

成形シミュレーションの高精度化に資する

金属材料の異方硬化モデリング

Differential hardening modeling of metallic materials

for enhancing the accuracy of forming simulations

2017年 3月

東京農工大学大学院 工学府

機械システム工学専攻

彌永 大作

目次

第1章 緒言

1.1. 背景.....	1
1.2. 従来研究のレビュー.....	1
1.2.1. 任意の二軸応力を付与する試験法に関する研究.....	2
1.2.2. 比例負荷状態における異方硬化挙動に関する研究.....	5
1.2.3. 応力経路が変化する場合の非等方硬化現象に関する研究.....	8
1.2.4. 異方性降伏関数のモデル化に関する研究.....	11
1.2.5. 流れ則のモデル化に関する研究.....	14
1.2.6. 硬化則のモデル化に関する研究.....	15
1.3. 研究目的.....	20
1.4. 本論文の構成.....	21
参考文献.....	23

第2章 アルミニウム合金板の二軸応力下の塑性変形挙動に及ぼす集合組織の影響

2.1. 背景.....	31
2.2. 二軸応力下での弾塑性変形挙動の測定.....	32
2.2.1. 供試材.....	32
2.2.2. 単軸引張試験.....	34
2.2.3. 十字形試験片を使用した二軸引張試験方法.....	37
2.2.4. 十字形試験片を使用した二軸引張試験結果.....	39
2.3. 二軸引張試験結果を用いた材料モデリング.....	45
2.3.1. 等塑性仕事面.....	45
2.3.2. 塑性ひずみ速度の方向.....	47
2.3.3. 実験結果と各種降伏関数を用いた計算結果の比較.....	49
2.3.4. High CubeとLow Cubeの実験結果及び最適な降伏関数の比較.....	55
2.4. 張出し成形に及ぼす集合組織の影響調査.....	59
2.4.1. 液圧バルジ張出し成形試験方法.....	59
2.4.2. 液圧バルジ成形の試験結果.....	60
2.5. 張出し成形シミュレーションによる材料モデルの妥当性検証.....	65
2.5.1. 解析条件.....	65
2.5.2. 解析結果.....	67
2.6. 結言.....	72
参考文献.....	73

第3章 異方硬化挙動の有限要素解析への適用

3.1. 背景.....	75
3.2. 後退オイラー法に基づく応力積分.....	76
3.3. 整合接線係数 (Algorithmic tangent modulus)	80
3.4. 有限要素解析による異方硬化挙動の実装と動作検証.....	81
3.4.1. Abaqus用サブルーチンUMATのコーディング.....	81
3.4.1. Abaqus用サブルーチンUMATの動作検証.....	81
3.5. 結言.....	86
参考文献.....	87

第4章 異方硬化挙動が有限要素解析精度に及ぼす影響

4.1. 背景.....	89
4.2. 大ひずみ二軸応力下での塑性変形挙動の測定.....	89
4.2.1. 単軸引張試験.....	90
4.2.2. 軸力-内圧型二軸バルジ試験機.....	91
4.2.3. 円管試験片.....	92
4.2.4. 二軸バルジ試験方法.....	92
4.2.5. 試験結果.....	93
4.3. 大ひずみ二軸引張試験結果を用いた異方硬化モデリング.....	99
4.3.1. 各 ϵ_0^p における異方性パラメータの同定.....	99
4.3.2. ϵ_0^p の増加に伴う異方硬化挙動の定式化.....	101
4.4. 張出し成形試験と異方硬化を考慮したFEM解析による実験検証.....	103
4.4.1. デジタル画像相関法による液圧バルジ成形時のひずみ分布測定.....	103
4.4.2. 等二軸応力状態の加工硬化特性の測定.....	105
4.4.3. 異方硬化を考慮したFEM解析による妥当性検証.....	105
4.5. 結言.....	110
参考文献.....	111

第5章 応力反転を伴う二軸応力下での弾塑性変形挙動の測定とモデル化

5.1. 背景.....	113
5.2. 応力反転を含む二軸応力状態における塑性変形挙動の測定.....	114
5.2.1. 小型単軸試験方法.....	115
5.2.1. 小型単軸試験結果.....	115
5.2.2. 二軸バルジ試験方法.....	117
5.2.3. 二軸バルジ試験結果.....	117
5.3. 材料モデリング.....	123
5.3.1. 比例負荷試験結果を用いた材料モデリング.....	123
5.3.2. 反転負荷試験結果を用いた材料モデリング.....	126

5.4. 予ひずみ付与後の二軸応力試験結果と各モデルの計算値の比較	128
5.4.1. 応力—ひずみ線図	128
5.4.2. 塑性ひずみ速度の発生方向	130
5.5. 結言	133
参考文献	134

第6章 結言

6.1. 本研究のまとめ	136
6.2. 今後の課題	137

付録 降伏関数

A. von Mises降伏関数	i
B. Hillの二次降伏関数	ii
B.1. r 値を用いた異方性係数の表現	iii
B.2. 応力値を用いた異方性係数の表現	iii
C. Yld2000-2d高次降伏関数	iv
参考文献	vi

本論文に関連する研究報告

学術論文	vii
国際会議論文	vii
講演論文	viii

第1章

緒言

1.1. 背景

近年の計算技術発達に伴い、金属材料の塑性加工技術検討のために有限要素解析（FEA）をはじめとした数値シミュレーションの活用が拡大している。FEAは、金属材料の一次加工および二次加工における製造工程設計および品質造り込み技術検討の両面で活用され、産業上非常に重要な技術となっている。とくに冷間加工工程は、製品の最終仕上げ工程となる場合が多く、形状精度や機械的性質などの最終製品の品質造り込みに数値シミュレーションを活用する観点から、その解析予測精度向上への要求がますます高まっている。すなわち、塑性加工解析により、加工後の部材形状や機械的性質を高精度に予測する必要があるが、そのためには、材料の弾塑性変形挙動を可能な限り忠実に再現できる材料モデル（構成式）の構築が必要である[1~4]。材料モデルが数値シミュレーションの解析精度に及ぼす影響に関しては、これまで数多くの研究がなされてきた。ただし、従来の研究で用いられている材料モデルの多くは、全工程において異方性が変化しないと仮定した等方硬化則と異方性降伏関数の組合せ、もしくは一軸応力状態におけるバウシニング効果のみを考慮した等方性降伏関数と移動硬化則の組合せに留まっている。

冷間加工においては、材料の機械特性は変形の履歴に応じて異方性を呈して変化するため、加工後の機械特性を正確に予測するためには、解析中における変形初期から大ひずみ域までの途中経過も含めた全工程を正確に再現する必要がある。しかし、実加工時に材料に加わる二軸応力状態や、応力の正負反転を伴う複雑な応力状態において、冷間加工に伴う非等方硬化現象の測定および材料モデリングならびに数値シミュレーションの解析精度に及ぼす影響に関しては、未だ解明されているとは言い難い。したがって、異方性発達の測定および材料モデリング手法の確立ならびに数値シミュレーション精度に及ぼす影響を解明して、二軸応力かつ、応力の正負反転を伴う複雑な応力状態における冷間加工シミュレーションの精度を向上することが切望されている。

1.2. 従来研究のレビュー

金属材料の異方性は、結晶構造や集合組織、変形による転位の蓄積などの微視的特性によって生じる。異方性の発生および発達メカニズムに関しては、結晶塑性解析など[5]によりその詳細が明らかになりつつあるが、計算コストやパラメータ同定の困難さなどの観点から、実製品の塑性加工技術検討に直接活用することは実用的ではない。そこで、材料の持つ変形特性を、巨視的な数式モデルとして有限要素解析をはじめとした数値シミュレーションに入力する手法が用いられる。このような塑性解析における材料の塑性変形特性のモデル化手法においては、降伏応力、すなわち、強度の異方性は異方性降伏関数で表現し、塑性ひずみ速度比、すなわち変形の異方性は塑

性ポテンシャル関数で表現する。さらに、加工硬化による塑性流動応力の変化などの、変形の進展に伴う機械特性の変化は硬化則で表現する[1~4]。

本章では、まず金属材料の異方性および応力反転時の変形特性を測定する試験方法に関する従来研究をまとめ、次に、FEAに適用することを前提とした現象論的な材料モデル化手法に関する従来研究をまとめた。

1.2.1. 任意の二軸応力を付与する試験法に関する研究

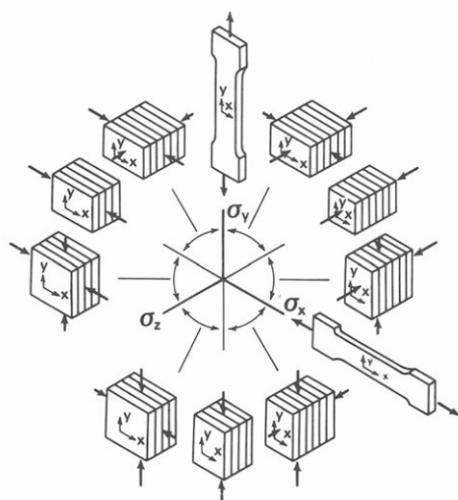
ブロック状試験片に対する二軸圧縮試験[6]、十字形試験片に対する二軸引張試験[7, 8]および管状試験片に対する軸力—内圧—ねじり複合試験[9]が、金属材料に任意の二軸応力を付与する代表的な実験方法である。

ブロック状試験片に対する二軸圧縮試験法では、試験片に任意の二軸圧縮変形を付与することで、試験片に様々な二軸圧縮応力を発生させるものである[6]。材料の塑性変形特性が静水圧応力に依存しないことを前提とすれば、主応力空間上の全ての応力状態における塑性変形挙動を測定可能である。薄板材を接着積層した試験片を使用することで、薄板材に対する実験を行うこともできる。ただし、この手法は試験片の準備に手間がかかり、工具と試験片間の摩擦の影響を受けるといった欠点がある。

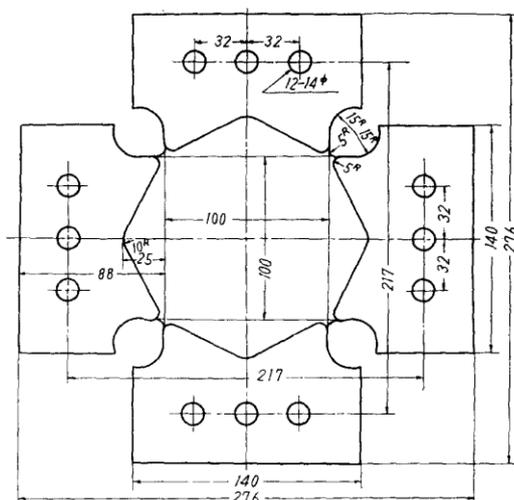
二軸引張試験は、板材から切り出した十字形の試験片の直行二軸方向に、それぞれ独立した引張荷重を付与することで、試験片の中央部に任意の二軸引張応力状態を発生させるものである。試験片に座屈が生じるため、応力空間の第一象限に対応する二軸引張応力しか付与することができないが、摩擦の影響や、静水圧応力の影響は生じない。これまで、種々の十字形の試験片形状が提案されている。例えば、板材を十字形に切りだし、チャック部に材料を積層したもの[7, 8]や、試験片中央部の応力測定部の肉厚を荷重伝達部である腕部の肉厚に対して減じたもの[10~12]、別部品をかしめて接続し、腕部としたもの[13]などである。これらの試験片は、試験片中央部に発生する二軸応力の算出が困難なことや、付与可能なひずみ量が小さいことなどの欠点がある。一方、腕部にスリットの入った十字形試験片[14]は、応力の算出誤差が2%以下であることがFEAによって示され[15, 16]二軸引張試験片としての応力測定精度が保証されており、ISO規格化もされている[17]。二軸引張試験装置に関してはHannon & Tiernan[18]に詳しく述べられているが、応力を付与するための対向するX軸、Y軸の2対のアクチュエータと、それらの変位を同期させるリンク機構[8]を用いる手法が使用される例が多い。リンク機構により、試験片に変形が付与されても、試験片中心座標位置が試験機中央に保持されるため、各軸のアクチュエータはそれぞれ独立して制御できる。本研究では、ISO規格に準拠しており応力の測定精度が保証されている、腕部にスリットの入った十字形試験片を用いた二軸引張試験を行い、板材の二軸引張状態における塑性変形特性を測定、評価した。

軸力—内圧—ねじり複合試験は、管材に軸力、内圧とねじりの内二種類以上を同時に付与することにより、管中央部に任意の多軸応力状態を付与させることができる。Taylor & Quinneyは、管材に軸力とねじりを同時に付与することにより、軟鋼などの引張—せん断組合せ作用時の降伏曲面がvon Misesの降伏関数で概ね表現可能なことを示した[9]。薄板材に対しては、材料を管状に成形した後突き合わせ溶接した円管試験片を使用し、軸力と内圧を同時に付与することで、円管試験片中央部に任意の二軸応力状態を発生させることができる二軸バルジ試験法も適用されている

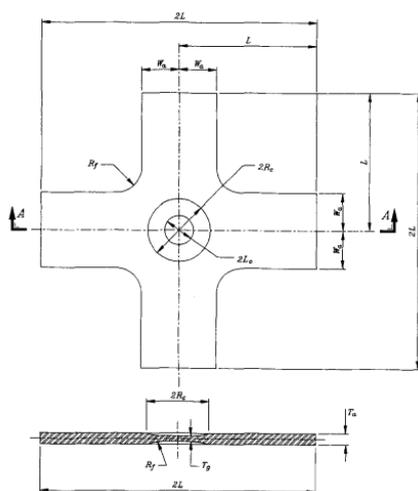
[19]. 二軸バルジ試験で用いる円管試験片には、二軸引張試験で用いる十字形試験片と異なり、試験片に形状が急変する箇所が存在しないため、より大ひずみ域までの試験が可能といった利点がある[20~22]. そこで、本研究では、大ひずみ域における塑性変形挙動の測定のために、薄板材および継目無管を供試材とした円管試験片に、軸力と内圧を組み合わせ付与することにより、応力空間における第一象限の応力状態での塑性変形特性を測定、評価した.



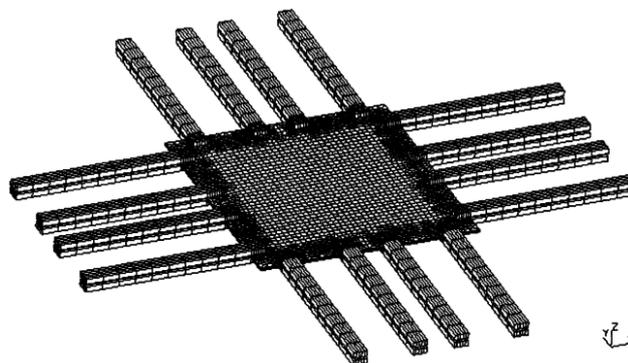
(a)



(b)



(c)



(d)

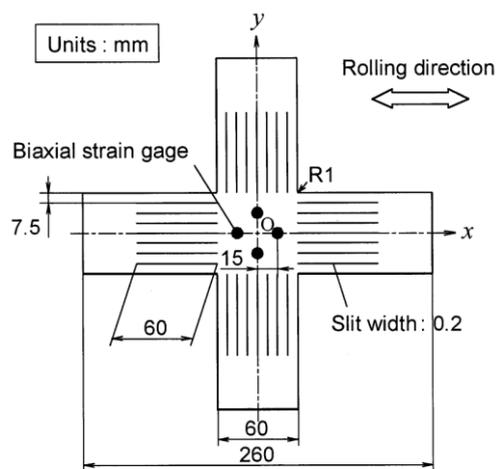


Fig. 1. 1 Schematic representation of specimens for biaxial stress state in the normal stress plane.

(a) Layered specimen for compression method[6] (Tozawa (1978)), (b) Cross-shaped specimen[8] (Shiratori and Ikegami (1968)), (c) Thinning specimen[11] (Makinde et. al. (1992)), (d) Cramping specimen[13] (Hoferlin et. al. (1998)), (e) Cross-shaped specimen with slits[14] (Kuwabara et. al. (1998))

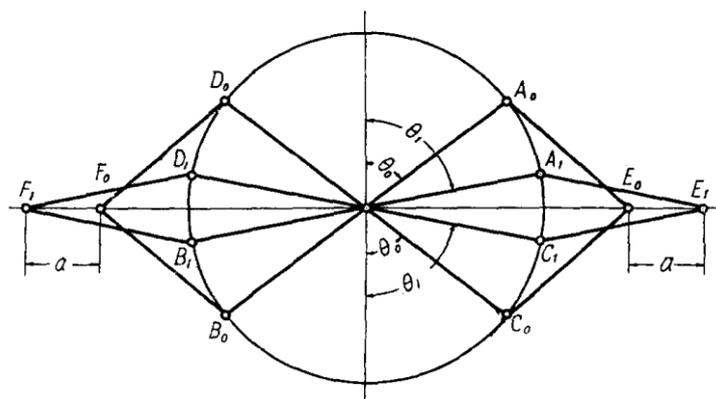


Fig. 1. 2 Schematic diagram of equal displacement mechanism[8] (Shiratori and Ikegami (1968))

1.2.2. 比例負荷状態における異方硬化挙動に関する研究

金属材料の降伏挙動を調査する研究は古くからなされているが、過去の研究の多くは材料が弾性変形状態から弾塑性変形状態へ切替る点である“初期降伏現象”を測定することを目的としている。“初期降伏現象”の定義は研究者によって様々であり[23]、その求め方は、弾性比例限界、塑性曲線の延長、塑性ひずみオフセット法、弾塑性変形時の接線勾配の比率や、下降伏点とする場合が多い。中には塑性仕事によって生じる材料の温度変化を検知して“降伏現象”とみなしている研究もある[24]。これらの測定値は測定器の分解能や、グラフの尺度などによっても左右される場合もあるうえ、場合によっては1つの試験片で複数の降伏点を測定し、その測定順序によって値が変化する場合などもあり[25]、真に客観的な指標とは言い難い。一方、金属材料の冷間加工において材料に付与されるひずみ量は、数～数十%程度と“初期降伏現象”で議論される範囲よりもかなり大きい。したがって、冷間加工における数値シミュレーション精度を向上させるためには、材料の変形中に生じる弾性/弾塑性の判定の重要性もさることながら、初期降伏後の材料が引き続き塑性変形しつづける際の“後続の降伏現象”を正確に測定し、モデリングすることが有効であると考えられる。

Hill & HutchinsonおよびHillらは、多軸応力状態下での後続の降伏現象を定量的に評価するために、試験片の単位体積に加わる塑性仕事に着目し、等塑性仕事点を算出した[26, 27]。塑性仕事は応力ひずみ線図を積分することで求まり[28]、材料を等方性とみなせば、塑性仕事はvon Misesの相当塑性ひずみと等価であるため、材料に付与された加工量を示す指標として客観的な指標になりうる。FEAで等方硬化則を使用する場合は、後続の降伏曲面はその瞬間の相当塑性ひずみに対応する等塑性仕事面と一致する。

