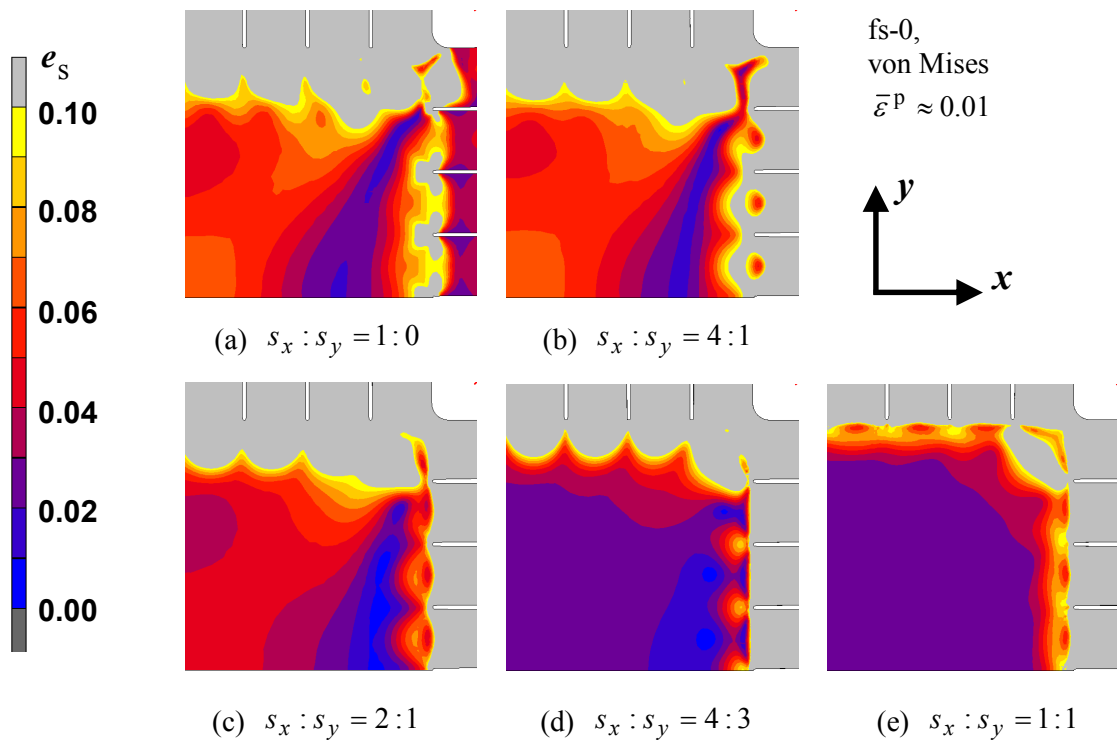


Fig.A2.2.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $t_0=4.8\text{mm}$ .

### A.2.3 十字形試験片スリット本数 $N$ が応力測定誤差の分布に及ぼす影響

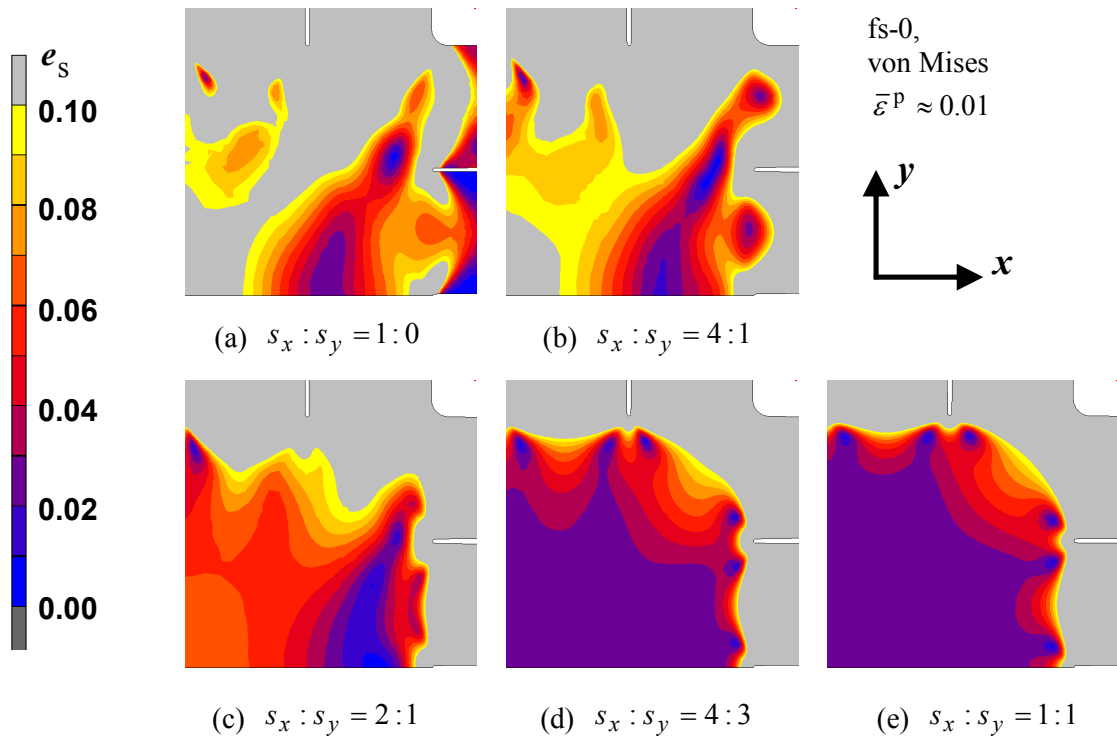


Fig.A2.3.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $N=4$ .