比例負荷状態での連続的な塑性変形において、後続の降伏挙動が非等方的に発達する現象を異方硬化挙動 (Differential Work Hardening) と呼ぶ[26, 27]。異方硬化挙動は、二軸応力状態に限らず、単軸応力状態でも報告されている。例えば、集合組織の発達した薄板材料では、単軸引張試験において基準とする圧延方向に対して試験片を採取する方向を変化させると、活動すべり系に対しての応力の負荷方向が変化するため、全く異なる加工硬化特性を示すことが報告されている[29]。二軸引張状態においても、材料に付与される二軸応力比によって硬化挙動が異なる異方硬化挙動が測定されている[14, 19]。Hill & HutchinsonおよびHillらは、黄銅管試験片に軸力と内圧を加えることで二軸応力状態を発生させ、異方硬化挙動を評価した[26, 27]。Kuwabaraらは、種々の冷延鋼板について二軸引張試験を行い、二軸応力状態における異方硬化挙動に及ぼす r 値の影響を評価し、 r 値が大きい材料は等二軸引張応力状態—平面ひずみ引張状態間で、塑性仕事の増加に伴い等塑性仕事面が膨張する傾向があることを指摘した[30]。Yoshidaらはアルミニウム合金を供試材とする円管試験片に対し、軸力—内圧—ねじりを加えることにより、材料に二軸引張およびせん断応力状態を付与し、塑性仕事の増加に伴い等塑性仕事面の形状が変化することを示したうえで、さらに、結晶塑性解析も行い異方硬化挙動に及ぼす多軸応力状態の影響を調査した[31]。他にも、二軸応力状態での異方硬化挙動に関する研究は、冷延鋼板[14]、アルミニウム合金板[32]、純チタン板[19]など数多くの測定例がある。橋本らおよびKuwabaraらは、冷延高張力鋼板の伸びフランジ成形におけるFEA結果と実験結果の差異の原因を、異方硬化挙動の影響と考察している[33, 34]。これらの塑性変形挙動をFEAで再現するためには、異方硬化則を使用する必要がある[35]。しかし、

二軸応力試験に基づく異方硬化挙動のモデリングを行い、FEAでその挙動を再現し、大規模シミュレーションにおける解析精度に及ぼす影響を実験的に検証した例はない。

そこで、本研究では、降伏初期～大ひずみ域における異方硬化挙動を精密に測定およびモデル化し、張出し成形による実験検証を行いFEA解析精度に及ぼす異方硬化の影響を評価する。

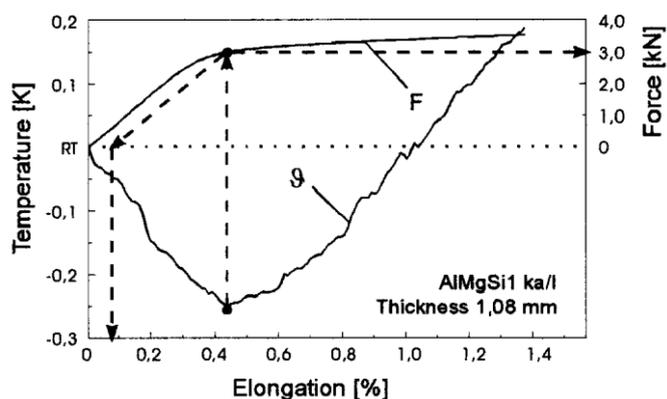


Fig. 1. 3 Determine method of yield stress focusing on temperature[24] (Müller and Pöhlandt (1996))

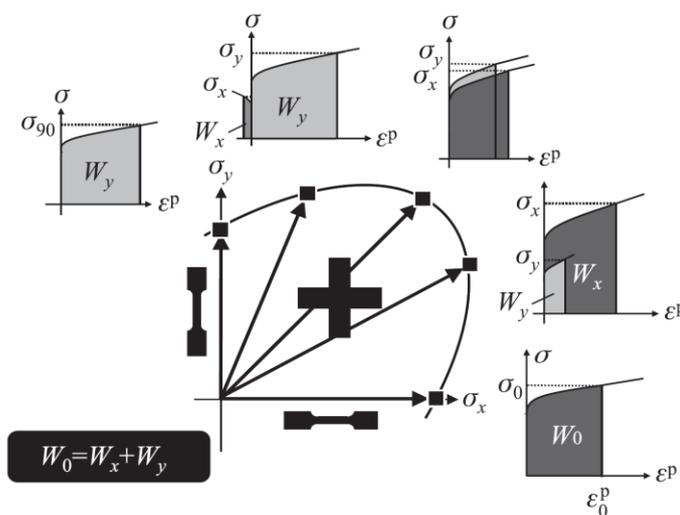


Fig. 1. 4 Measurement of plastic work contour on biaxial stress test[28] (桑原 (2014))

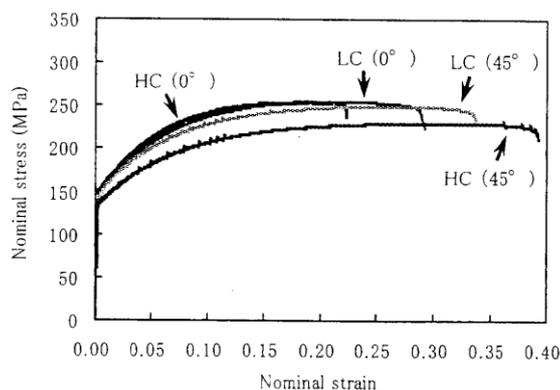


Fig. 1. 5 Plastic anisotropy under uniaxial stress state on crystallographic textured metal (浅野ら [29] (2007))

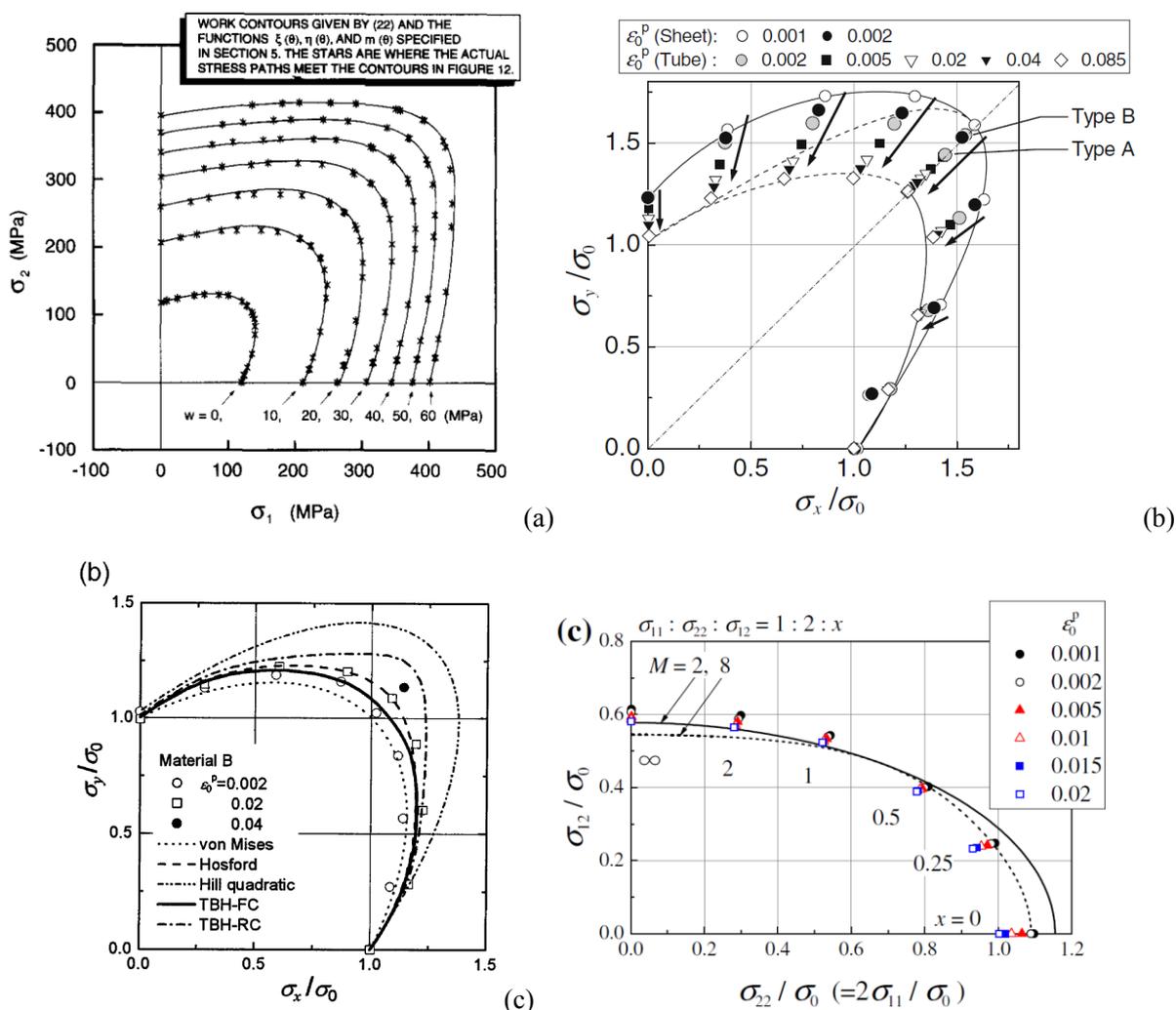


Fig. 1. 6 Differential hardening behaviors (a) Brass tube[27] (Hill et. al. (1994)), (b) Pure titanium sheet[19] (Ishiki et. al. (2011)), (c) Steel sheet[30] (Kuwabara et. al. (2002)), (d) Aluminum tube[31] (Yoshida et. al. (2014))

1.2.3. 応力経路が変化する場合の非等方硬化現象に関する研究

材料に予変形など付与した後、予変形と異なる応力経路などを付与し、応力経路が非線形的に変化した場合において、材料の塑性変形特性が非等方的に発達することに関しての研究は、数多く報告されている。その代表的な現象はバウシニング効果である。バウシニング効果は、単軸応力状態もしくはせん断応力状態で応力が単純に反転する場合については数多くの研究例があるが、本研究では、応力の正負が単純に逆転する場合以外の、多軸方向に応力経路は変化する場合の異方性発達に着目する。

斎藤は、銅、真鍮、アルミニウム板の焼鈍材を供試材として、圧延方向に第一負荷を、その後圧延方向に対して0, 22.5, 45, 67.5, 90°の方向に短冊状の試験片を切り出し、さらに第二負荷を与え応力経路変更試験を行い、第一負荷と第二負荷の方向が大きくずれている程、再降伏応力の低下が大きく表れることを実験的に確認した[36]。Schmittらは同様に、低炭素鋼板の圧延方向および圧延直角方向に単軸引張の予変形を加えた後の板材から、採取方向を変えつつ小形の引張試験片を切り出し、さらに単軸引張試験をする二段引張試験を行った[37]。さらに、Schmittらは後続の塑性変形挙動は第一負荷と第二負荷のひずみの関係 α で整理可能なことを確認した(式(1-1))。ここで、 $\alpha=1$ で同一方向への再負荷、 $\alpha=-1$ で応力の正負が逆転する、いわゆるバウシニング効果の発現する状態の負荷である。

$$\alpha = \frac{\mathbf{E}_p : \mathbf{E}}{(\mathbf{E}_p : \mathbf{E}_p)^{1/2} (\mathbf{E} : \mathbf{E})^{1/2}} \quad (1-1)$$

Naghdi & Rowleyはバルクのアルミニウム合金を管状に加工し、引張とせん断の複合応力が加わった状態の塑性変形特性を測定した[38]。Hu & Brattは、引張の予変形を加えたアルミニウム合金管に、軸力と内圧による二軸応力を付与して後続の降伏曲面の形状を測定し、予ひずみの直行方向は再降伏応力が低下することを測定した[39]。その他特記しないが、円管試験片に軸力—内圧—ねじりの内2種類以上を付与することにより、複合応力状態での予変形後の塑性変形挙動御測定した例は他にも多数[40~44]ある。

Miastkowski & Szczepińskiは、初期降伏挙動がvon Misesの降伏関数で表現可能な焼鈍された黄銅管に対して、様々な二軸引張の予変形を与えて、一旦除荷した後の塑性変形挙動を測定し、その再降伏曲面の形状が予負荷方向に尖った形状に変化することを実験的に示した[45]。Shiratori & Ikegamiは、板材における複合応力状態の塑性変形挙動を測定するために、黄銅板を用いて十字形試験片を作成し、二軸引張の予負荷を与えた後の降伏曲面を除荷せずに測定して、降伏曲面の形状が予負荷方向に尖った形状となることを実験的に示した[8]。Kuwabaraらは、サーボ制御の二軸引張試験機と十字形引張試験片を用いて、試験片に仕事が発生せずに塑性ひずみが発生するような引張荷重を付与することにより、除荷なしの後続降伏曲面を直接測定した[46]。その結果、除荷—負荷法で測定した後続降伏曲面と比較して尖りが明確に観察され、塑性ひずみ増分方向が降伏曲面の法線方向と一致しない、降伏曲面と塑性ポテンシャルの非関連性が確認された。

Williams & Svenssonは、軸力—ねじり試験機を使用して、純アルミニウム管に引張の予ひずみを付与した後、引張ねじりの複合応力を負荷して極低ひずみ域における後続の塑性変形挙動を調査した[47]。その結果、非常に小さいひずみ領域における後続の等ひずみ曲線は、予負荷の反対側が大きくつぶれたおにぎり形状であることを実験的に示した。このような実験結果は、他にも多数

報告されており、Ohashiらは、低炭素鋼管に引張の予ひずみを付与した後、引張ねじりの複合応力を負荷して4%までのひずみ域における後続の塑性変形挙動を測定し、Williams & Svenssonの実験結果と同様に、再降伏初期は予負荷の反対側が大きくつぶれたおにぎり形状であることを実験的に確認した[48]。これまでの研究では、精々1%程度の再降伏後ごく初期の応力値のみに焦点を当てた例が多いが、Ohashiらは、再降伏後のひずみが数%までの変形挙動と、ひずみ増分方向の変化にも着眼している。吉田らおよびShiratoriらは、このような予負荷の反対側が潰れたようなおにぎり形状に変化する挙動は、降伏曲面の移動、回転および形状変形を考慮した異方硬化形ポテンシャルにより精度よく表現されることを示した[49~51]。その他1975年ごろまでの研究は、池上によるレビューに詳細にまとめられている[23, 52]。

Heckerは、純アルミニウムと無酸素銅の管状の試験片を作成し、軸力-内圧型試験機により二軸引張試験を行ない、予変形を与えた材料の数 $\mu\epsilon$ 程度のごく微小なひずみ領域における再降伏挙動とひずみ増分を測定して、再降伏時の塑性ひずみ増分方向が降伏曲面の法線方向に生じていない場合もあることを確認した[53]。さらに、等方硬化と移動硬化による降伏曲面の計算値と、実験結果を比較し、どちらの計算値とも実験結果は一致しないことを確認した。この原因は、予変形により発達した異方性を表現するためには、降伏曲面の回転と移動、変形を組み合わせる必要があるためだと考察している。さらにHeckerは、2%以下のひずみ領域における応力-ひずみ線図に及ぼす予ひずみの影響を調査し、第二負荷のひずみ量が0.2%以上となると、予変形方向の影響がほぼ消失し、相当塑性ひずみで予変形の影響は整理できると考察した[54]。

Wangらは、単軸の予引張変形が加わったアルミニウム合金板に対して、十字形試験片を作成し、二軸引張試験を行った[55]。その結果、後続の0.2%等ひずみ面は、比例負荷時の変形挙動を再現可能な降伏関数と、複合硬化則の組合せによる計算値と良い一致を示すことを確認した。上森らは、十字形試験片を使用して、高張力鋼板に対して等二軸引張の予変形を加えた後の後続の0.3%等ひずみ面を測定し、その形状は移動硬化則による計算値と良い一致を示すことを確認した[56]。

以上のように、応力経路が変化する場合の異方性発達に関しては、様々な研究がなされているが、その大半は再降伏のみに着目しているため、第二負荷で加えられるひずみ量は精々数%程度であり、実加工中に材料に加わるひずみ量に比して、極めて低いひずみ域での議論に留まっている。さらに、材料モデルとの比較においては、降伏曲面の中心座標が移動することで降伏応力の変化を表現する移動硬化則が用いられる場合が多いものの、移動した降伏曲面を塑性ポテンシャルみなして関連流れ則を適用する妥当性に関して研究した例はほとんどない。

そこで、本研究では、継目無鋼管を供試材として、予変形が付与された材料の二軸引張状態での再降伏初期～大ひずみ域における塑性変形挙動を精密に測定し、移動硬化則をはじめとした種々の材料モデルによるその挙動の再現可否を検証する。

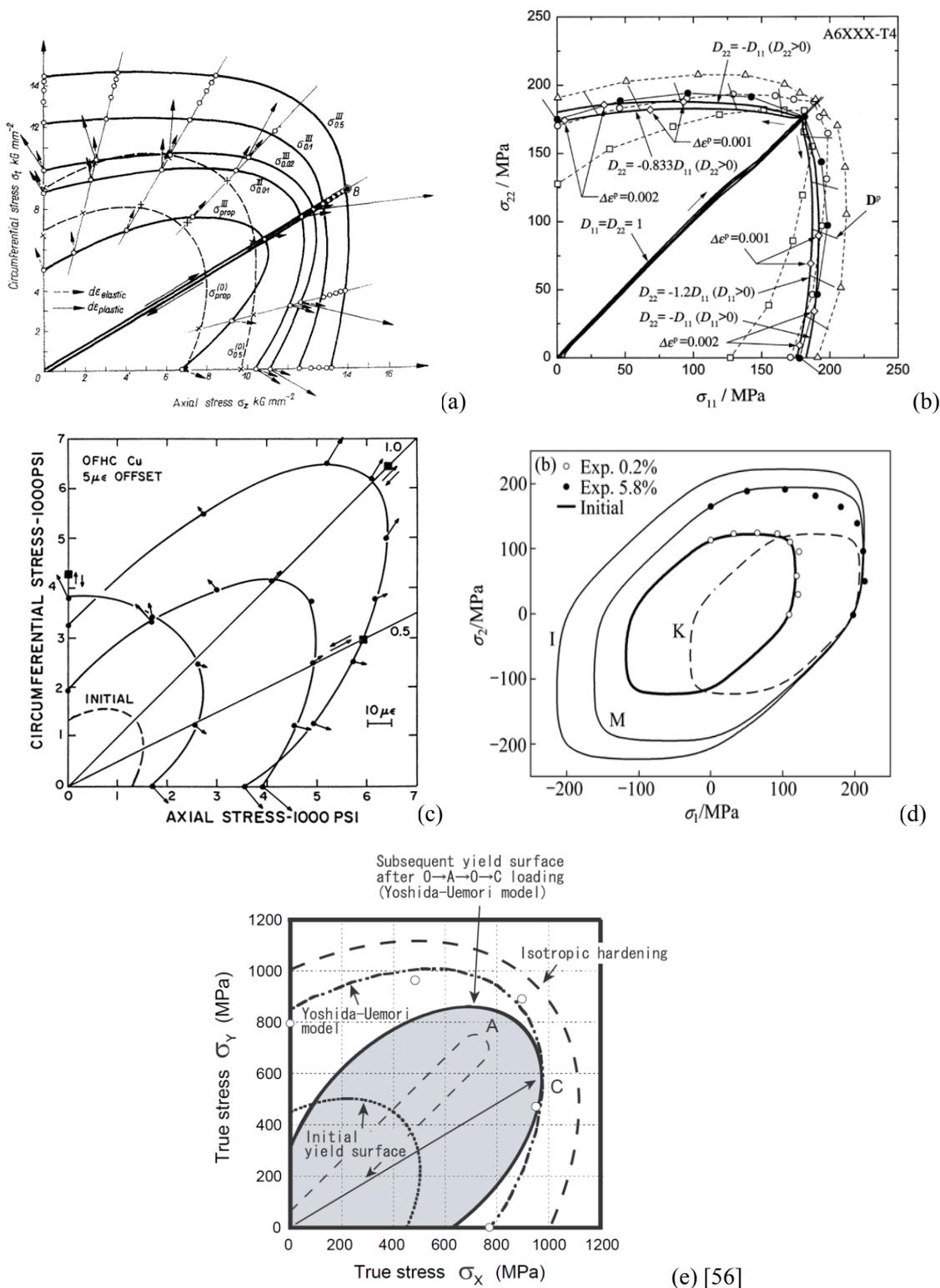


Fig. 1. 7 Measurement of reloading yield surfaces (a) Biaxial stress to biaxial stress with unloading [45] (Miastkowski and Szczepiński (1965)), (b) Biaxial stress to biaxial stress without unloading [46] (Kuwabara et. al. (2000)), (c) Biaxial stress to biaxial stress with unloading [53] (Hecker (1971)), (d) Uniaxial stress to biaxial stress with unloading [55] (Wang et. al. (2009)), (e) Equibiaxial stress to biaxial stress with unloading [56] (上森ら (2009))

1.2.4. 異方性降伏関数のモデル化に関する研究

金属材料を対象とした基本的な降伏関数は、最大せん断応力説に基づくTrescaの等方性降伏関数およびせん断ひずみエネルギー説に基づくvon Misesの等方性降伏関数である[57]。異方性降伏関数の多くは、von Misesの等方性降伏関数を基本として、降伏関数に異方性パラメータを導入することにより材料の異方性を表現する。現在提案されている降伏関数は、以下の3タイプに大別される。

- i. 高次多項式型
- ii. 線形変換型
- iii. 曲線補完型

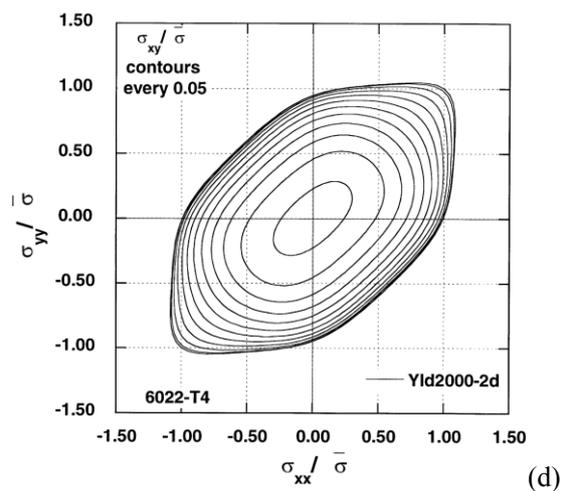
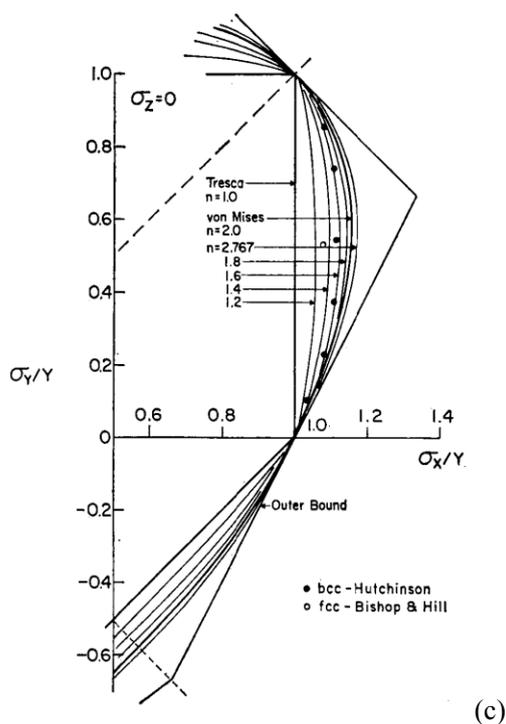
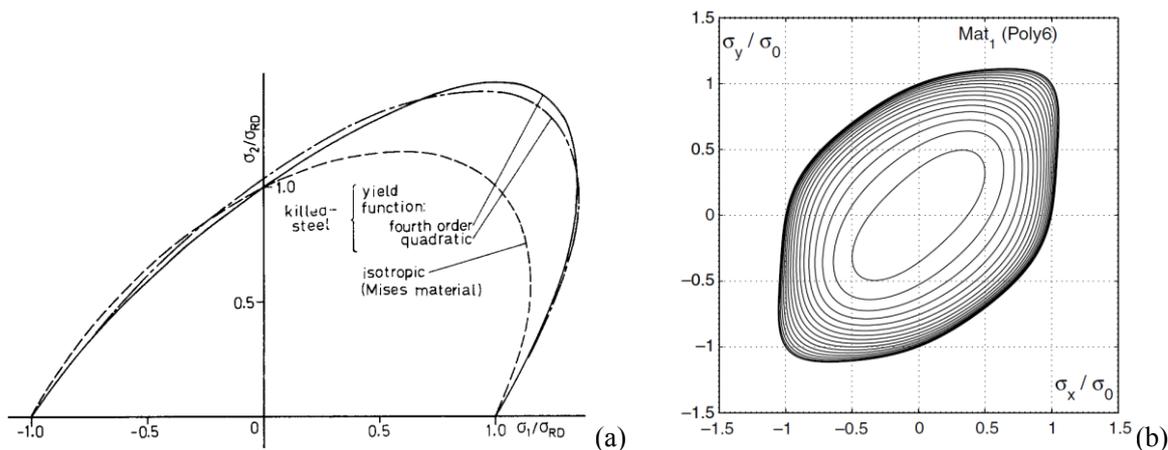
高次多項式型の降伏関数として最も基本的な形はHillの2次降伏関数であり[58]、相当応力の定義式が、応力成分を引数とした多項式からなる。Hill自身によりさらに改良したモデルや[59~61]、Gotohによる応力成分の4次関数[62, 63]、Soareら[64]、Yoshidaら[65]による6次関数などが提案されている。高次多項式型の利点として、連立方程式を解くことにより異方性パラメータが陽的に求まる場合もある点、式展開やプログラミングが容易な点が挙げられるが、一般に関数の次数が2次を超える場合は降伏曲面の凸性が式の上では保証されないため、パラメータを同定する上の工夫や、Hessianマトリクスを用いた確認が必要となる[66]。また、降伏関数の高次化にしたがって応力成分の組合せが飛躍的に増加し、ユーザーが決定すべきパラメータ数およびそれに付随する材料試験の数が非常に多くなるという欠点もある。実際に、平面応力状態を仮定した場合においても、Hillの2次降伏関数で3個、Gotohの4次関数で9個、Yoshidaらの6次関数では16個、Soareらの8次関数では25個もの異方性パラメータを決定する必要がある。

線形変換型の降伏関数は、Hersheyの提案した応力成分の差を n 乗するというアイデアを発展させた n 乗降伏関数である[67, 68]。降伏関数の次数は、Hosford, Loganらによりb.c.c.では6次、f.c.c.では8次が結晶塑性解析の結果をよく再現しうることが示された[69, 70]。Hosfordの降伏関数では、主応力成分の差を n 乗した後に異方性係数を作用させて、材料の異方性を表現したが、そのままではせん断応力成分を含む場合の計算ができない欠点があった[71]。そこで、異方性テンソルにより線形変換された応力成分の主値を用いることで、せん断応力成分も含めた計算が可能となることがBalartらおよびBanabicらによって示された[72~74]。線形変換型の利点は、降伏曲面の凸性が保証されており、関数の次数に自由度があることが挙げられる。一方、異方性パラメータを求める際に収束計算が必要となる場合もあり、パラメータ同定が煩雑となる欠点もある。さらに、薄手材を対象として開発された線形変換型の降伏関数は、応力状態を平面応力状態に限定している場合もある[72, 74]。その場合、肉厚方向応力を無視し得ない問題には適用できない。

曲線補完型の降伏関数は、多くの実験点をベジェ曲線などで接続するモデルで[75]、実験結果の再現性といった観点からは非常に自由度が高いが、材料応答を高精度に表現するためには数多くの実験が必要となる上に、凸性も保障されていないため、使用時にはパラメータ設定上の注意が必要である[76]。

以上の材料挙動を正確に表現しうる適切な降伏関数を利用することで、板の深絞り[77]、伸びフランジ成形[34]、張出し成形[78]、UO管の座屈解析[79]など種々の成形解析精度が向上する結果が得られている。異方性降伏関数を活用した解析対象を分類すると、板材が圧倒的に多く、バルク

材や棒線，管材を対象とした例は少ない．これは，塑性異方性が問題となる頻度の差とみることもできるが，応力状態の違いによる計算の難度の差も大きいと考えられる．すなわち，板材は平面応力状態とみなすことで，計算および材料モデルを大幅に簡略化できるが，棒線や管材を対象とする場合は，肉厚外径比に応じて肉厚方向応力の影響を無視できなくなる．それに伴い材料モデルも複雑化するため，パラメータ同定やFEAプログラムへの組み込みなど，異方性降伏関数を適用したFEAを実行する難度は高くなる．



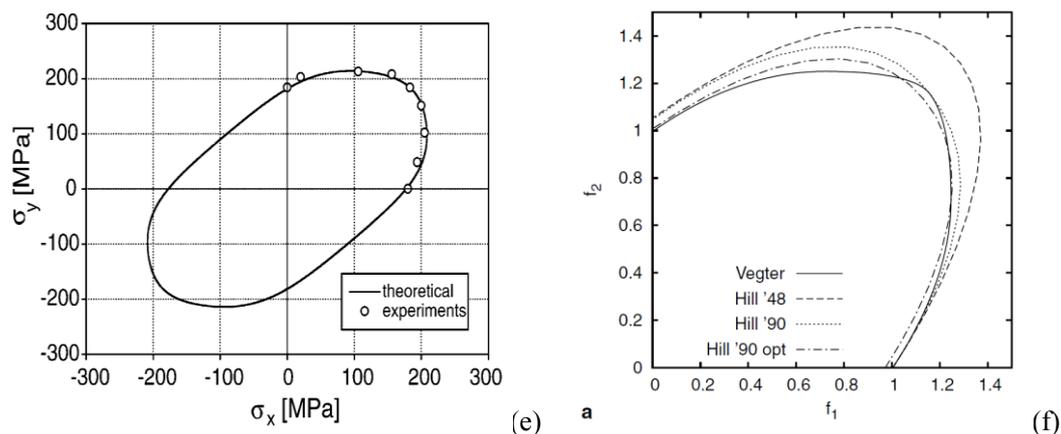


Fig. 1. 8 Theoretical yield loci (a) Biquadratic yield function [63] (Gotoh (1977)), (b) 6th order [64] (Soare et. al. (2008)), (c) Non-quadratic [68] (Hosford (1972)), (d) Higher-order [72] (Barlat et. al. (2003)), (e) Higher-order [74] (Banabic et. al. (2005)), (f) Bézier curve [75] (Vegter and Boogaard (2006))

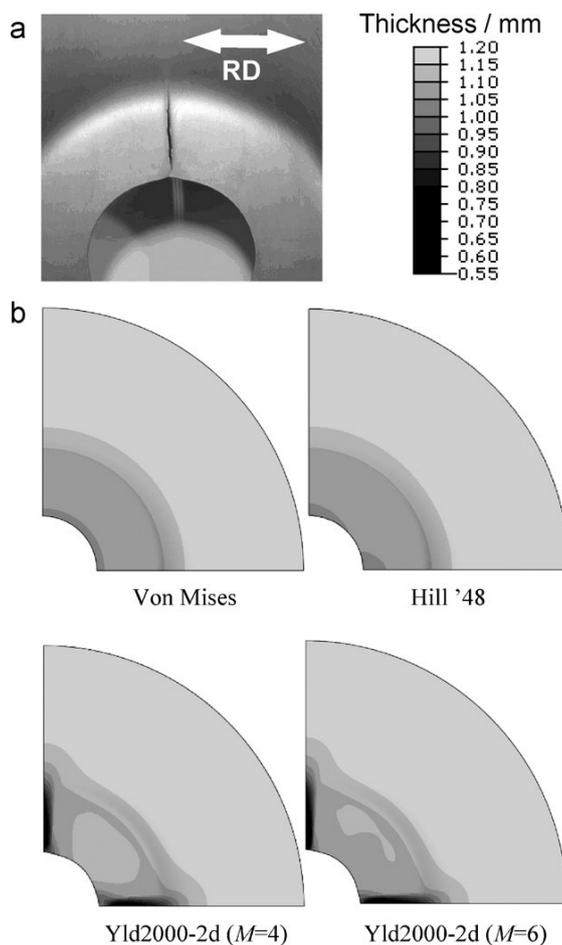


Fig. 1. 9 Effect of anisotropic yield functions on the accuracy of hole expansion simulations [34] (Kuwabara et. al. (2011))

1.2.5. 流れ則のモデル化に関する研究

金属材料を対象とした流れ則は、剛塑性体を仮定したLevy- Misesの構成式および弾性Hook則を組み入れることで弾塑性体に拡張したPrandtl- Reussの構成式が提唱されて以来、当然のように関連流れ則が用いられる場合が多い。関連流れ則を用いることの物理的な意味は、偏差応力と塑性ひずみ増分が共軸性を持ち、応力サイクルにおける最大塑性仕事の原理という形でDruckerにより示された[80]。

関連流れ則を仮定して、降伏関数の異方性パラメータの同定の際に、材料試験で求めた変形の異方性（ひずみ増分； r 値など）を活用することは一般的に行われており、強度の異方性と変形の異方性を同時に表現しうる、高い表現力をもった降伏関数を用いることで、関連流れ則においても実材料の変形挙動を再現する試みも多数行われている[1, 4]。

非関連流れ則は、降伏関数と塑性ポテンシャルを関連付けず、塑性ポテンシャルの役割のみを担う関数を新たに定義する流れ則である。非関連流れ則を適用することによる変形経路が急変した際の尖り点の表現や[81]、強度異方性と変形異方性を分離したモデル化について[82]、近年活発な研究が行われている[83~85]。ただし、新たに塑性ポテンシャル関数を定義するためにパラメータ数が増加する欠点や、結晶塑性理論に基づく考察[86]ならびに種々の実験結果から関連流れ則の仮定が妥当とされるといった報告もあるが[4]、これらの検証の多くは単軸応力状態かつ、単調負荷状態で議論されており、今後は二軸応力下、かつ非比例変形状態での塑性変形挙動の測定ならびにモデル化の妥当性検証が望まれる。

1.2.6. 硬化則のモデル化に関する研究

金属材料の硬化挙動を現象論的に表現する硬化則として、以下の3種類が挙げられる。

- i. 等方硬化則
- ii. 移動硬化則（複合硬化則）
- iii. 異方硬化則

ここではそれぞれのタイプ別に分類しレビューを行う。

等方硬化則は、塑性ひずみ増分と応力テンソル増分より算出される塑性仕事増分と、相当応力増分—相当ひずみ増分のスカラー関係より求まる塑性仕事増分が共役関係であり、材料の硬化を等方的に表現する硬化則である。等方硬化を応力平面上で図示すると、降伏曲面の中心は原点に留まり、後続の降伏曲面は等方的に膨張するように表現される。通常のFEAにおいて入力パラメータとされる材料固有の硬化関数は、等方硬化則における相当応力—相当ひずみ関係を決定している。線形硬化則、 n 乗硬化則、Swift、Voce、Ludwikモデルなどの種々の硬化関数が提案されている。

移動硬化則は、応力反転時の再降伏応力の軟化挙動、すなわちバウシニング効果を表現する硬化則としてPragerによって提案された[87, 88]。移動硬化を応力平面上で図示すると、降伏曲面の大きさは変化せずに、その中心が応力平面上を移動することにより材料の硬化を表現する。降伏曲面の中心座標を背応力（Back Stress）と呼び、背応力の発展則には以下に示すような様々なモデルが提案されている。

Pragerが提案した線形移動硬化則は、背応力が塑性ひずみ増分に比例して増加するが、その比例係数が一定であるためひずみの増加に伴う硬化率の変化を表現できない[87, 88]。ZieglerはPragerの線形移動硬化モデルを一般化し、角点を有する降伏関数にも適用できるように修正したが[89]、Pragerのモデルと同様に硬化率の変化は表現できず、実材料のように非線形的に硬化する場合の再現精度は低い。

実材料が示す非線形的な硬化を表現するために、Armstrong & Frederickは、ひずみの増加に伴い背応力増分が徐々に漸減する非線形移動硬化則を提案した[90]。また、Mrózは硬化率の変化を表現するために、硬化率がひずみ区間に応じて変化する多曲面モデルを提案した[91, 92]。Armstrong & Frederickの非線形移動硬化モデルでは、背応力を決定するパラメータを背応力の収束値および背応力の収束速度の2つで決定しているため、ひずみ増分に対する背応力の変化の自由度が低く、再降伏直後の急速な硬化（遷移硬化領域）およびその後の安定的な硬化（安定硬化領域）の双方を同時に再現することはできない。また、Mrózの多曲面モデルは線形硬化の集合であるため、応力—ひずみ応答が直線的に折れ曲がるため滑らかでなく、さらに曲面の数に応じてパラメータ数が増加する。

遷移硬化領域と安定硬化領域双方の再現精度を高めるために、Kriegは多曲面モデルの特別な形として、降伏曲面（負荷面）およびその移動範囲を制限する限界曲面の二つの曲面を組み合わせた二曲面モデルを提案した[93]。Kriegの二曲面モデルにおける背応力の発展則は、Armstrong & Frederickの非線形硬化モデルを採用している。Chaboche & Rousselierは、Armstrong & Frederickの非線形硬化モデルを発展させ、背応力を複数の部分背応力の線形和で表現した[94, 95]。Kriegおよ