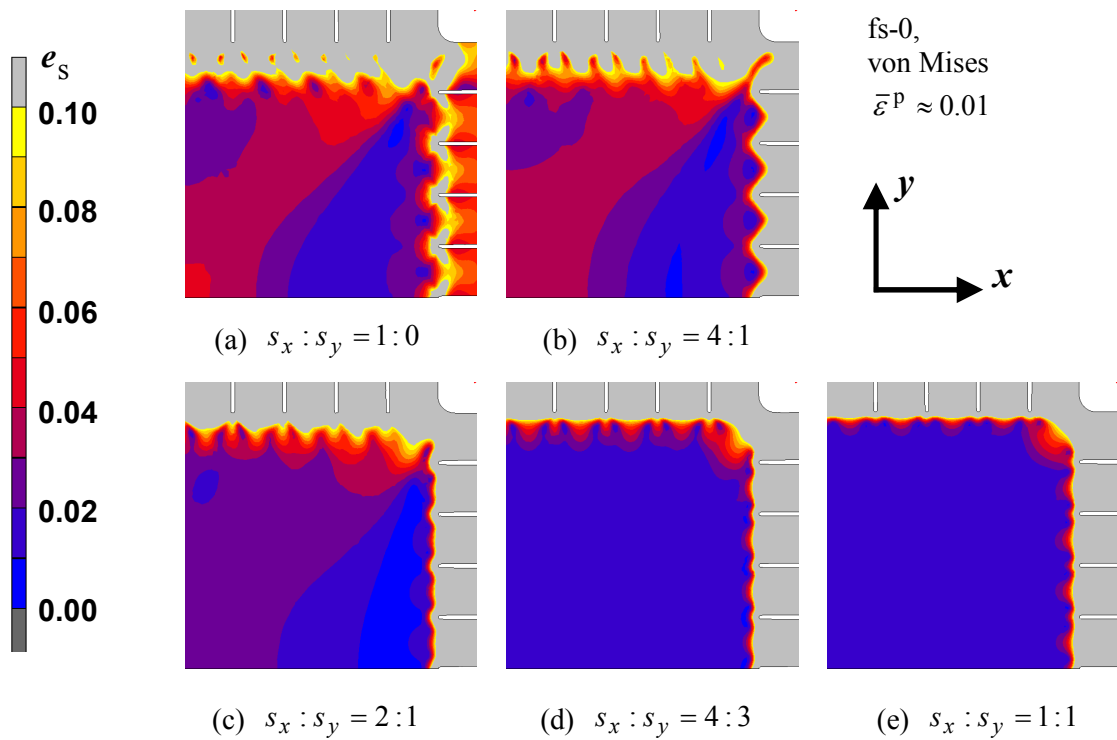


Fig.A2.3.2 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $N=10$ .

### A.2.4 十字形試験片スリット長さ $L$ が応力測定誤差の分布に及ぼす影響

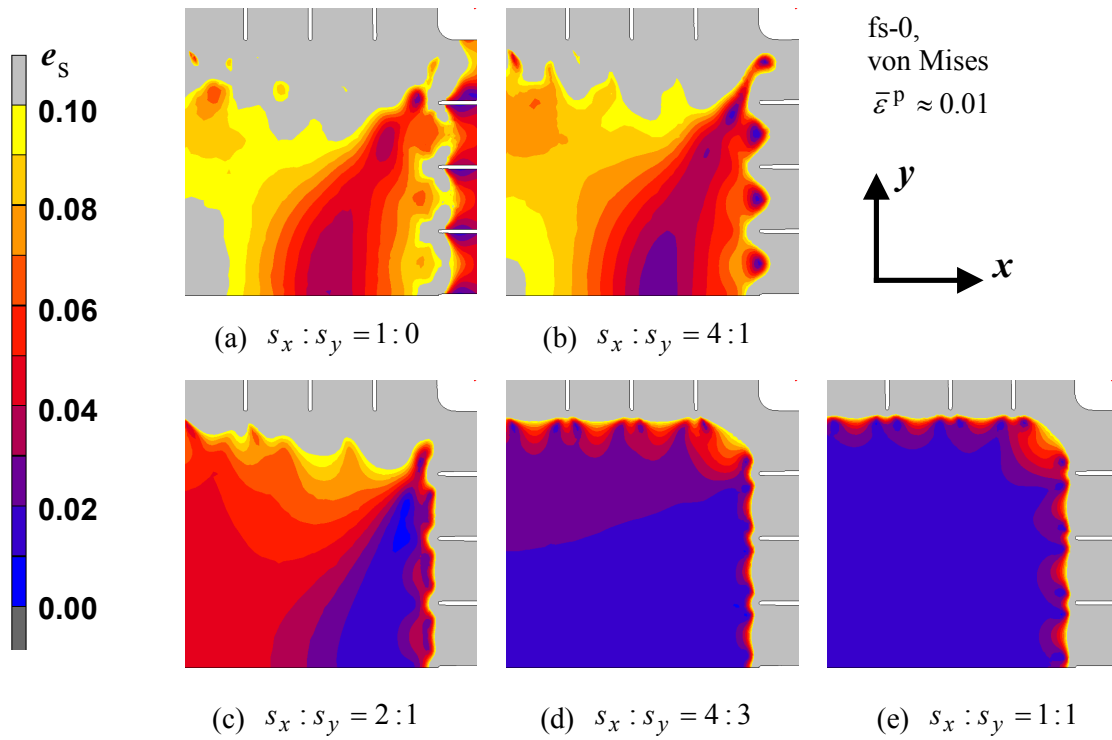


Fig.A2.4.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $L=15\text{mm}$ .