びChaboche & Rousselierのモデルは、硬化の累積を表現するために、降伏曲面の移動硬化のみならず等方硬化（降伏曲面の膨張）も同時に発生するとした複合硬化則を提案した。

Yoshida & Uemoriは二曲面モデルを発展させ、応力反転後に度々観察される硬化率が非常に小さくなる挙動（非硬化領域）を表現するために、応力空間上に等方硬化を休止する領域を設けたモデルを提案した[96, 97]。同様に硬化休止領域をひずみ空間上で定義したモデルもOhnoによって提案されている[98]。Yoshida & Uemoriの二曲面モデルは、背応力の発展則に修正したArmstrong & Frederickの非線形硬化モデルを用い、限界曲面の移動と膨張を組み合わせることにより、先進的な移動硬化則としては比較的少ない7つのパラメータで遷移硬化領域から非硬化領域、安定硬化領域までの材料応答を高精度に再現しうるとし、板材のスプリングバック解析の高精度化を実現した[99]。

いくつかのFEAソルバーにはChaboche & Rousselierの複合硬化モデルや、Yoshida & Uemoriの二曲面モデルが実装されており、パラメータの同定さえ行えば煩雑な手続きを経ることなくユーザーはバウシング効果を高精度に再現しうる材料モデルを利用した計算を行うことができる。

これらの移動硬化則は、あくまで現象論的にバウシング効果を表現するため、便宜的に降伏曲面の移動という枠組みで材料の変形挙動をモデル化しており、物理的根拠（微視的視点）から構築されたわけではないため、モデル化およびパラメータの妥当性を実験により検証する必要がある。特に、単調な応力の反転以外の負荷経路、すなわち二軸応力状態が変化した場合の移動硬化の妥当性に関しては、ほとんど調査されていない。

異方硬化則は、材料の変形の進展に伴い、降伏曲面の形状自体が変化する硬化則である[35]。圧延板材を例にとると、単純な単軸引張試験を行っても圧延方向、圧延直角方向、圧延45°方向の硬化率が異なる場合がある[29]。このように、材料に加わる応力状態や方向によって硬化率（降伏曲面の膨張率）が異なる挙動を異方硬化と呼ぶ。結晶塑性解析[100~102]ならびに単結晶の引張試験や[103]、二軸引張状態[14, 19, 30]においても異方硬化は測定されている。FEAで異方硬化を表現するためには、降伏曲面の形状が変化するモデル化が必要である。

Hill & HutchinsonおよびHillらは、黄銅管の異方硬化を表現するために、二次元応力平面上において二軸応力比に応じて指数硬化則の硬化率を変化させるモデル化を行った[26, 27]。ただし、このモデル化では、異方硬化した降伏曲面の凸性が保証されず、また、せん断応力の計算ができないといった欠点がある。

そこでXu & Weinmannは、凸性が保証されたHillの降伏関数[61]における異方性パラメータを、相当塑性ひずみの関数とすることにより、降伏曲面の凸性が保たれる形で異方硬化をモデル化し、M-K解析[105, 106]により二軸引張状態での塑性不安定に及ぼす異方硬化の影響を調査した[104]。ただし、異方硬化を表現する際にベースとしたHillの降伏関数ではせん断応力を計算できないため、FEAにこのモデルを適用することはできない。

Plunkettらは、引張-圧縮の非対称性を表現できるCazacuら[108]の降伏関数における異方性パラメータを、相当塑性ひずみの関数とすることでh.c.p.の双相変態に起因する硬化率の応力状態依存性をモデル化した[107]。さらに、このモデルをFEAに組み込み、梁の4点曲げ形状の予測精度を向上させた。FEAに組み込むことを前提として、降伏関数の異方性パラメータを相当塑性ひずみの関数とする手法は、他にもHu[109]（Huの4次関数[110]）やAretzら[111]（Barlatらの高次降伏関数

[72]) により提案されている。しかしこれらの研究では、計算された後続降伏曲面が、任意の二軸応力状態における材料の塑性変形挙動を再現しているかの実験的な検証はなされていない。

Wangらは、任意の二軸引張応力状態を付与できる二軸応力試験を行い、等塑性仕事面と後続降伏曲面を比較することにより、異方硬化を考慮することで、二軸応力状態における材料の変形挙動を高精度に再現可能とした[112]。ただし、元々必要とされる異方性パラメータ数の多いBarlatらの高次降伏関数[72]を用いて、さらに異方硬化を表現するため合計88個もの異方硬化パラメータを要する。このように、異方性パラメータの発展を計算する異方硬化モデルでは、ベースとなる降伏関数が複雑だと、パラメータ同定およびFEAへの組み込みが非常に煩雑となる。

Stoughton & Yoonは、Hillの2次降伏関数[58]を用いて異方硬化を表現するために、実験で測定された応力-ひずみ関係の近似式を、直接異方性パラメータとして用いる手法を提案した[113]。このモデル化により、単軸引張状態の応力-ひずみ関係の測定および近似式の作成のみで異方硬化モデルとして扱える。ただし、本手法の適用可能なモデルは異方性パラメータが陽的に決定可能な降伏関数に限られる。

Yoshidaらは、異方硬化則を表現するベースの降伏関数にパラメータ数の多いモデルを採用した際に、合計のパラメータ数が大幅に増加してしまう問題に対して、降伏初期と大ひずみ域の大小2水準の相当塑性ひずみレベルで異方性パラメータを求めておき、そのひずみ域間での降伏関数を重みづけ結合で表現する手法を提案した[114]。このモデル化により、異方硬化に伴う各々の異方性パラメータの発展をモデル化する必要が省け、決定すべきパラメータ数を大幅に削減可能とした。

以上の異方硬化モデルは、加工の途中で材料に加わる変形状態が変化しないことを前提として、比例変形状態に限定した異方性の発達を表現するために、異方性パラメータの引数として相当塑性ひずみという1つのパラメータのみを用いる。したがって、金属材料の実加工プロセスで加わるような、応力経路が3次的に様々に変化する場合における異方硬化挙動を再現することはできない。そこで、非比例変形に伴う異方性発達を表現するための新しい枠組みとして、Barlatらによる同次関数型の異方硬化則が提案された[115]。このモデルでは、現負荷方向に発達し負荷履歴を表現するテンソル $\hat{\mathbf{h}}$ と偏差応力 $\hat{\mathbf{s}}$ の縮約 $\hat{\mathbf{s}}:\hat{\mathbf{h}}$ の符号に応じて降伏曲面の形状が変化する。すなわち、 $\hat{\mathbf{s}}:\hat{\mathbf{h}} \geq 0$ で応力の正負が逆転しない状態の異方性発達を、 $\hat{\mathbf{s}}:\hat{\mathbf{h}} < 0$ で応力反転時の異方性発達（バウシニング効果）を分離して表現することを可能とした。このアイデアは、Schmittら[37]の考察を発展させたものと言える。本モデルはさらに開発が続けられ、交差効果などの表現精度が高められている[116, 117]。

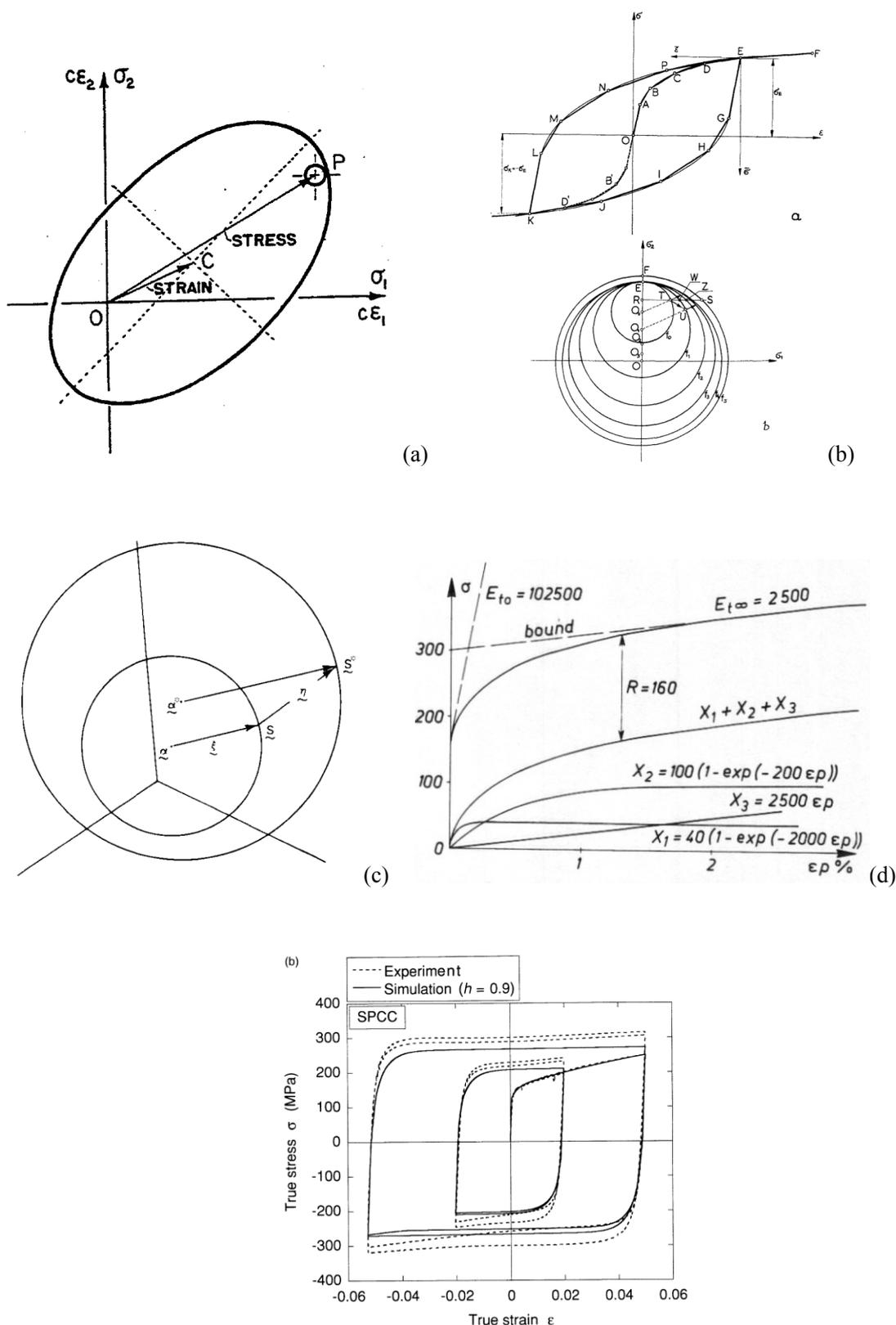


Fig. 1. 10 Kinematic hardening models (a) Liner kinematic hardening [88] (Prager (1956)), (b) Multi surface model [91] (Mróz (1967)), (c) Two surface model [93] (Krieg (1975)), (d) Combined hardening model [94] (Chaboche and Rousselier (1983)), (e) Hardening stagnation model [97] (Yoshida and Uemori (2002))

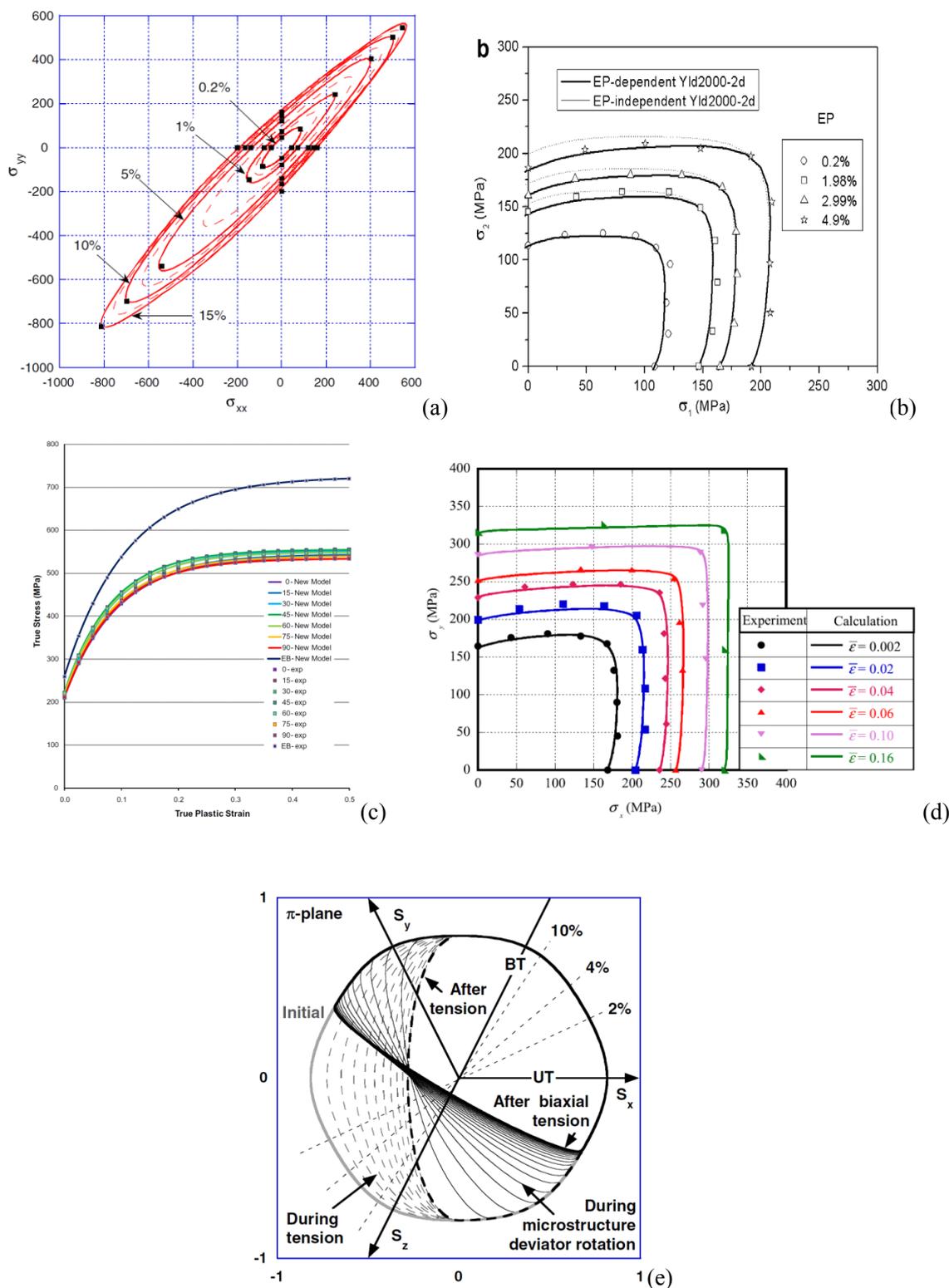


Fig. 1.11 Differential hardening models (a) Tension/Compression asymmetry model [107] (Plunkett et. al. (2006)), (b) Equivalent strain dependent model [112] (Wang et. al.(2009)), (c) Non associated flow rule model [113] (Stoughton and Yoon (2009)), (d) Weighted linear combination model [114] (Yoshida et. al. (2015)), (e) Homogeneous anisotropic hardening model [115] (Barlat et. al. (2011))

1.3. 研究目的

本研究では、金属材料が多軸応力状態下で様々な変形履歴をたどる際の硬化特性の差異、すなわち金属材料の非等方硬化現象を正確に測定し、それにより得られた材料の弾塑性変形挙動のモデリング手法の提案、ならびに同定した材料モデルが数値シミュレーション精度に及ぼす影響を調査することを目的とする。

はじめに、金属材料のマイクロ組織の差異に起因する、材料の加工硬化特性および二軸応力下での塑性変形特性の違いを現象論マクロモデルで表現し、さらにFEAを使用した成形シミュレーション精度に及ぼす影響を調査して、FEA精度の向上に資する現象論マクロモデルの有用性を検証する。現象論モデルである異方性降伏関数が成形シミュレーション精度に及ぼす影響に関しては、アルミニウム合金板の深絞り成形[77]、BH鋼板の面ひずみ[118]、高張力鋼板の穴広げ[33, 34]などによる報告があるが、マイクロ組織の差異が二軸応力状態の変形挙動に及ぼす影響についての研究はなされていない。二軸応力下での塑性変形特性に及ぼす集合組織の影響に関しては、f.c.c. 結晶格子における結晶塑性解析による数値シミュレーション[100]もあるが、仮想材料における数値実験であり、実材料を用いた実験検証はなされていない。そこで本研究では、化学組成が同一で集合組織が異なるがゆえに、異方性や加工硬化特性といったマクロ変形挙動が異なる2種類のアルミニウム合金板を用いて、十字形引張試験片を用いた二軸引張試験を行い、二軸応力状態における塑性変形挙動を測定し、各種加工硬化則および異方性降伏関数を用いた材料モデリングを行い、集合組織といったマイクロ組織の差異を、実際の二軸引張試験結果に基づいた現象論マクロモデルで表現する。その後、張出し成形による実験検証により、マイクロ組織の差異に起因する加工硬化特性および異方性の違いが、FEA精度に及ぼす影響を明らかとし、塑性変形挙動のモデル化における現象論マクロモデルの有用性を検討する。

次に、材料に比例負荷が加えられる状態での非等方硬化現象（異方硬化挙動）に関して検討する。異方硬化挙動に関しては、アルミニウム合金板[119, 120]、IF鋼板[14]、高張力鋼板[33, 34]に対して、十字形試験片を使用した二軸引張試験による異方硬化挙動の測定および材料モデリングが行われている。さらに、黄銅管[26, 27]、純チタン板[19]、IF鋼板[20, 21]、高張力鋼板[121]に対して、円管試験片を使用した二軸バルジ試験による10%を超える大ひずみ域における異方硬化挙動の測定が行われている。一般に、降伏関数は、von Misesの2次降伏関数[57]、Gotohの4次降伏関数[62]などと呼称されるように、降伏関数の次数を一定値とし、その他の異方性パラメータを変化させることで、材料の塑性異方性を再現している。しかし、アルミニウム合金板の研究例[32, 119]では、加工硬化の進展に伴い等塑性仕事面の形状がvon Misesの降伏曲面[57]から、Trescaの降伏曲面やHosfordの降伏曲面[70]に近づくような、降伏関数の次数までもが変化するような異方硬化挙動が測定されている。異方硬化挙動がFEA精度に及ぼす影響に関する研究では、アルミニウム合金板の張出し成形時に温度が変化した場合割れ箇所の予測や[121~124]、単純な4点曲げ形状を評価した研究[107]があるが、異方性降伏関数の次数までもが変化する異方硬化のモデル化を行い、大規模FEAでその影響を評価した報告はない。そこで本研究では、二軸引張試験および二軸バルジ試験を用いて、アルミニウム合金板の比例負荷状態における低ひずみ域～大ひずみ域における異方硬化挙動を実験的に明らかにする。さらに、その降伏関数の次数変化も含めた異方硬化挙動の高精度なモデリングを行い、異方硬化挙動がFEA精度に及ぼす影響を評価する。