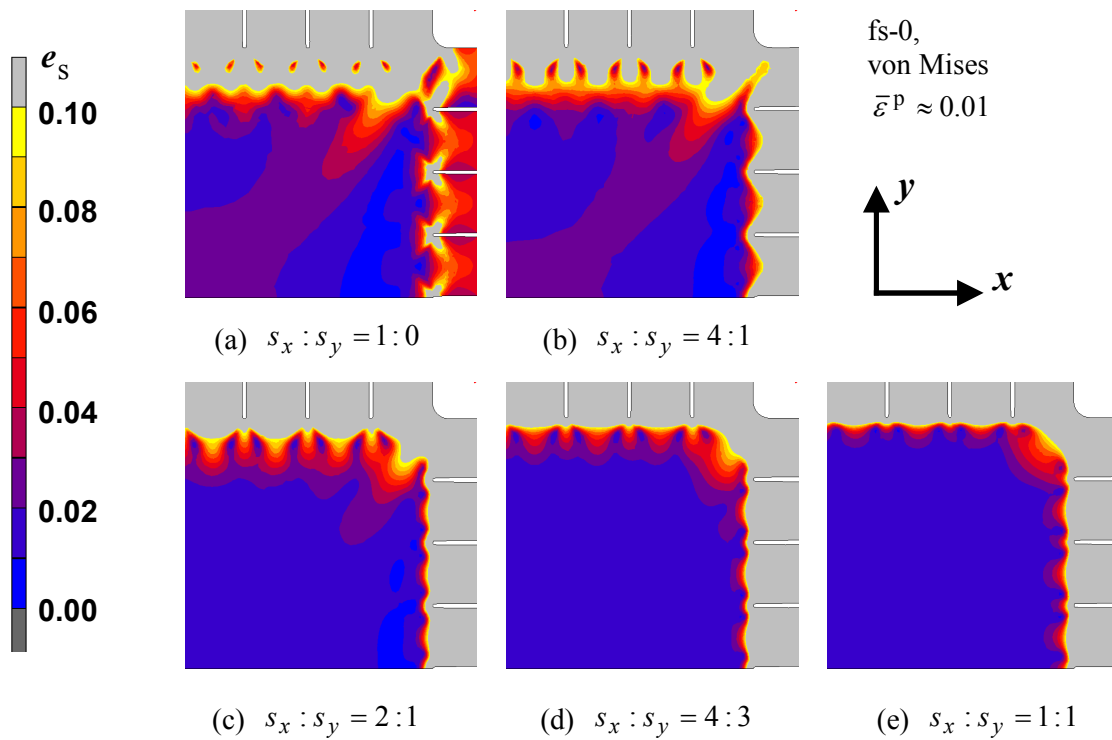


Fig.A2.4.2 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $L=\infty$ .



### A.2.5 十字形試験片スリット幅 $w_s=0.5\text{mm}$ のときの応力測定誤差の分布

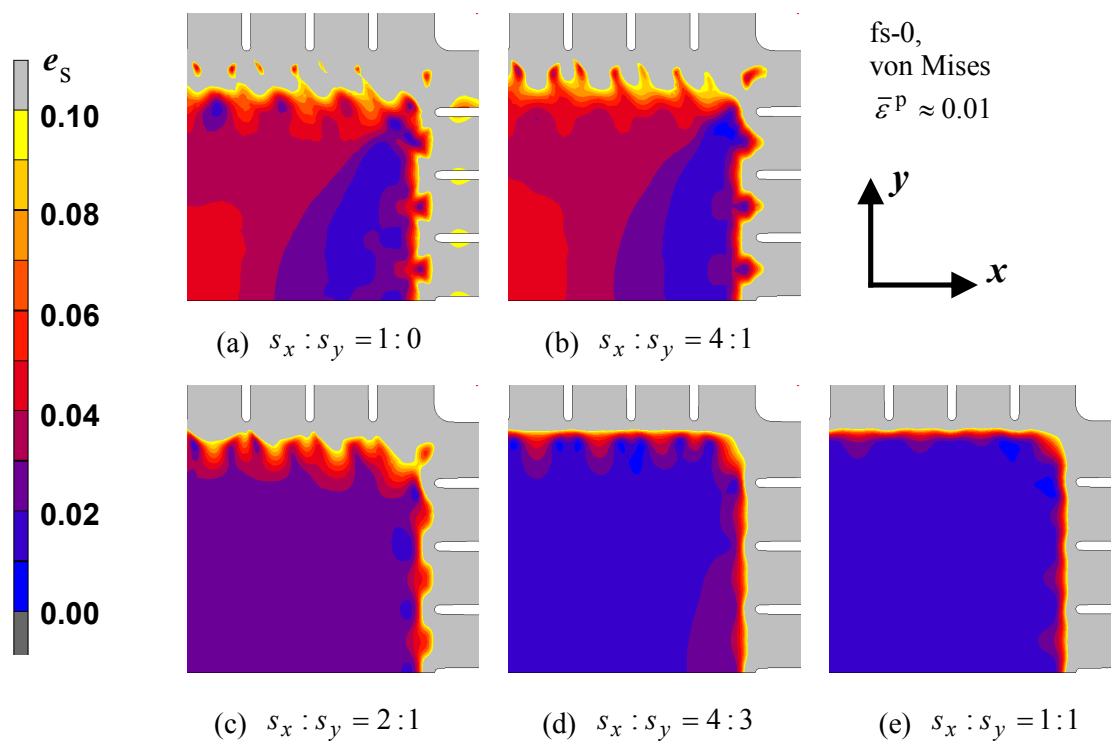


Fig.A2.5.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $w_s=0.5\text{mm}$ .

### A.2.6 十字形試験片腕の付け根の丸味半径が応力測定誤差の分布に及ぼす影響

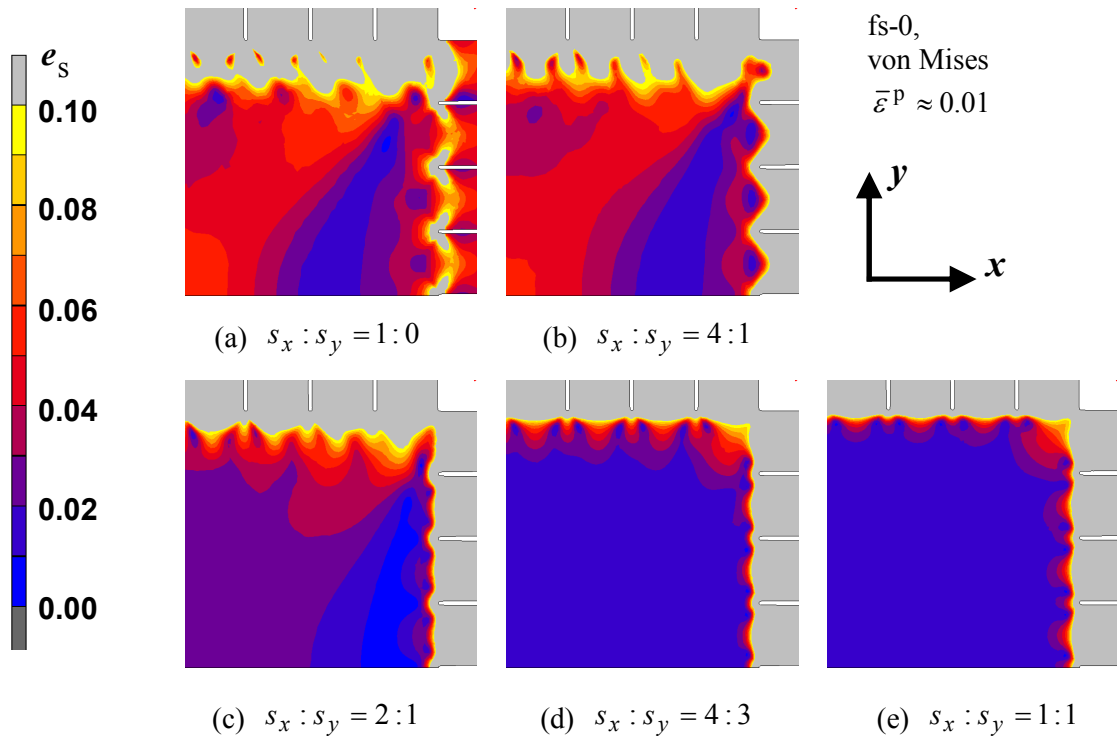


Fig.A2.6.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $R=0.1\text{mm}$ .

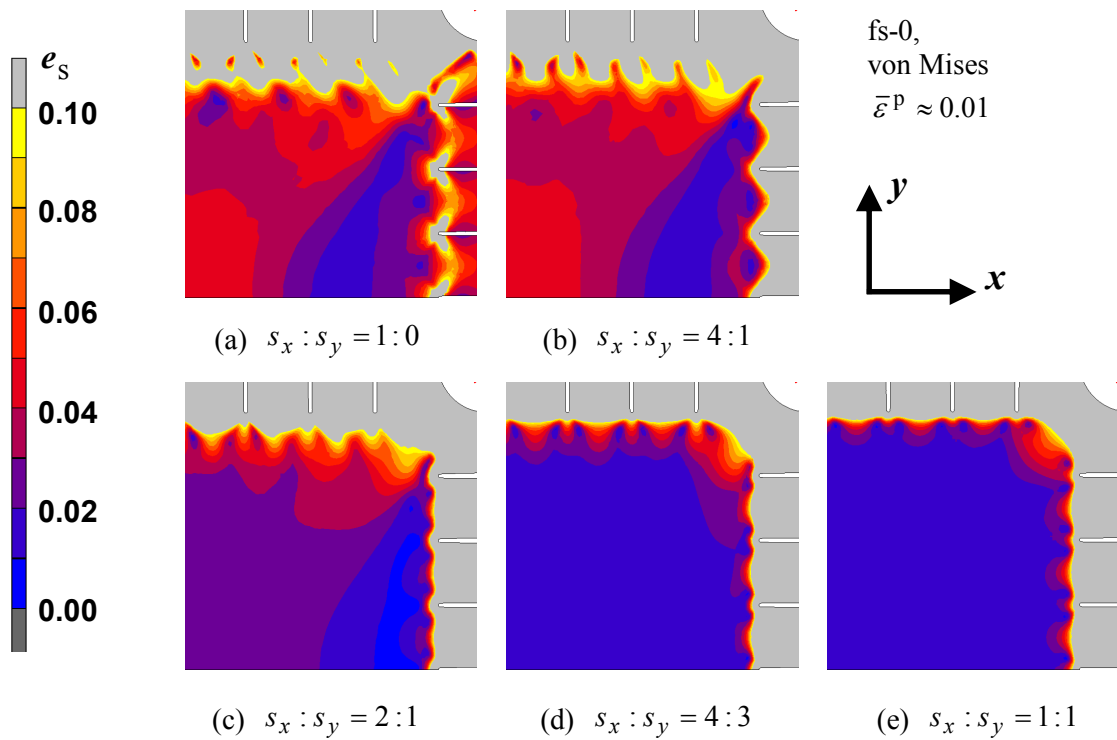


Fig.A2.6.2 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $R=3.0\text{mm}$ .