さらに、バウシング効果に代表される、材料に加えられる二軸応力状態が変化する場合の非等方硬化現象を評価する。材料に加えられる二軸応力状態を非比例的に変化させる試験法としては、管材を使用した複合応力試験について数多くの報告（例えば[48, 49]など）がある。しかし、その多くは引張—ねじり組合せ試験法による測定結果であり、材料の実製造時に加わる応力状態とは異なる。他にも、引張—内圧組合せ試験として、管材中央部に二軸応力を発生させた研究（例えば[45, 53]など）もあるが、その多くは再降伏現象のみに着目しており、負荷経路変更後に10%を超える大ひずみを付与する研究はなされていない。さらに、複雑変形時の弾塑性変形挙動を現象論的なマクロモデルで表現する研究に関しては、材料に加えられた負荷経路に応じて場合分けするようなモデル化[43, 51]、などがなされているが、特定の負荷経路に関してのみ適用可能であり、FEAに適用することは困難である。バウシング効果をモデル化した研究として、移動硬化則をはじめとした様々な材料モデル（例えば[90, 91, 94, 99]）も提案されているが、材料モデルの妥当性検証が単軸応力状態もしくはせん断応力状態でのみ行われているに留まり、二軸応力状態が変化する複雑変形時の弾塑性変形挙動を再現するか否かの検討はなされていない。そこで本研究では、管材の実製造工程を模して、管材に予変形を付与した後に軸力—内圧を負荷する二軸バルジ試験を行い、材料に加えられる応力経路が複雑に変化した場合の弾塑性変形挙動を実験的に明らかにする。さらに、測定された複雑変形時の弾塑性変形挙動と移動硬化則をはじめとした各種材料構成則による計算結果を比較して、その再現精度を評価する。

最後に、金属材料の様々な変形状態における非等方硬化現象について総括し、冷間塑性加工プロセス技術検討の高精度化に資する適正な材料モデルの適用指針を示す。

1.4. 本論文の構成

第1章「緒言」では、本研究の背景と研究目的ならびに従来研究について述べ、本研究の意義を明らかにする。

第2章「二軸応力下の塑性変形挙動に及ぼす集合組織の影響」では、化学組成が同一で集合組織が異なるがゆえに、加工硬化特性および二軸応力下での変形挙動が異なる2種類のアルミニウム合金板を供試材として、二軸引張試験および種々の異方性降伏関数を用いた材料モデリングを行う。次に、張出し成形の実験検証を行い、選択した異方性降伏関数ならびに加工硬化関数のパラメータ同定方法がFEA精度に及ぼす影響を明らかにする。

第3章「異方硬化挙動の有限要素解析への適用」では、市販の汎用有限要素解析ソフトの材料構成則に、ユーザーサブルーチン機能を介して任意の異方性降伏関数を用いた異方硬化挙動を導入するために、後退オイラー法による陰的積分法を用いた応力積分方法と、整合接線係数の導出方法を示し、FEAにおける異方硬化挙動の再現を確認する。

第4章「異方硬化挙動が有限要素解析精度に及ぼす影響」では、二軸引張試験および軸力—内圧型二軸応力試験を行い、アルミニウム合金板の低ひずみ域～10%を超える大ひずみ域までの異方硬化挙動を詳細に測定し、材料の示した異方硬化挙動を正確に再現しうる材料モデリングを行う。さらに、張出し成形における実験検証を行い、FEA精度に及ぼす異方硬化の影響を明らかにする。

第5章「応力反転を伴う二軸応力下での弾塑性変形挙動の測定とモデル化」では、熱間仕上げ継目無鋼管の、二軸応力下かつ応力の正負反転を伴う複雑応力下での弾塑性変形挙動の測定とモデル化を行い、複雑応力下における移動硬化則ならびに関連流れ則の妥当性を実験的に検証する。

第6章「結論」では、金属材料の様々な変形状態における異方硬化挙動について総括し、冷間加工シミュレーションの高精度化に資する適正な材料モデルの適用指針を示し、本研究で得られた知見および残された今後の課題を示した。

なお、本章の引用図はSpringer, Elsevier, ASME, (社)日本塑性加工学会および(社)軽金属学会の許諾を得て転記している。

The citation figures in this chapter were reprinted with permission from Springer, Elsevier, ASME, JSTP and JLIM.

参考文献

- [1] Kuwabara, T. (2007). Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. *International Journal of Plasticity*, **23**(3), 385-419.
- [2] Banabic, D., Barlat, F., Cazacu, O. & Kuwabara, T. (2010). Advances in anisotropy and formability. *International Journal of Material Forming*, **3**(3), 165-189.
- [3] 伊藤耿一, 浜孝之. (2014). 成形加工のための解析手法と材料モデリング. *鉄と鋼*, **100**(12), 1467-1480.
- [4] Barlat, F. & Kuwabara, T. (2016). Anisotropic yield conditions in mathematical theory of plasticity. *塑性と加工*, **57**, 230-237.
- [5] 吉田健吾. (2016). 結晶塑性論を用いた金属薄板の成形性シミュレーション. *塑性と加工*, **57**, 204-208.
- [6] Tozawa, Y. (1978). Plastic deformation behavior under conditions of combined stress. *Mechanics of Sheet Metal Forming*, 81-110.
- [7] 白鳥英亮, 池上皓三. (1967). 板状試験片を使用する二軸引張試験機の試作. *材料*, **16**(165), 433-439.
- [8] Shiratori, E. & Ikegami, K. (1968). Experimental study of the subsequent yield surface by using cross-shaped specimens. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **16**(6), 373-394.
- [9] Taylor, G. I. & Quinney, H. (1932). The plastic distortion of metals. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*. **230**, 323-362.
- [10] Ferron, G. & Makinde, A. (1988). Design and development of a biaxial strength testing device. *Journal of Testing and Evaluation*, **16**(3), 253-256.
- [11] Makinde, A., Thibodeau, L. & Neale, K. W. (1992). Development of an apparatus for biaxial testing using cruciform specimens. *Experimental mechanics*, **32**(2), 138-144.
- [12] Demmerle, S. & Boehler, J. P. (1993). Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **41**(1), 143-181.
- [13] Hoferlin, E., Van Bael, A., Van Houtte, P., Steyaert, G. & De Maré, C. (1998). Biaxial tests on cruciform specimens for the validation of crystallographic yield loci. *Journal of Materials Processing Technology*, **80**, 545-550.
- [14] Kuwabara, T., Ikeda, S. & Kuroda, K. (1998). Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension. *Journal of Materials Processing Technology*, **80**, 517-523.
- [15] 花房泰浩, 瀧澤英男, 桑原利彦. (2011). 十字形試験片を用いた二軸応力試験の数値解析的検証. *塑性と加工*, **52**(601), 282-287.
- [16] Hanabusa, Y., Takizawa, H. & Kuwabara, T. (2013). Numerical verification of a biaxial tensile test method using a cruciform specimen. *Journal of Materials Processing Technology*, **213**(6), 961-970.
- [17] ISO 16842: 2014, Metallic materials—Sheet and strip—Biaxial tensile testing method using a cruciform test piece.
- [18] Hannon, A. & Tiernan, P. (2008). A review of planar biaxial tensile test systems for sheet metal.

- Journal of materials processing technology*, **198**(1), 1-13.
- [19] Ishiki, M., Kuwabara, T. & Hayashida, Y. (2011). Measurement and analysis of differential work hardening behavior of pure titanium sheet using spline function. *International journal of material forming*, **4**(2), 193-204.
- [20] 桑原利彦, 江夏亮太郎, 山岸駿介, 菅原史法. (2012). 二軸バルジ試験による冷延 IF 鋼板の加工硬化特性の測定と材料モデリング. *鉄と鋼*, **98**, 275-282.
- [21] Kuwabara, T. & Sugawara, F. (2013). Multiaxial tube expansion test method for measurement of sheet metal deformation behavior under biaxial tension for a large strain range. *International Journal of Plasticity*, **45**, 103-118.
- [22] 菅原史法, 桑原利彦. (2013). 金属板材の大ひずみ二軸応力-ひずみ曲線の連続測定を可能とする二軸バルジ試験機の開発. *塑性と加工*, **54**(624), 57-63.
- [23] 池上皓三. (1975). 種々の前負荷後の降伏曲面について—その研究の発展過程と現状 (その1)—. *材料*, **24**(261), 491-504.
- [24] Müller, W. & Pöhlant, K. (1996). New experiments for determining yield loci of sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology*, **60**(1), 643-648.
- [25] 白鳥英亮, 池上皓三, 金子堅司. (1973). バウシンガー効果を考慮した異方性降伏曲面. *日本機械学会論文集*, **39**(318), 458-471.
- [26] Hill, R. & Hutchinson, J. W. (1992). Differential hardening in sheet metal under biaxial loading: a theoretical framework. *Journal of Applied Mechanics*, **59**, S1-S9.
- [27] Hill, R., Hecker, S. S. & Stout, M. G. (1994). An investigation of plastic flow and differential work hardening in orthotropic brass tubes under fluid pressure and axial load. *International Journal of Solids and Structures*, **31**(21), 2999-3021.
- [28] 桑原利彦. (2014). 塑性加工解析に必要な FEM ② 材料モデル. *塑性と加工*, **55**(639), 311-316.
- [29] 浅野峰生, 内田秀俊, 吉田英雄. (2007). Al-Mg-Si 系合金の n 値に及ぼす集合組織の影響. *軽金属学会大会講演概要*, 112, 179-180.
- [30] Kuwabara, T., Van Bael, A. & Iizuka, E. (2002). Measurement and analysis of yield locus and work hardening characteristics of steel sheets with different r -values. *Acta materialia*, **50**(14), 3717-3729.
- [31] Yoshida, K., Ishii, A. & Tadano, Y. (2014). Work-hardening behavior of polycrystalline aluminum alloy under multiaxial stress paths. *International Journal of Plasticity*, **53**, 17-39.
- [32] 桑原利彦, 栗田圭一. (2000). 6000 系アルミニウム合金板の 2 軸引張塑性変形特性の測定と降伏条件式の検証. *軽金属*, **50**(1), 2-6.
- [33] 橋本一真, 桑原利彦, 飯塚 栄治, Yoon, J. W. (2010). 590 MPa 級冷延鋼板の穴広げ成形シミュレーションの解析精度に及ぼす異方性降伏関数の影響. *鉄と鋼*, **96**(9), 557-563.
- [34] Kuwabara, T., Hashimoto, K., Iizuka, E. & Yoon, J. W. (2011). Effect of anisotropic yield functions on the accuracy of hole expansion simulations. *Journal of Materials Processing Technology*, **211**(3), 475-481.
- [35] 桑原利彦, 瀧澤英男, 箱山智之. (2016). 金属板材の異方硬化の定式と数値シミュレーション

- への適用. *塑性と加工*, **57**(662), 181-187.
- [36] 斎藤浩一. (1954). 加工硬化の方向性 (第1報): 引張り応力により塑性変形した材料の引張り応力に対する方向性. *日本機械学会論文集*, **20**(99), 771-777.
- [37] Schmitt, J. H., Shen, E. L. & Raphanel, J. L. (1994). A parameter for measuring the magnitude of a change of strain path: validation and comparison with experiments on low carbon steel. *International Journal of Plasticity*, **10**(5), 535-551.
- [38] Naghdi, P. M. & Rowley, J. C. (1954). An experimental study of biaxial stress-strain relations in plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **3**(1), 63-80.
- [39] Hu, L. W. & Bratt, J. F. (1958). Effect of tensile plastic deformation on yield condition. *Journal of Applied Mechanics*, **22**(1), 411.
- [40] 斎藤浩一. (1954). 加工硬化の方向性 (第2報): せん断応力により塑性変形した材料のせん断応力に対する方向性. *日本機械学会論文集*, **20**(99), 777-783.
- [41] 吉村慶丸, 竹中幸彦. (1959). 金属の固有の降伏条件および加工硬化率とそれに対する伸びおよびねじりのひずみ履歴の影響 (第1報). *日本機械学会論文集*, **25**(151), 133-139.
- [42] 吉村慶丸, 竹中幸彦. (1959). 金属の固有の降伏条件および加工硬化率とそれに対する伸びおよびねじりのひずみ履歴の影響 (第3報). *日本機械学会論文集*, **25**(155), 572-580.
- [43] 吉村慶丸, 竹中幸彦. (1959). ひずみ履歴に基づく降伏応力の方向依存性. *日本機械学会論文集*, **25**(155), 580-586.
- [44] 中西不二夫, 佐藤和郎. (1959). 塑性変形による異方性. *日本機械学会論文集*, **25**(155), 587-596.
- [45] Miastkowski, J. & Szczepiński, W. (1965). An experimental study of yield surfaces of prestrained brass, *International Journal of Solids and Structures*, **1**(2), 189-194.
- [46] Kuwabara, T., Kuroda, M., Tvergaard, V. & Nomura, K. (2000). Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface: experimental study with metal sheets. *Acta Materialia*, **48**(9), 2071-2079.
- [47] Williams, J. F. & Svensson, N. L. (1970). Effect of tensile prestrain on the yield locus of 1100-f aluminium. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, **5**(2), 128-139.
- [48] Ohashi, Y., Kawashima, K. & Yokochi, T. (1975). Anisotropy due to plastic deformation of initially isotropic mild steel and its analytical formulation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **23**(4), 277-294.
- [49] 吉田総仁, 池上皓三, 白鳥英亮. (1977). 塑性予変形後完全除荷された材料の組合せ再負荷時における応力-ひずみ関係 --異方硬化型塑性ポテンシャルによる塑性変形解析の試み. *塑性と加工*, **18**(198), 525-532.
- [50] 吉田総仁, 村上俊正, 金子堅司, 池上皓三, 白鳥英亮. (1977). 応力経路が直線的に折れ曲がる場合の塑性変形挙動: 異方硬化型塑性ポテンシャルによる応力-ひずみ関係の検討. *日本機械学会論文集*, **43**(368), 1231-1241.
- [51] Shiratori, E., Ikegami, K. & Yoshida, F. (1979). Analysis of stress-strain relations by use of an anisotropic hardening plastic potential. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **27**(3),

- 213-229.
- [52] 池上皓三. (1975). 種々の前負荷後の降伏曲面について—その研究の発展過程と現状 (その2) —. *材料*, **24**(263), 709-719.
- [53] Hecker, S. S. (1971). Yield surfaces in prestrained aluminum and copper. *Metallurgical and Materials Transactions B*, **2**(8), 2077-2086.
- [54] Hecker, S. S. (1973). Influence of deformation history on the yield locus and stress-strain behavior of aluminum and copper. *Metallurgical Transactions*, **4**(4), 985-989.
- [55] Wang, H. B., Min, W. A. N., Wu, X. D. & Yu, Y. A. N. (2009). Subsequent yield loci of 5754O aluminum alloy sheet. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, **19**(5), 1076-1080.
- [56] 上森武, 倉光徹, 三登悠司, 日野隆太郎, 中哲夫, 吉田総仁. (2009). 二軸応力経路が変化する場合の高張力鋼板の弾塑性変形挙動. *塑性と加工*, **50**(576), 39-43.
- [57] Mises, R. V. (1913). *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*, Göttingen Nachrichten. *Mathematical Physics Klasse*, 582-592.
- [58] Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London A*, **193**(1033), 281-297.
- [59] Hill, R. (1979). Theoretical plasticity of textured aggregates. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **85**, 179-191.
- [60] Hill, R. (1990). Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **38**(3), 405-417.
- [61] Hill, R. (1993). A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals. *International Journal of Mechanical Sciences*, **35**(1), 19-25.
- [62] Gotoh, M. (1977). A theory of plastic anisotropy based on a yield function of fourth order (plane stress state)—I. *International Journal of Mechanical Sciences*, **19**(9), 505-512.
- [63] Gotoh, M. (1977). A theory of plastic anisotropy based on yield function of fourth order (plane stress state)—II. *International Journal of Mechanical Sciences*, **19**(9), 513-520.
- [64] Soare, S., Yoon, J. W. & Cazacu, O. (2008). On the use of homogeneous polynomials to develop anisotropic yield functions with applications to sheet forming. *International Journal of Plasticity*, **24**(6), 915-944.
- [65] Yoshida, F., Hamasaki, H. & Uemori, T. (2013). A user-friendly 3D yield function to describe anisotropy of steel sheets. *International Journal of Plasticity*, **45**, 119-139.
- [66] 濱崎洋. (2015). アルミニウム合金板の塑性異方性のモデル化と高精度プレス成形 CAE の開発. *軽金属*, **65** (11), 536-541.
- [67] Hershey, A. V. (1954). The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face-centered cubic crystals. *Journal of Applied Mechanics*, **21**(3), 241-249.
- [68] Hosford, W. F. (1972). A generalized isotropic yield criterion. *Journal of Applied Mechanics*, **39**(2), 607-609.
- [69] Hosford, W. F. (1979). On yield loci of anisotropic cubic metals. *Proceeding of the 7th North American Metal Working Research Conference*, 191-196.

- [70] Logan, R. W. & Hosford, W. F. (1980). Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming 111-pencil glide. *International Journal of Mechanical Sciences*, **22**(7), 419-430.
- [71] Hosford, W. F. (1985). Comments on anisotropic yield criteria. *International journal of mechanical sciences*, **27**(7-8), 423-427.
- [72] Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H. & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, **19**(9), 1297-1319.
- [73] Barlat, F., Aretz, H., Yoon, J. W., Karabin, M. E., Brem, J. C. & Dick, R. E. (2005). Linear transformation-based anisotropic yield functions. *International Journal of Plasticity*, **21**(5), 1009-1039.
- [74] Banabic, D., Aretz, H., Comsa, D. S. & Paraianu, L. (2005). An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets. *International Journal of Plasticity*, **21**(3), 493-512.
- [75] Vegter, H. & Van den Boogaard, A. H. (2006). A plane stress yield function for anisotropic sheet material by interpolation of biaxial stress states. *International Journal of Plasticity*, **22**(3), 557-580.
- [76] 蔦森秀夫, 飯塚栄治, 天石敏郎, 佐藤健太郎, 荻原裕樹, 宮本潤示. (2016). 3 次スプライン降伏関数およびその異方硬化モデルの提案. *塑性と加工*, **57**(662), 245-251.
- [77] Yoon, J. W., Barlat, F., Dick, R. E., Chung, K. & Kang, T. J. (2004). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part II: FE formulation and its implementation. *International Journal of Plasticity*, **20**(3), 495-522.
- [78] 川口順平, 桑原利彦, 櫻井健夫. (2015). 5000 系アルミニウム合金板の異方硬化の定式による板材成形シミュレーションの高精度化. *軽金属*, **65**(11), 554-560.
- [79] Tsuru, E., Agata, J., Nagata, Y., Shirakami, S. & Shinohara, Y. (2013). Forming and Buckling Simulation on High-strength UOE Pipe with Plastic Anisotropy. *Nippon Steel Technical Report*, **102**, 70-78.
- [80] Drucker, D. C. (1951). A More Fundamental Approach to Plastic Stress-Strain Relations. *Proceedings of the First US National Congress on Applied Mechanics*, 487-491.
- [81] Kuroda, M. & Tvergaard, V. (1999). Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface: illustrations of basic idea. *Acta materialia*, **47**(14), 3879-3890.
- [82] Stoughton, T. B. (2002). A non-associated flow rule for sheet metal forming. *International Journal of Plasticity*, **18**(5), 687-714.
- [83] 吳博尋, 柳本潤. (2016). 平成 28 年度塑性加工春期講演会講演論文集, 17-18.
- [84] 安富隆, 吉田亨, 米村繁ら. (2016). 平成 28 年度塑性加工春期講演会講演論文集, 19 -20.
- [85] 大塚哲朗, 柳本潤, 伊藤耿一, 植村元, 森尚達. (2016). 平成 28 年度塑性加工春期講演会講演論文集, 21-22.
- [86] Bishop, J. F. W. & Hill, R. (1951). A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses. *Philosophical Magazine and Journal of Science*, **42**(327), 414-427.
- [87] Prager, W. (1955). The theory of plasticity: a survey of recent achievements. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, **169**(1), 41-57.