### A.2.7 十字形試験片素板の加工硬化指数が応力測定誤差の分布に及ぼす影響

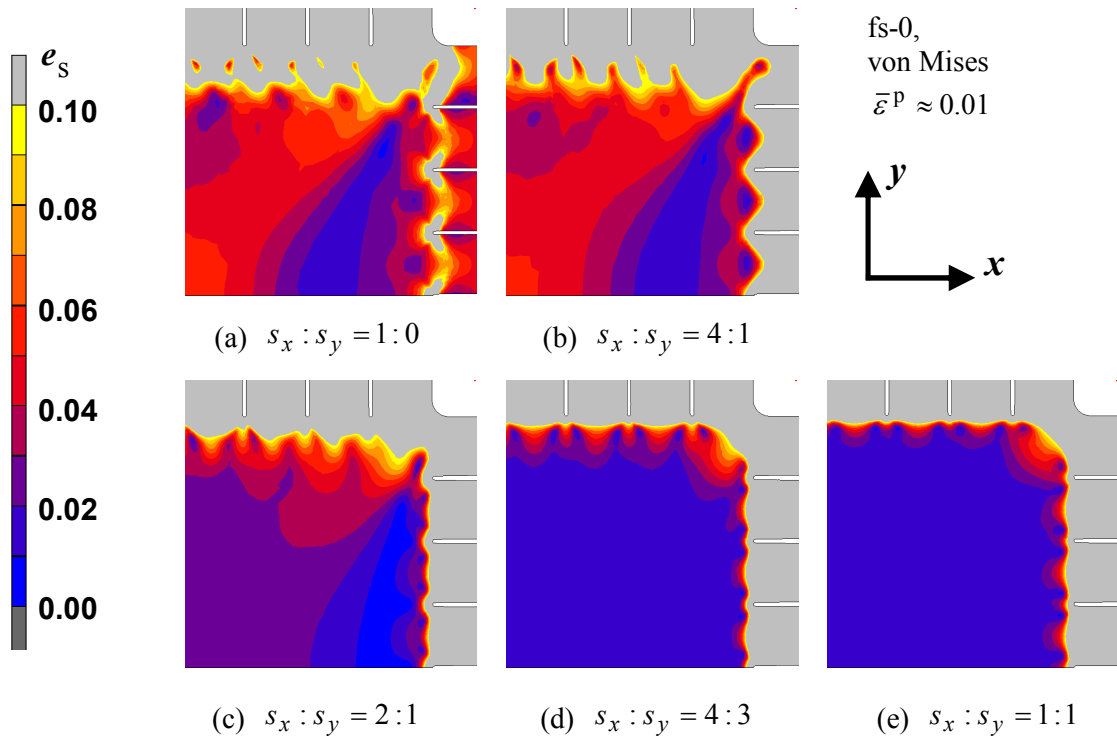


Fig.A2.7.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $n=0.2$ .

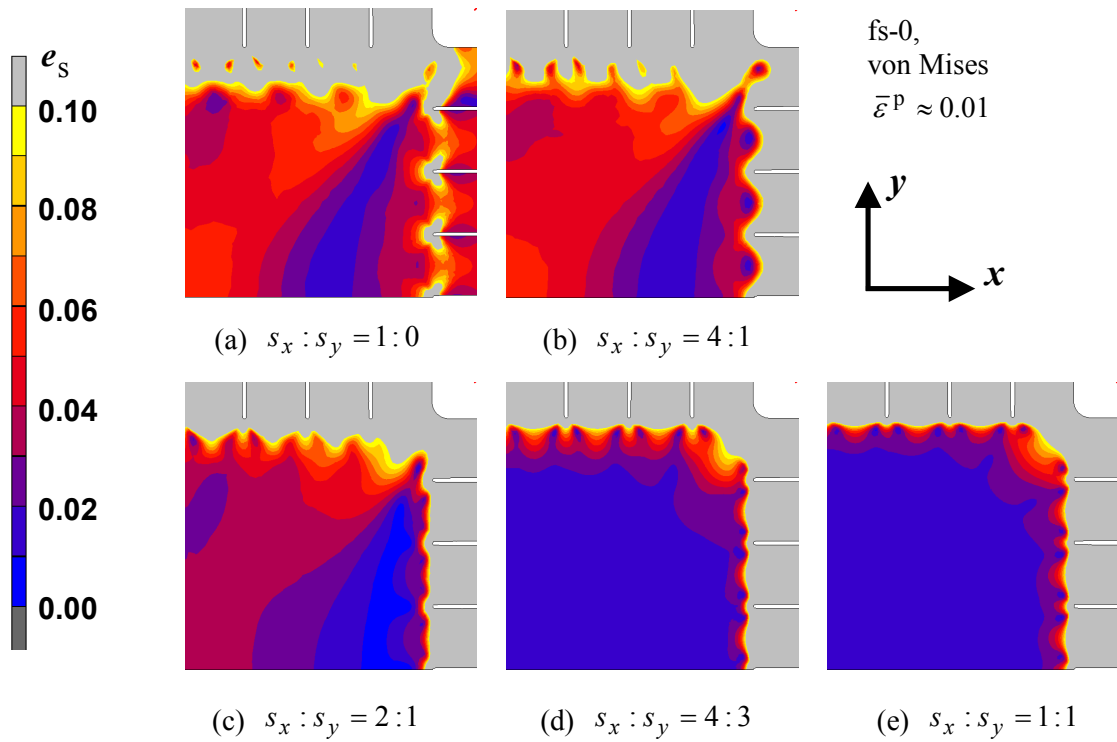


Fig.A2.7.2 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for  $n=0.4$ .