- [88] Prager, W. (1956). A new method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids. *Journal of Applied Mechanics*, **12**, 493-496.
- [89] Ziegler, H. (1959). A modification of Prager's hardening rule. *Quarterly of Applied mathematics*, **17**(1), 55-65.
- [90] Armstrong, P. J. & Frederick, C. O. (1966). A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect. *Central Electricity Generating Board Report*, Berkeley Nuclear Laboratories. Research & Development Department, 731.
- [91] Mróz, Z. (1967). On the description of anisotropic work hardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **15**(3), 163-175.
- [92] Mróz, Z. (1969). An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general workhardening model. *Acta mechanica*, **7**(2), 199-212.
- [93] Krieg, R. D. (1975). A practical two surface plasticity theory. *Journal of applied mechanics*, **42**(3), 641-646.
- [94] Chaboche, J. L. & Rousselier, G. (1983). On the plastic and viscoplastic constitutive equations—Part I: Rules developed with internal variable concept. *Journal of Pressure Vessel Technology*, **105**(2), 153-158.
- [95] Chaboche, J. L. & Rousselier, G. (1983). On the plastic and viscoplastic constitutive equations—Part II: application of internal variable concepts to the 316 stainless steel. *Journal of Pressure Vessel Technology*, **105**(2), 159-164.
- [96] Yoshida, F., Uemori, T. & Fujiwara, K. (2002). Elastic–plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension–compression at large strain. *International Journal of Plasticity*, **18**(5), 633-659.
- [97] Yoshida, F. & Uemori, T. (2002). A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation. *International Journal of Plasticity*, **18**(5), 661-686.
- [98] Ohno, N. (1982). A constitutive model of cyclic plasticity with a nonhardening strain region. *Journal of Applied Mechanics*, **49**(4), 721-727.
- [99] Yoshida, F. & Uemori, T. (2003). A model of large-strain cyclic plasticity and its application to springback simulation. *International Journal of Mechanical Sciences*, **45**(10), 1687-1702.
- [100] Yoshida, K., Ishizaka, T., Kuroda, M. & Ikawa, S. (2007). The effects of texture on formability of aluminum alloy sheets. *Acta Materialia*, **55**(13), 4499-4506.
- [101] Hama, T. & Takuda, H. (2012). Crystal plasticity finite-element simulation of work-hardening behavior in a magnesium alloy sheet under biaxial tension. *Computational Materials Science*, **51**(1), 156-164.
- [102] Uenishi, A., Isogai, E., Sugiura, N., Ikematsu, Y., Sugiyama, M. & Hiwatashi, S. (2012). Crystal plasticity analysis of work hardening behavior at large strains in ferritic single crystal. *Nippon Steel Technical Report*, **102**, 57-62.
- [103] Franciosi, P., Berveiller, M. & Zaoui, A. (1980). Latent hardening in copper and aluminium single crystals. *Acta Metallurgica*, **28**(3), 273-283.

- [104] Xu, S. & Weinmann, K. J. (2000). Effect of deformation-dependent material parameters on forming limits of thin sheets. *International journal of mechanical sciences*, 42(4), 677-692.
- [105] Marciniak, Z. & Kuczyński, K. (1967). Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal. *International Journal of Mechanical Sciences*, 9(9), 609-620.
- [106] Marciniak, Z., Kuczyński, K. & Pokora, T. (1973). Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension. *International Journal of Mechanical Sciences*, 15(10), 789-800.
- [107] Plunkett, B., Lebensohn, R. A., Cazacu, O. & Barlat, F. (2006). Anisotropic yield function of hexagonal materials taking into account texture development and anisotropic hardening. *Acta Materialia*, 54(16), 4159-4169.
- [108] Cazacu, O., Plunkett, B. & Barlat, F. (2006). Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals. *International Journal of Plasticity*, 22(7), 1171-1194.
- [109] Hu, W. (2007). Constitutive modeling of orthotropic sheet metals by presenting hardening-induced anisotropy. *International Journal of Plasticity*, 23(4), 620-639.
- [110] Hu, W. (2003). Characterized behaviors and corresponding yield criterion of anisotropic sheet metals. *Materials Science and Engineering: A*, 345(1), 139-144.
- [111] Aretz, H. (2008). A simple isotropic-distortional hardening model and its application in elastic-plastic analysis of localized necking in orthotropic sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 24(9), 1457-1480.
- [112] Wang, H., Wan, M., Wu, X. & Yan, Y. (2009). The equivalent plastic strain-dependent Yld2000-2d yield function and the experimental verification. *Computational materials science*, 47(1), 12-22.
- [113] Stoughton, T. B. & Yoon, J. W. (2009). Anisotropic hardening and non-associated flow in proportional loading of sheet metals. *International Journal of Plasticity*, 25(9), 1777-1817.
- [114] Yoshida, F., Hamasaki, H. & Uemori, T. (2015). Modeling of anisotropic hardening of sheet metals including description of the Bauschinger effect. *International Journal of Plasticity*, 75, 170-188.
- [115] Barlat, F., Grácio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Vincze, G. (2011). An alternative to kinematic hardening in classical plasticity. *International Journal of Plasticity*, 27(9), 1309-1327.
- [116] Barlat, F., Ha, J., Grácio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Vincze, G. (2013). Extension of homogeneous anisotropic hardening model to cross-loading with latent effects. *International Journal of Plasticity*, 46, 130-142.
- [117] Barlat, F., Vincze, G., Grácio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Tomé, C. N. (2014). Enhancements of homogeneous anisotropic hardening model and application to mild and dual-phase steels. *International Journal of Plasticity*, 58, 201-218.
- [118] 守屋岳志, 桑原利彦, 木村星香, 高橋進. (2010). 自動車外板部品の面ひずみ予測精度に及ぼす異方性降伏関数の影響. *塑性と加工*, 51(588), 43-49.
- [119] 桑原利彦, 梅村昌史, 吉田健吾, 黒田充紀, 平野清一, 菊田良成. (2006). Mg 量の異なる 5000 系アルミニウム合金板の成形限界ひずみ. *軽金属*, 56(6), 323-328.
- [120] 田村翔平, 澄川智史, 上森武, 濱崎洋, 吉田総仁. (2011). 5000 系および 6000 系アルミニウ

- ム合金板における弾塑性挙動の実験観察. *軽金属*, **61**(6), 255-261.
- [121] 箱山智之, 菅原史法, 桑原利彦. (2013). 二軸バルジ試験法による高強度鋼板の加工硬化特性の測定と材料モデリング. *塑性と加工*, **54**(630), 628-634.
- [122] Abedrabbo, N., Pourboghra, F. & Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures–Part 1: Material characterization. *International Journal of plasticity*, **22**(2), 314-341.
- [123] Abedrabbo, N., Pourboghra, F. & Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures–Part 2: Numerical modeling and experimental verification. *International Journal of Plasticity*, **22**(2), 342-373.
- [124] Abedrabbo, N., Pourboghra, F. & Carsley, J. (2007). Forming of AA5182-O and AA5754-O at elevated temperatures using coupled thermo-mechanical finite element models. *International Journal of Plasticity*, **23**(5), 841-875.

第2章

アルミニウム合金板の

二軸応力下の塑性変形挙動に及ぼす集合組織の影響

2.1. 背景

金属材料のマイクロ組織の差異に起因する、材料の加工硬化特性および二軸応力下での塑性変形特性の違いを現象論マクロモデルで表現し、さらにFEAを使用した成形シミュレーション精度に及ぼす影響を調査して、FEA精度の向上に資する現象論マクロモデルの有用性を検証する。

塑性異方性をはじめとした機械的特性の違いを数値シミュレーション上で表現するためには、入力する材料モデルを実際の材料特性に合わせて変化させる必要がある[1~3]。異方性降伏関数が成形シミュレーション精度に及ぼす影響を調査した研究では、アルミニウム合金板の深絞り成形[4]、BH鋼板の面ひずみ[5]、高張力鋼板の穴広げ[6, 7]などの報告があるが、いずれも単一の材料を対象とした検討である。アルミニウム合金板の塑性変形特性は、集合組織により大きな影響を受けることは報告されているが、それらの影響評価は単軸引張状態[8]や、曲げ[9]などの単純な変形に限られる。また、f.c.c.材料の二軸応力下での塑性変形特性に及ぼす集合組織の影響に関して、結晶塑性解析による数値シミュレーション[10]もあるが、仮想材料における数値実験に留まる。

本章では、同一の化学成分でCube方位密度の異なる二種類の6016アルミニウム合金板を例にとり、十字形試験片を用いた二軸応力下における塑性変形特性の詳細な測定を行う。さらに、各種加工硬化則および異方性降伏関数を用いた材料モデリングを行い、集合組織といったマイクロ組織の違いに起因する、マクロ変形挙動の差異を、実際の二軸引張試験結果に基づいた現象論マクロモデルで表現する。次に、平面ひずみ状態～等二軸引張状態までの複合変形を材料に付与可能な液圧バルジ張出し試験を行い、アルミニウム合金板の張出し変形挙動に及ぼす集合組織の影響を調査する。以上の結果に基づき、材料試験から同定した異方性降伏関数および各種加工硬化関数を用いた有限要素解析を行い、マイクロ組織の差異に起因する塑性変形挙動の差異がFEA精度に及ぼす影響を評価する。なお、本章のFEAにおいては等方硬化則を用い、塑性変形の進展に伴い降伏曲面の形状は変化しないと仮定した。

2.2. 二軸応力下での弾塑性変形挙動の測定

2.2.1. 供試材

本章で用いる供試材は、化学成分が同一で、集合組織が異なる2種類の6016アルミニウム合金板（初期板厚0.9mm）である。いずれもCube方位が主方位であり、板厚1/4部のCube方位密度（ランダム比）はそれぞれHCが133、LCが21である。時効硬化による影響をおさえるため、熱処理から十分時間の経過したものを使用する。Fig. 2. 1に示すマイクロ写真より、両供試材共に初期結晶粒径はほぼ同一であった。供試材の化学成分をTable 2. 1に、板厚1/4部のODFをFig. 2. 2に示す。

Table 2. 1 Chemical component of test materials

Material	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Al
High Cube	1.0	0.1	<0.1	0.1	0.5	<0.1	0.2	<0.1	Bal
Low Cube	1.0	0.1	<0.1	0.1	0.5	<0.1	0.2	<0.1	Bal

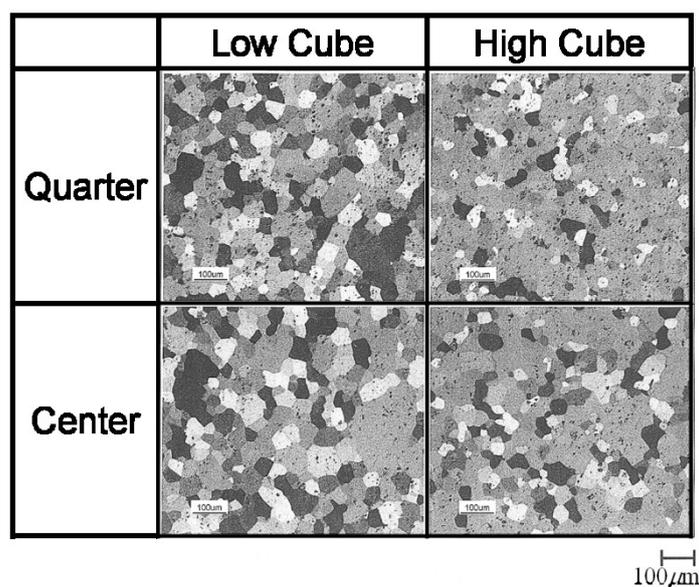
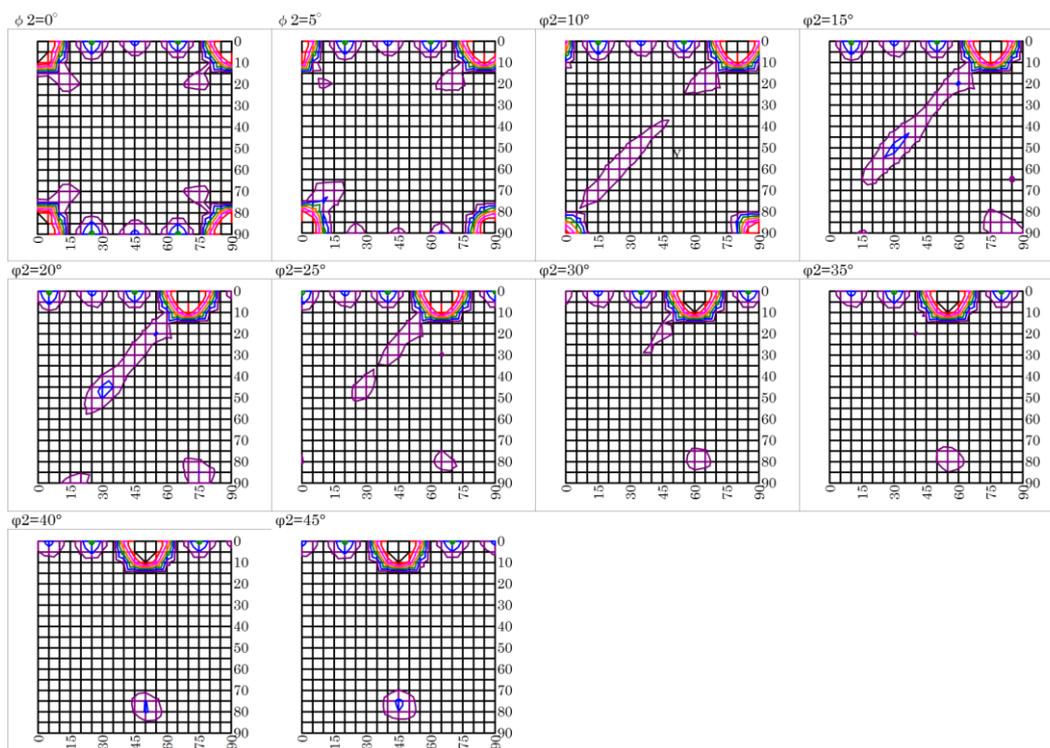
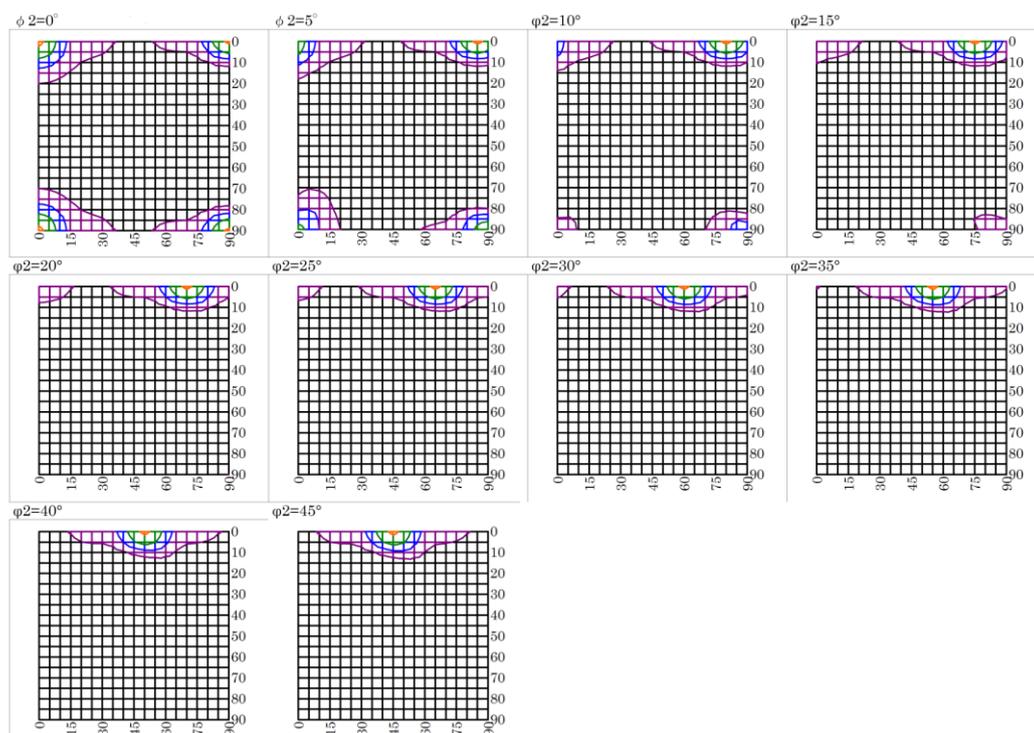


Fig. 2. 1 Grain structure observed by optical microscopy

第2章 アルミニウム合金板の二軸応力下の塑性変形挙動に及ぼす集合組織の影響



(a) High Cube



(b) Low Cube

Fig. 2. 2 Crystallite orientation distribution function represented as intensity contours for every $\phi_2 = 5^\circ$ measured at quarter thickness for: (a) High Cube and (b) Low Cube

2.2.2. 単軸引張試験

JIS Z 2201に規定されるJIS13B号試験片を用いて単軸引張試験を行った。試験片形状はFig. 2. 3の寸法とし、供試材の面内異方性を確認するために、Fig. 2. 4に示すように圧延方向を基準に0°, 45°, 90°の方向からワイヤカット放電加工機により試験片を切り出した。