### A.2.8 材料モデルが応力測定誤差の分布に及ぼす影響

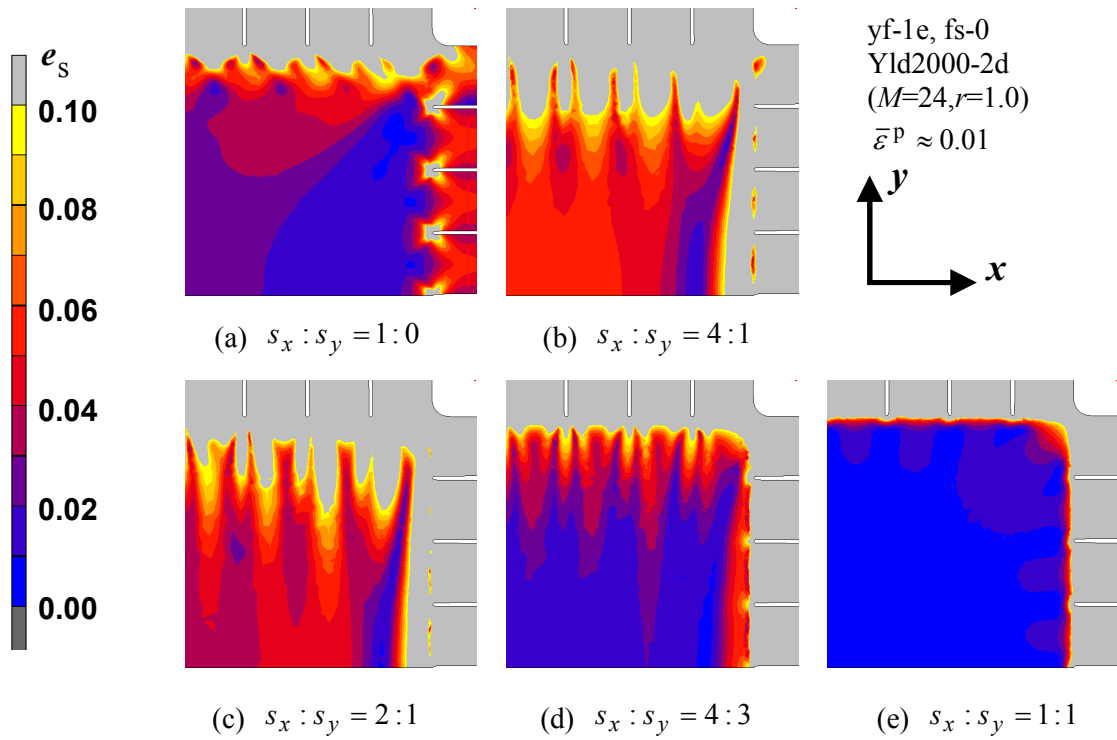


Fig.A2.8.1 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for yf-1e, fs-0.

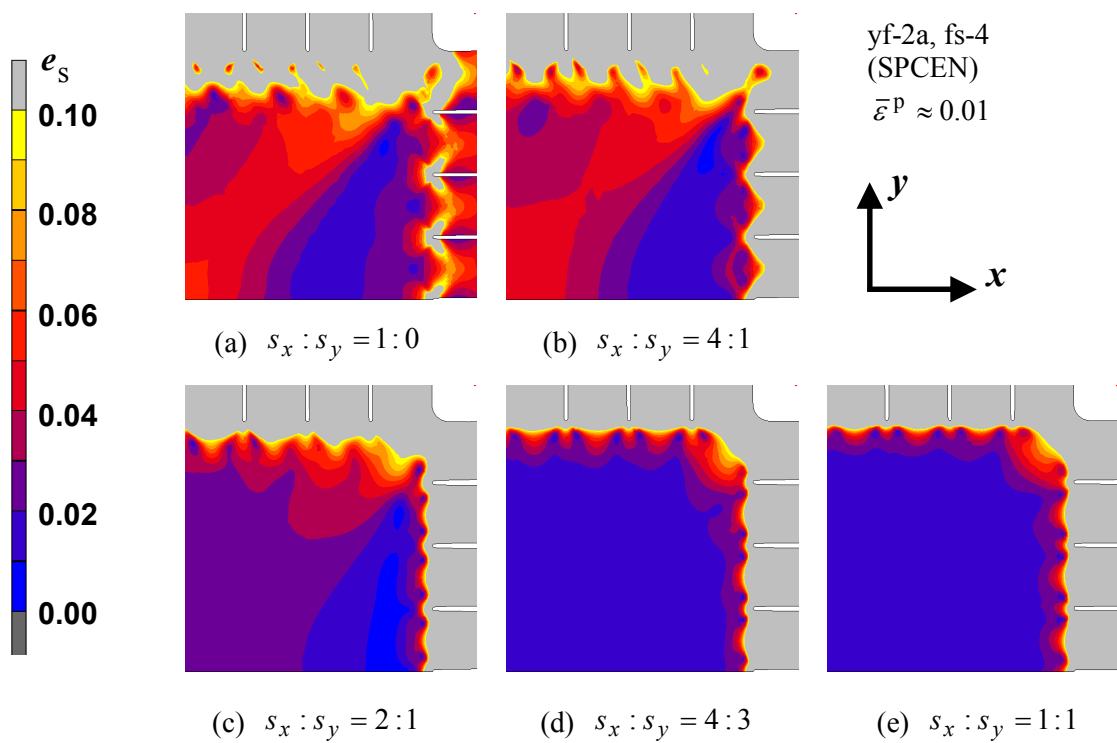
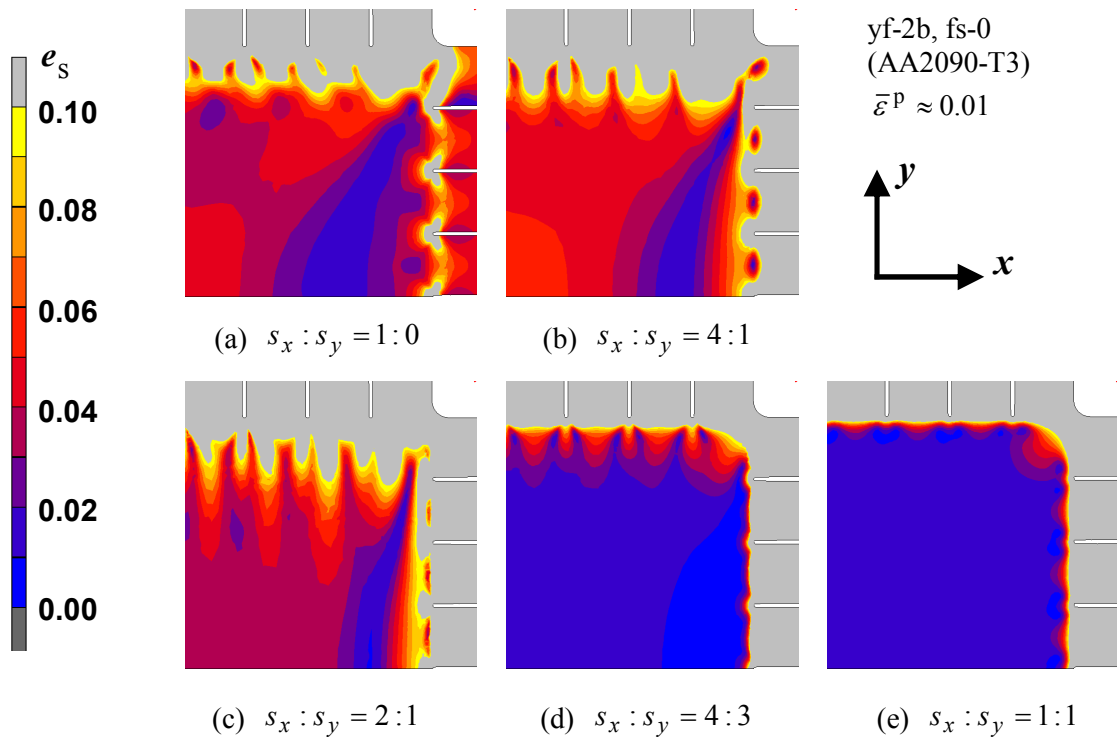


Fig.A2.8.2 Distribution of stress measurement error  $e_s$  for yf-2a, fs-4.