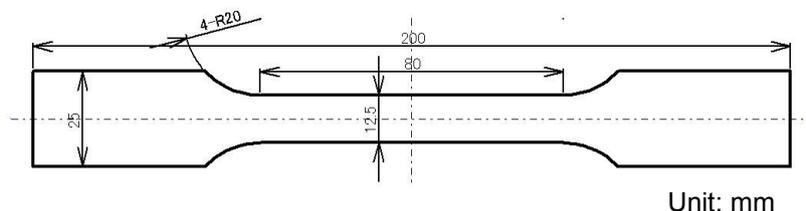


Fig. 2. 3 Specimen of uniaxial tensile test

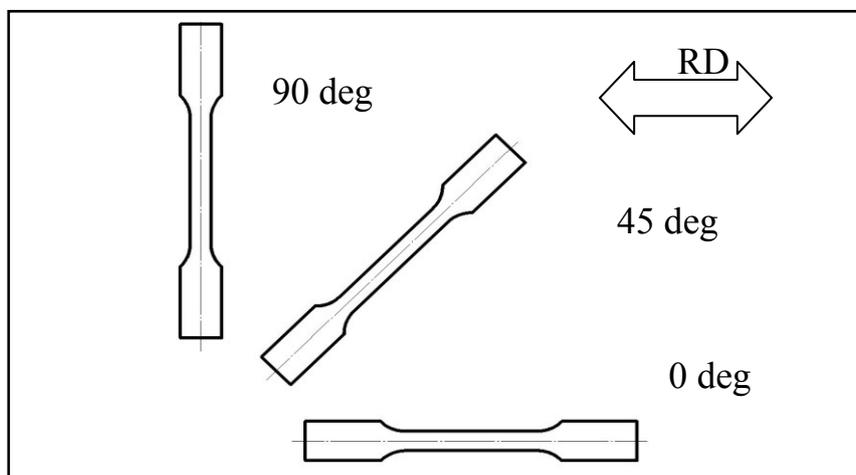


Fig. 2. 4 Cut-out direction of uniaxial specimen

各切り出し方向での真応力 - 対数ひずみ線図， Swift及びVoceの加工硬化式による近似曲線を， Fig. 2. 5, Fig. 2. 6に示す。塑性流動応力はHigh Cubeにおいては0°方向が最も高く， 45°方向が低くなった。 Low Cubeにおいては0°方向が最も高く， 45°, 90°方向ではほぼ一致する結果となった。 最大荷重点までの一様伸びは， High Cubeにおいては45°方向が対数塑性ひずみで0.24程度と大きく， 0°, 90°方向では0.18程度と， 45°方向と比較し小さい値となった。 Low Cubeにおいては， High Cubeと同様45°方向が最も大きくなったが他の方向と比較し， その差は小さくなっている。 r 値は両供試材， 各方向共に1以下で， High CubeがLow Cubeよりも小さい値となった。 塑性流動応力， r 値ともにHigh Cubeの方がLow Cubeよりも面内異方性が大きいことが確認された。 Swift, Voceの加工硬化式による近似曲線との比較では， 両供試材， 各方向共にVoceの加工硬化式と良い一致を示しているが， High Cube45°方向はSwiftの加工硬化式と良い一致を示している。

Table 2.2 Mechanical properties of test materials.

Tensile direction / deg	E /GPa	$\sigma_{0.2}$ /MPa	σ_B /MPa	ε_B^p	c^* /MPa	n^*	α^*	A^{**} /MPa	B^{**} /MPa	C^{**}	r^{***}	
High Cube -	0	61.9	169.1	271.4	0.172	493.9	0.24	0.008	350.6	185.0	11.2	0.54
	45	65.1	151.5	249.6	0.245	468.7	0.28	0.014	355.2	200.0	7.0	0.13
	90	62.4	163.0	266.4	0.184	484.5	0.25	0.007	350.2	189.0	10.3	0.55
Low Cube -	0	62.0	152.1	258.6	0.192	474.1	0.25	0.007	343.3	191.5	10.0	0.80
	45	62.3	146.2	250.9	0.230	469.0	0.27	0.009	346.0	197.0	8.2	0.26
	90	62.8	145.0	250.2	0.204	466.4	0.26	0.007	335.4	190.5	9.5	0.70

*Approximated using $\sigma = c(\alpha + \varepsilon^p)^n$ at $\varepsilon^p = 0.002 \sim \varepsilon_B^p$

**Approximated using $\sigma = A - B \times \exp\{-C \times \varepsilon^p\}$ at $\varepsilon^p = 0.002 \sim \varepsilon_B^p$

***Measured at uniaxial nominal strain $\varepsilon_N = 0.10$

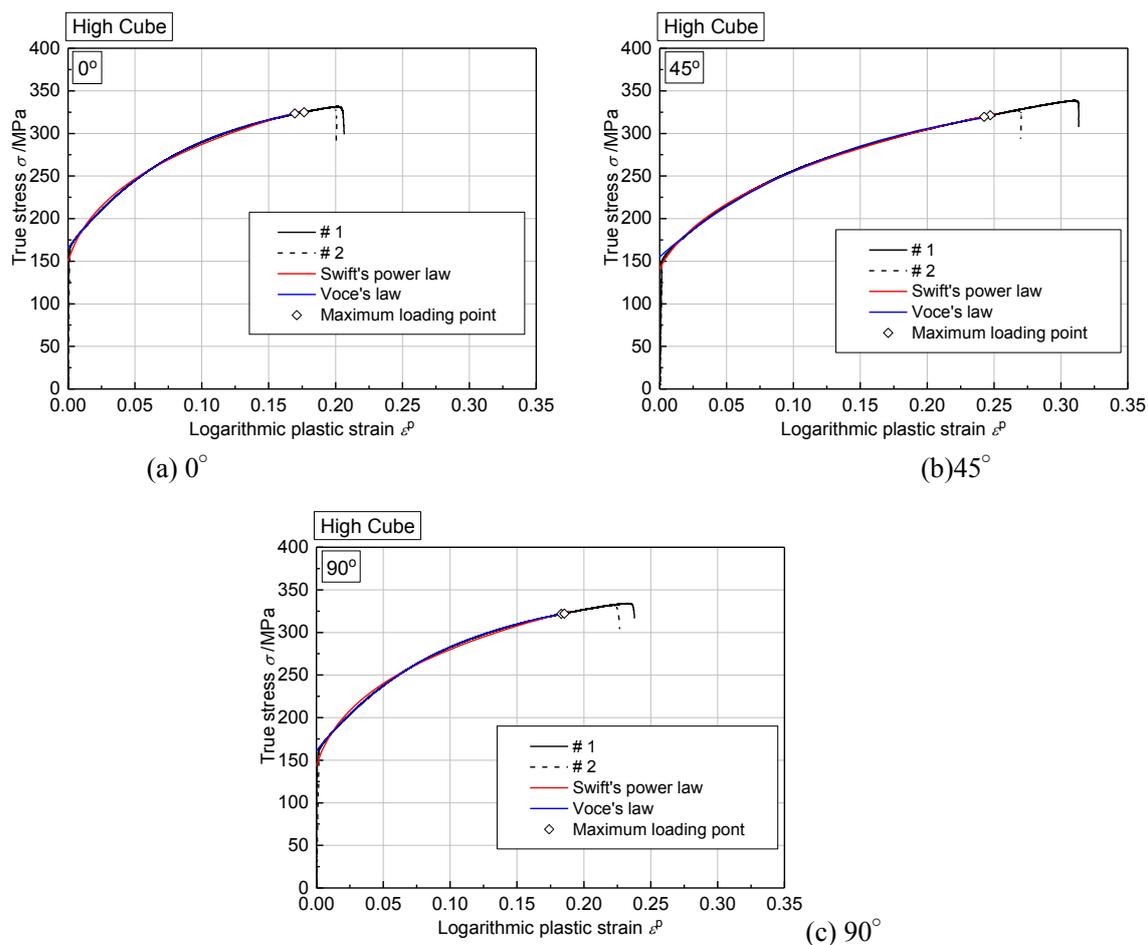


Fig. 2.5 True stress-logarithmic plastic strain diagram of High Cube.

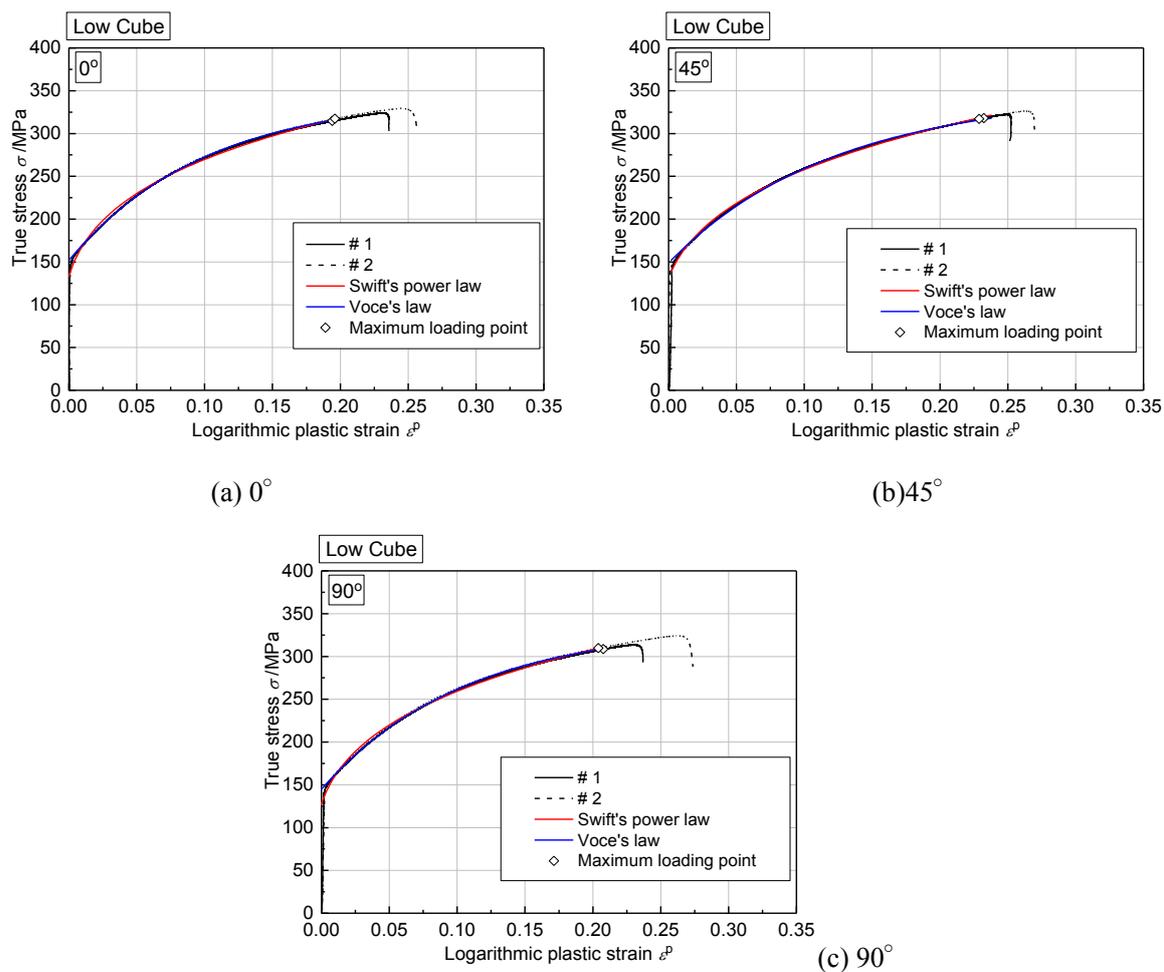


Fig. 2. 6 True stress-logarithmic plastic strain diagram of Low Cube.

2.2.3. 十字形試験片を使用した二軸引張試験方法

(I) 試験機

本節で使用した油圧サーボ制御二軸引張試験機を **Fig. 2.7** に示す。対向する2対の油圧シリンダには同一の油圧が作用し、各軸の油圧は制御用コンピュータの指令値に従って、サーボにより独立してフィードバック制御される。対向する油圧シリンダの変位はパンタグラフ型の等変位機構により強制的に等しく移動するため試験片の中心は常に定位置に保たれる[11]。従って、試験機中心に位置する試験片に任意の二軸応力を付与することが可能である。ロードセルによる荷重の測定値およびひずみゲージによるひずみの測定値は、0.5sec 周期でデータロガーにより測定されコンピュータに保存される。



Fig. 2.7 Experimental apparatus for biaxial tensile test

(II) 試験片

本節では、Kuwabara らにより提案された[12], Fig. 2. 8 に示す ISO 規格に準拠する十字形試験片を用いる[13]. 試験片の中心を座標系の原点とし, 圧延方向を x 軸, 圧延直角方向を y 軸とした. 腕部には, 長さ 30mm \times 幅 0.2mm のスリットを 3.75mm 間隔に入れることで, 30mm \times 30mm の中心部分 (応力測定部) の変位拘束を極力小さくしている. 試験片の切り出し, スリット加工はレーザー加工により行う. ひずみの測定にはひずみゲージ (東京測器研究所製 YFLA-2) を用い, 応力の測定誤差が最小となるように, ひずみゲージ測定部の最外部が, 正方形中心部から最大主応力方向にそれぞれ $7/10$ となる位置に貼付けた[14, 15].

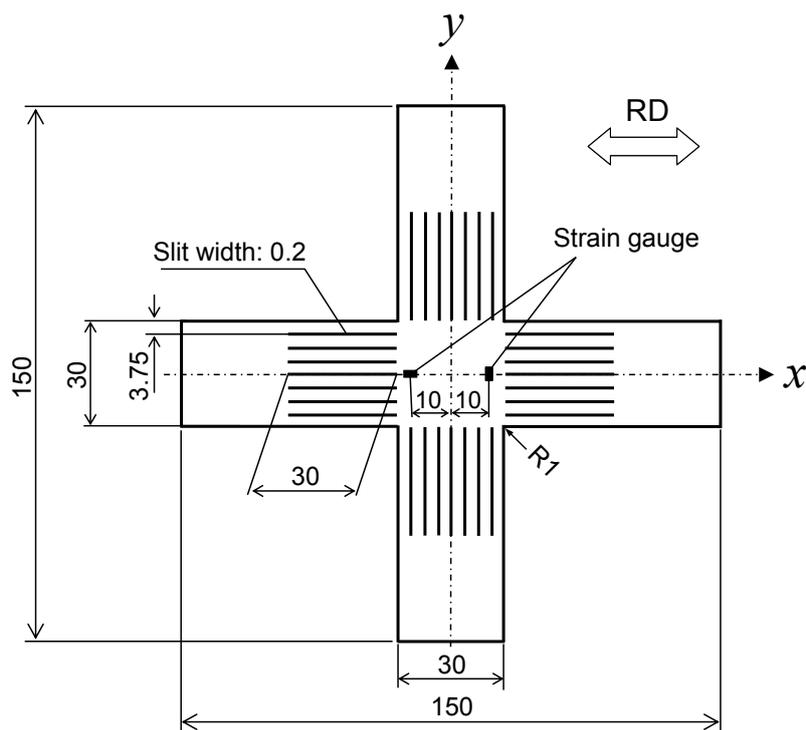


Fig. 2. 8 Cruciform specimen for biaxial tensile test (dimensions in mm)

2.2.4. 十字形試験片を使用した二軸引張試験結果

(I) 応力経路

Fig. 2. 9に本試験における真応力経路を示す. 本試験では荷重比 $F_x:F_y$ (圧延方向: 圧延直角方向) = 1:0, 4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 3:4, 1:2, 1:4, 0:1の9通りの負荷経路を設定した. 荷重比 $F_x:F_y=1:0, 0:1$ の試験は単軸引張試験により行ったため, グラフには掲載していない. また, 荷重増分は最大主応力方向の荷重が増分が0.01[kN/s]となるように設定した. 本試験では荷重比(公称応力比)の制御を行っているため, 塑性ひずみの進展に伴い, 測定された真応力比は一定値からごくわずかに差異が生じる.

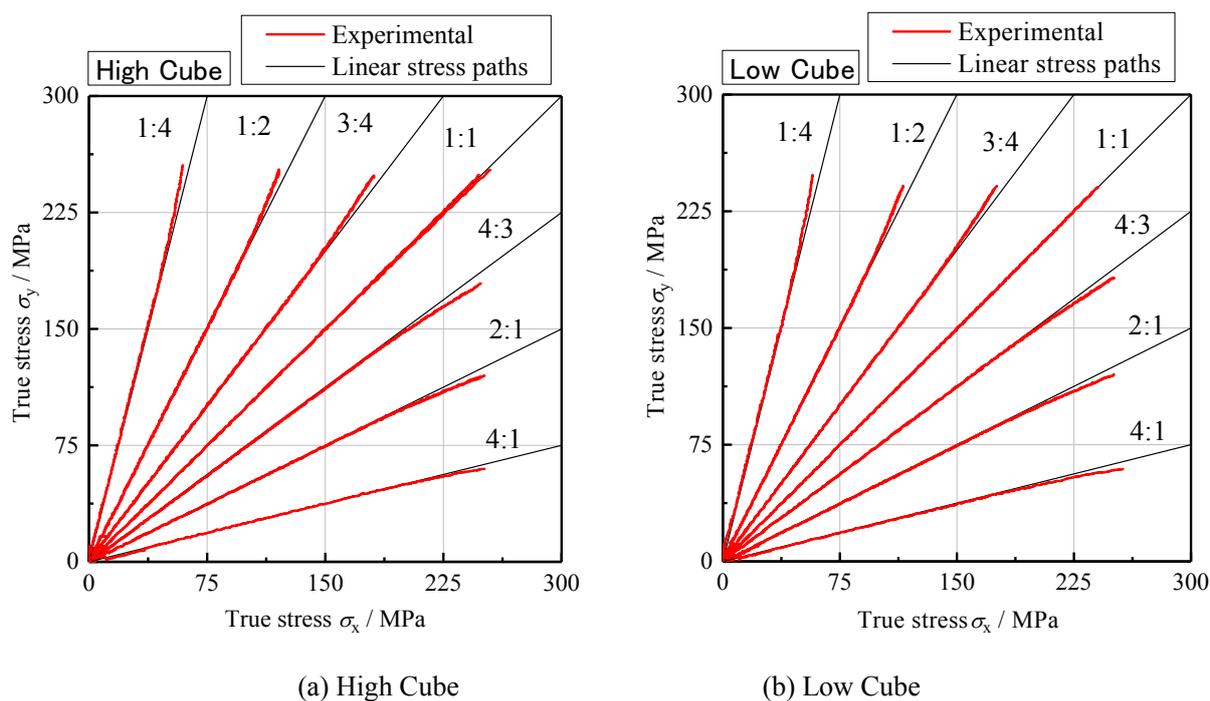
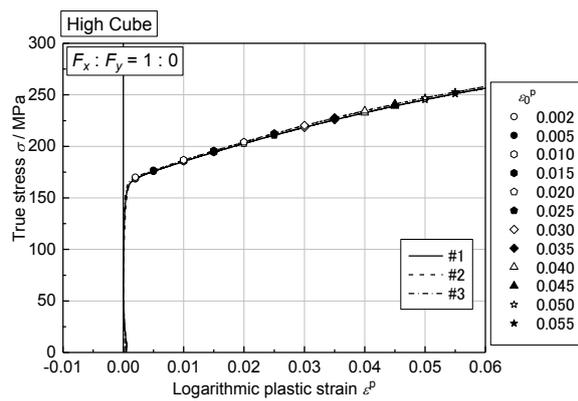


Fig. 2. 9 Experimental stress path and liner path

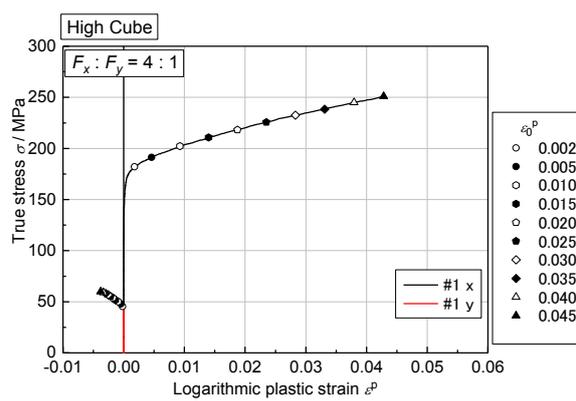
(II) 応力-ひずみ線図

単軸引張試験, 二軸引張試験より得られた両供試材の真応力 - 対数塑性ひずみ線図をそれぞれ Fig. 2. 10, Fig. 2. 11に示す. なお, 単軸引張試験については前節で行った単軸引張試験から得られた真応力 - 対数塑性ひずみ線図を用いている. 図中の点は, 圧延方向単軸引張試験(荷重比 $F_x:F_y=1:0$)における対数塑性ひずみ ϵ_0^p の塑性仕事量と等しい仕事量となるとき真応力, 対数塑性ひずみを表している.