**Fig.A2.8.3** Distribution of stress measurement error  $e_s$  for yf-2b, fs-0.

### A.3 十字形試験片の寸法公差に関する検討

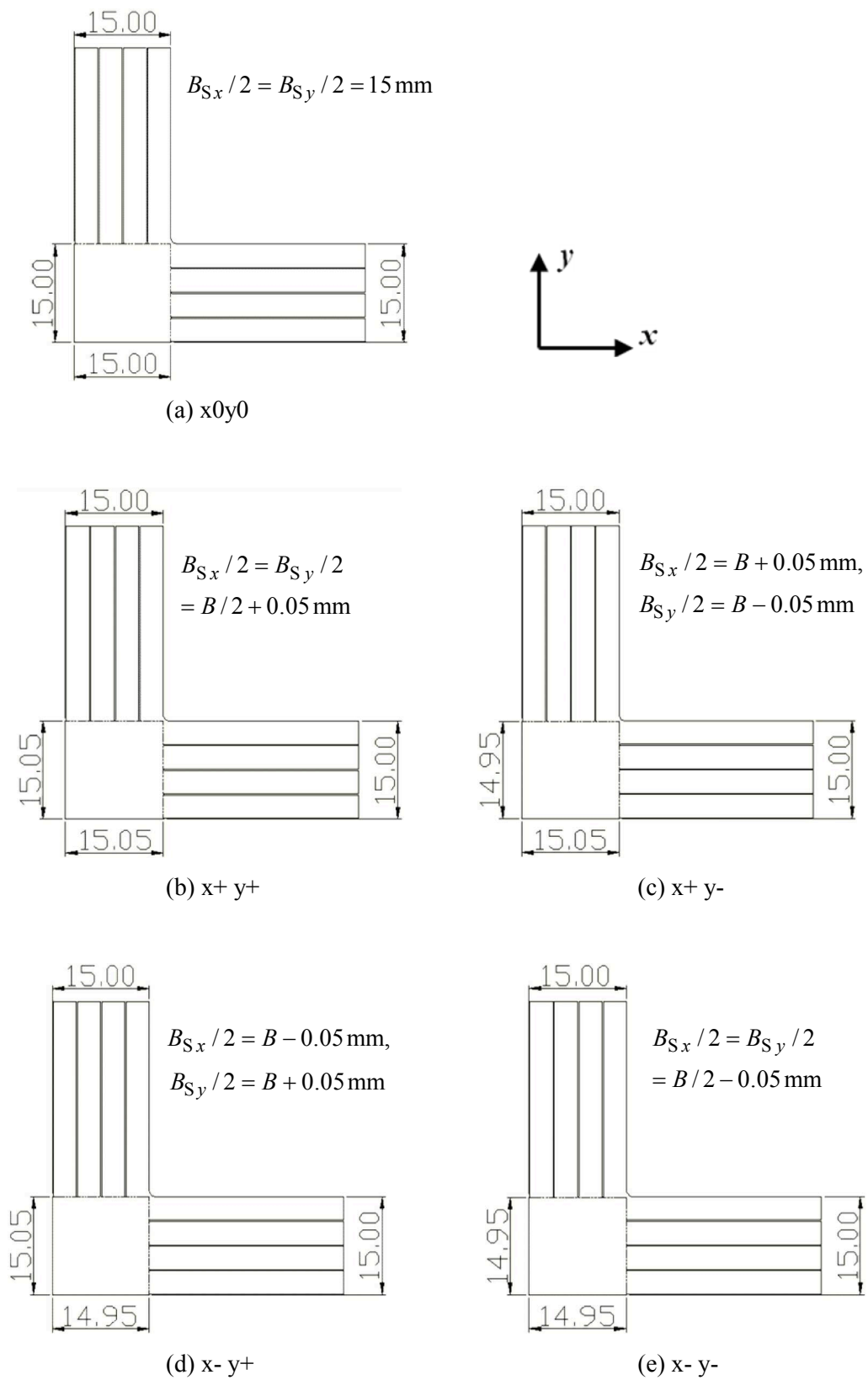
第二章および第三章では、各寸法諸元に公差はないものとして解析を行ったが、現実には若干の加工誤差が生じる。ここでは、腕部の幅を  $B$ 、スリット本数を  $N$  としたときに、Fig.2.2.1 に示す試験片中心線上において対向するスリット端の間の距離  $B_{S_x}$ 、 $B_{S_y}$  の寸法公差、および腕部の幅方向における短冊幅  $B/(N+1)$  が応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼす影響に関する検討結果を示す。

#### A.3.1 スリット端の距離が応力の算定誤差に及ぼす影響

本節では、 $B_{S_x} = B_{S_y} = B = 30\text{mm}$  のとき、 $B_{S_x}$ 、 $B_{S_y}$  が公差  $\pm 0.1\text{mm}$  で製作されるときに、これらの寸法公差が  $e_s$  に及ぼす影響に関する検討結果を示す。

解析条件、および材料モデルは 2.2.2 項に記した標準条件を用いた。片側公差が  $0.1\text{mm}$  なので、面内 1/4 モデル領域をモデルとした本解析では、 $B_{S_x}$ 、 $B_{S_y}$  共に基準寸法  $\pm 0.05\text{mm}$  を検討する。解析モデルを Fig.A3.1 に示す。Fig.A2.1.1(a) に示す "x0y0" は、 $B_{S_x}/2 = B_{S_y}/2 = 15\text{mm}$  の基準形状である。Fig.A2.1.1(b) に示す "x+ y+" は、 $B_{S_x}/2$ 、 $B_{S_y}/2$  共に基準寸法  $+0.05\text{mm}$  とした形状、Fig.A2.1.1(c) に示す "x+ y-" は、 $B_{S_x}/2$  を基準寸法  $+0.05\text{mm}$ 、 $B_{S_y}/2$  を基準寸法  $-0.05\text{mm}$  とした形状である。Fig.A2.1.1(d), (e) に示す "x- y+", "x- y-" についても同様である。公称応力比については、第二章に倣い、板材成形における主要な応力比である  $s_x:s_y = 2:1$  および  $1:1$  における  $e_s$  を評価対象とし、 $s_x:s_y = 1:0$  における  $e_s$  は参考値として掲載する。

解析によって得た  $\lambda=0.7$  における応力の算定誤差  $e_s$  を Table A3.1 に示す。この結果より、応力の算定誤差  $e_s$  は最大  $\pm 0.3\%$  の影響を受ける。



**Fig.A3.1** Geometry of cruciform specimen for biaxial tensile test.

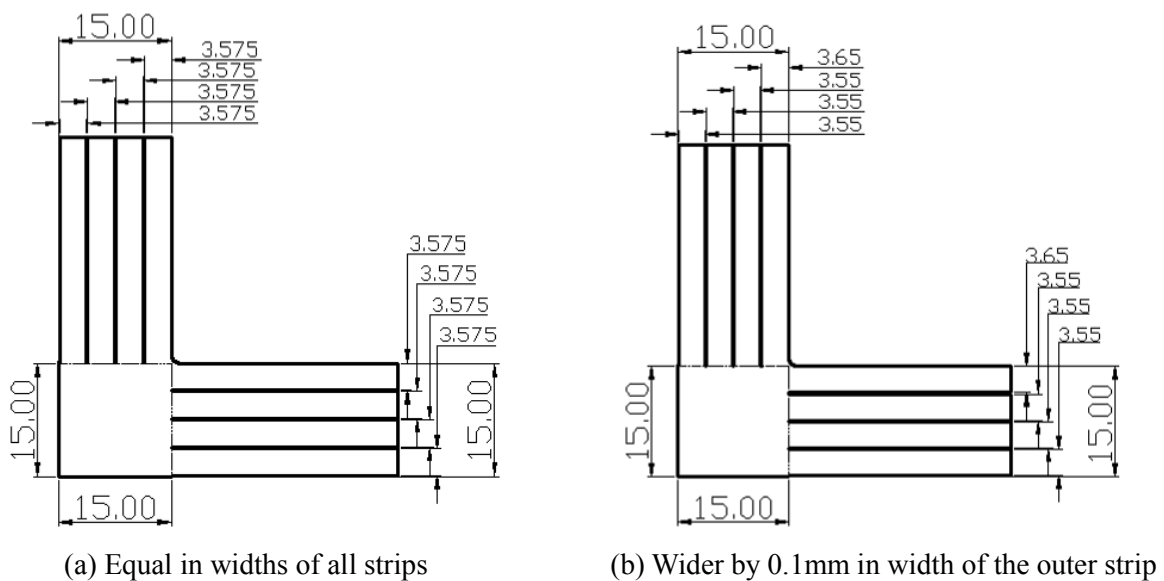
**Table A3.1** Effect of the distance between opposing slits on  $x$  and  $y$  axes  $B_{S_x}$ ,  $B_{S_y}$  on stress measurement error  $e_s$ .

$s_x : s_y$	1:0	2:1	1:1
x0y0	2.0	1.0	1.3
x+ y+	2.0	1.3	1.5
x+ y-	2.1	0.8	1.2
x- y+	2.0	1.2	1.3
x- y-	2.1	0.7	1.0

### A.3.2 短冊幅が応力の算定誤差に及ぼす影響

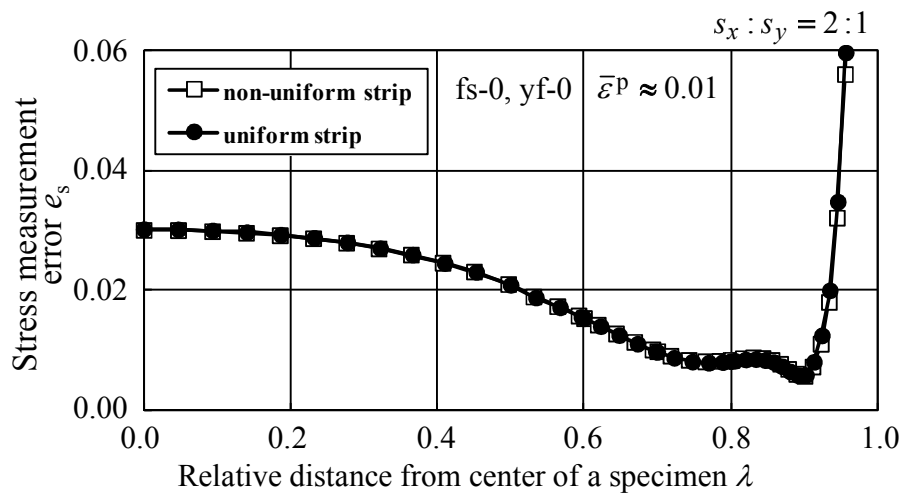
本節では、図面の記載方法により十字形試験片の仕上がりが異なることを想定し、腕部の最も外側の短冊の幅がそれ以外の短冊の幅よりも 0.10mm 広い場合に、応力の算定誤差  $e_s$  に及ぼす影響に関する検討結果を示す。解析条件、および材料モデルは A.3.1 節と同様である。

解析モデルを Fig.3.2.1 に示す。また、解析によって得た応力測定部内における応力の算定誤差  $e_s$  を Fig.A3.2.2 に示す。この結果より、腕部において最も外側の短冊幅が大きくなって、も応力の算定誤差  $e_s$  が受ける影響は無視できる。



**Fig.A3.2.1** Geometry of cruciform specimen for biaxial tensile test.





**Fig.A3.2.2** Effect of the strip width and strain measurement position on stress measurement errors  $e_s$  for  $s_x : s_y = 2:1$ .