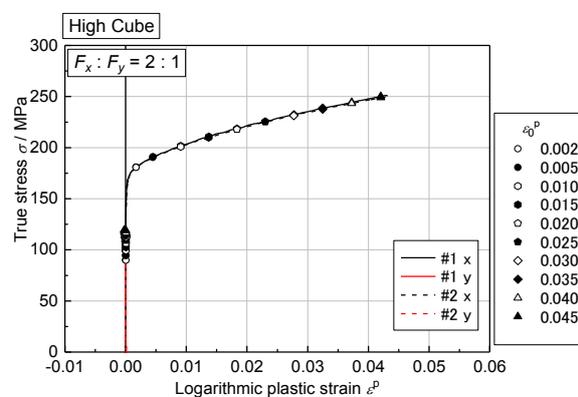
第2章 アルミニウム合金板の二軸応力下の塑性変形挙動に及ぼす集合組織の影響



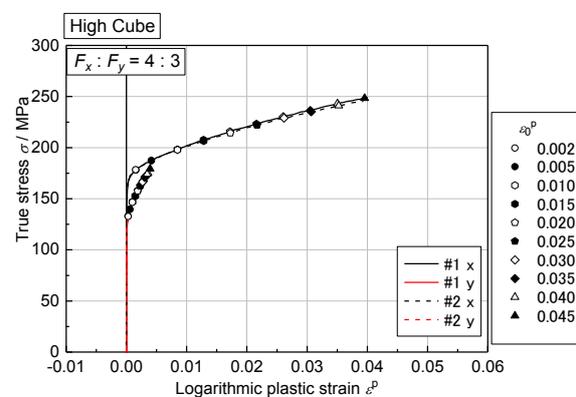
(a) $F_x : F_y = 1 : 0$



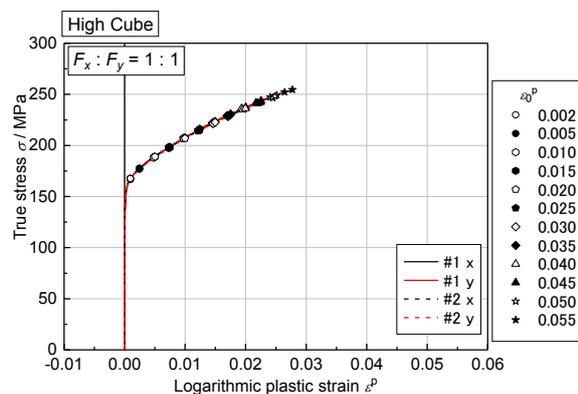
(b) $F_x : F_y = 4 : 1$



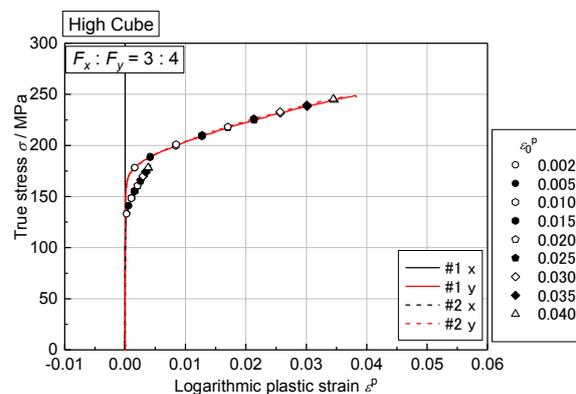
(c) $F_x : F_y = 2 : 1$



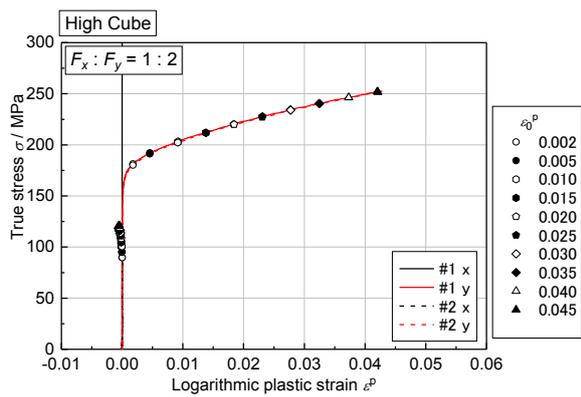
(d) $F_x : F_y = 4 : 3$



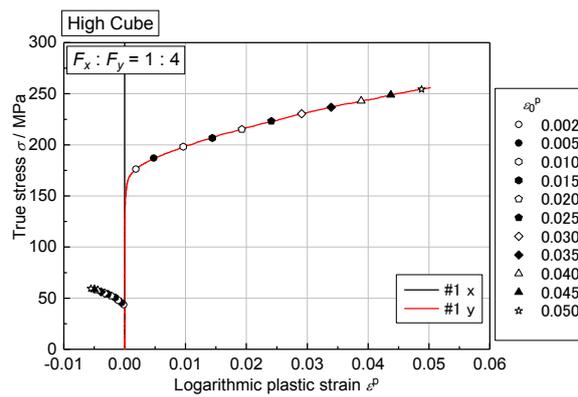
(e) $F_x : F_y = 1 : 1$



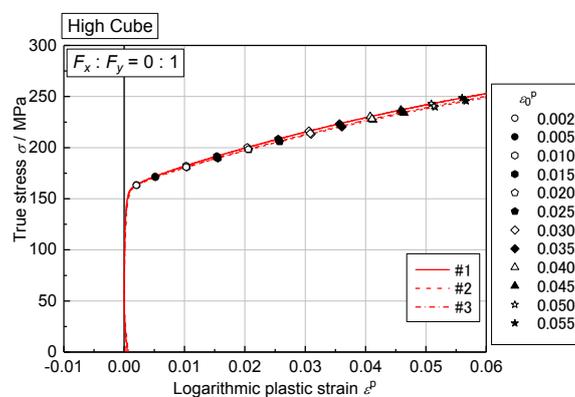
(f) $F_x : F_y = 3 : 4$



(g) $F_x : F_y = 1 : 2$



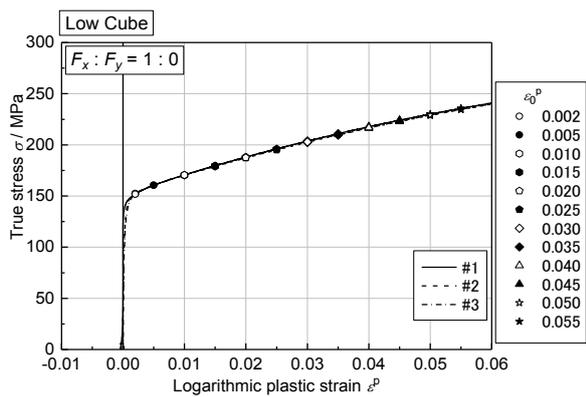
(h) $F_x : F_y = 1 : 4$



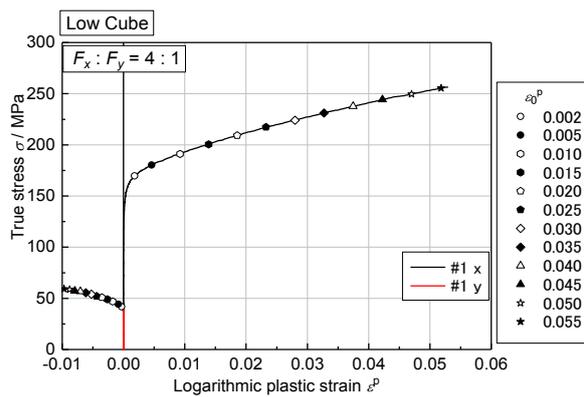
(i) $F_x : F_y = 0 : 1$

Fig. 2. 10 True stress-logarithmic plastic strain diagram (High Cube)

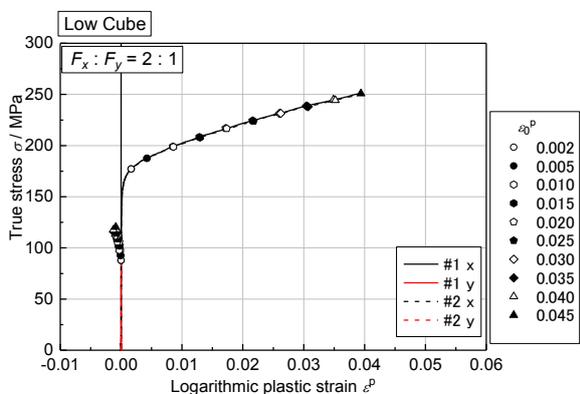
第2章 アルミニウム合金板の二軸応力下の塑性変形挙動に及ぼす集合組織の影響



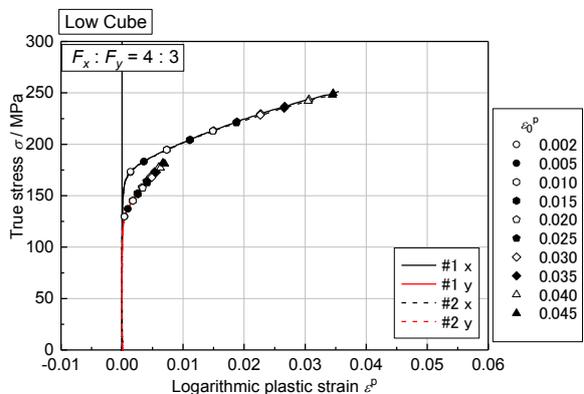
(a) $F_x : F_y = 1 : 0$



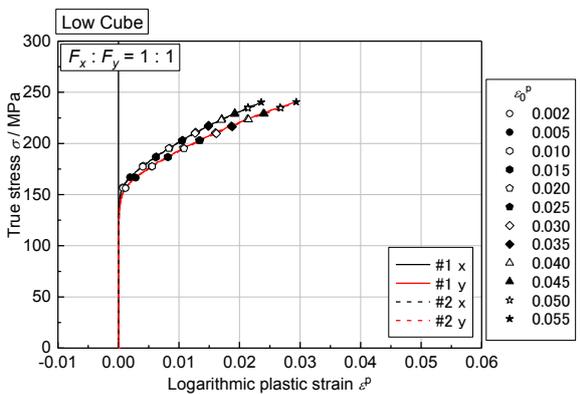
(b) $F_x : F_y = 4 : 1$



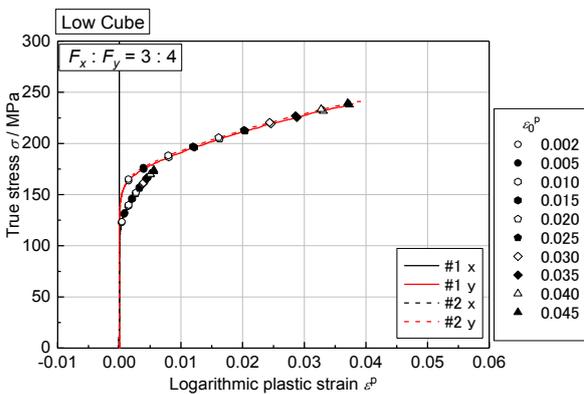
(c) $F_x : F_y = 2 : 1$



(d) $F_x : F_y = 4 : 3$



(e) $F_x : F_y = 1 : 1$



(f) $F_x : F_y = 3 : 4$

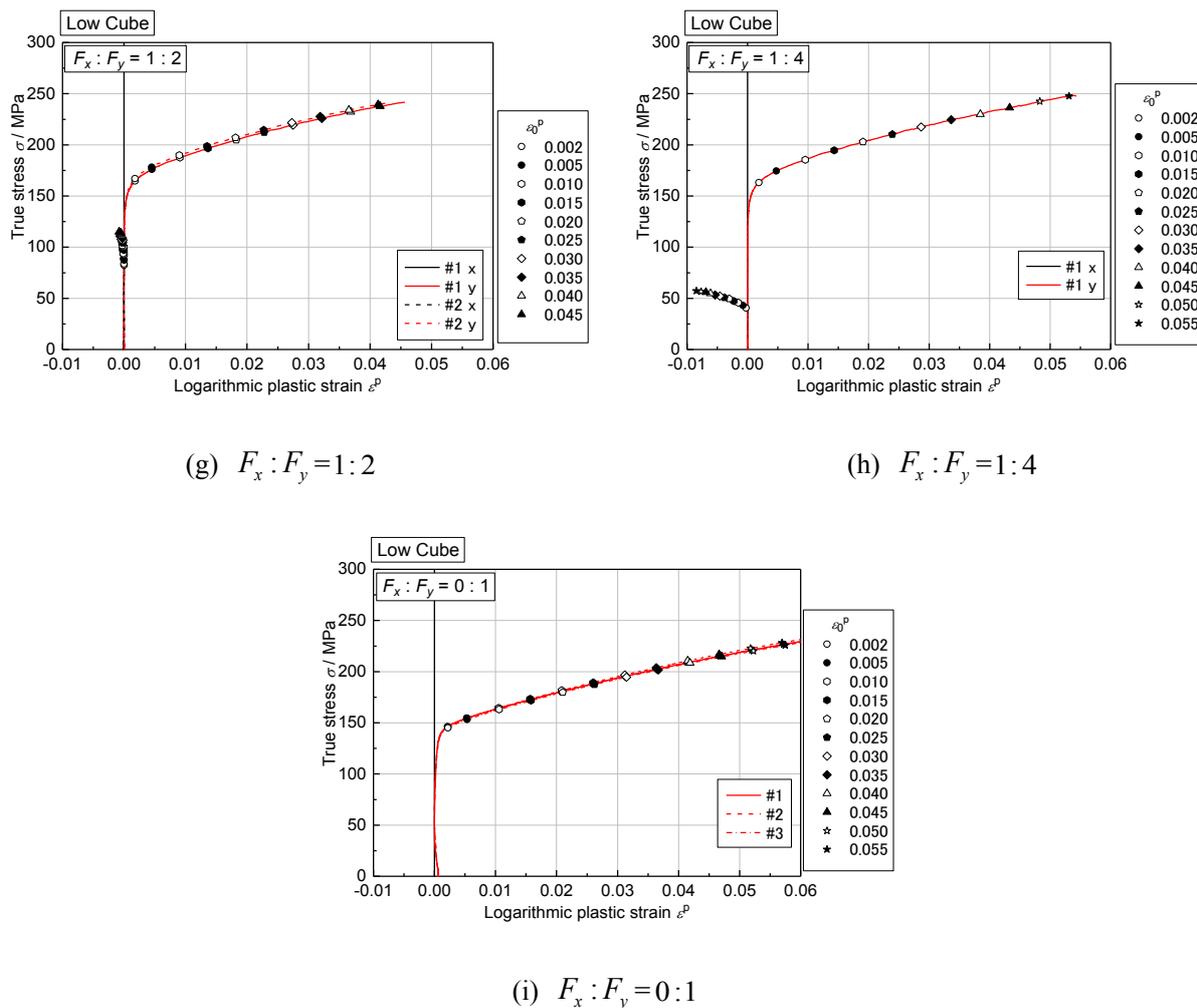


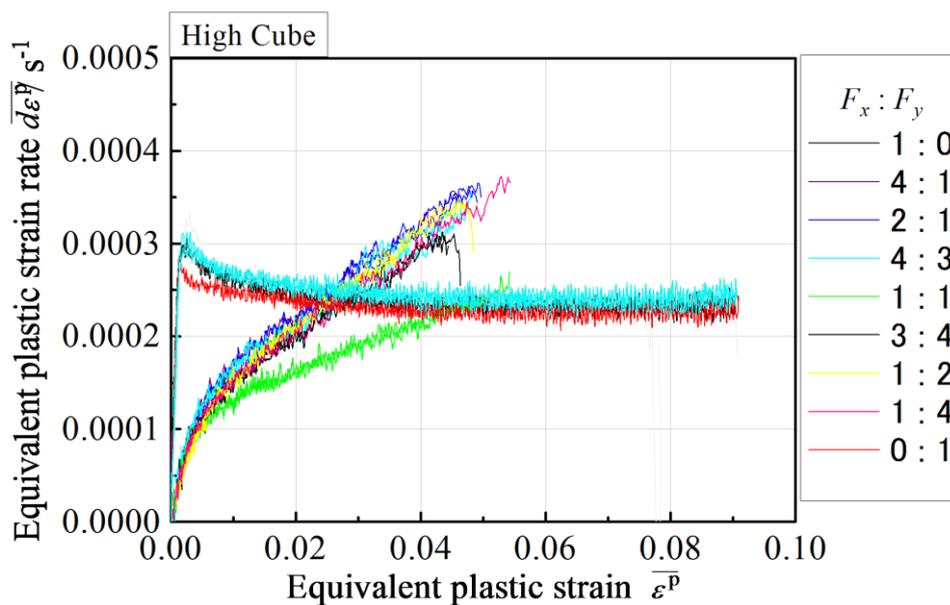
Fig. 2.11 True stress-logarithmic plastic strain diagram (Low Cube)

(III) ひずみ速度

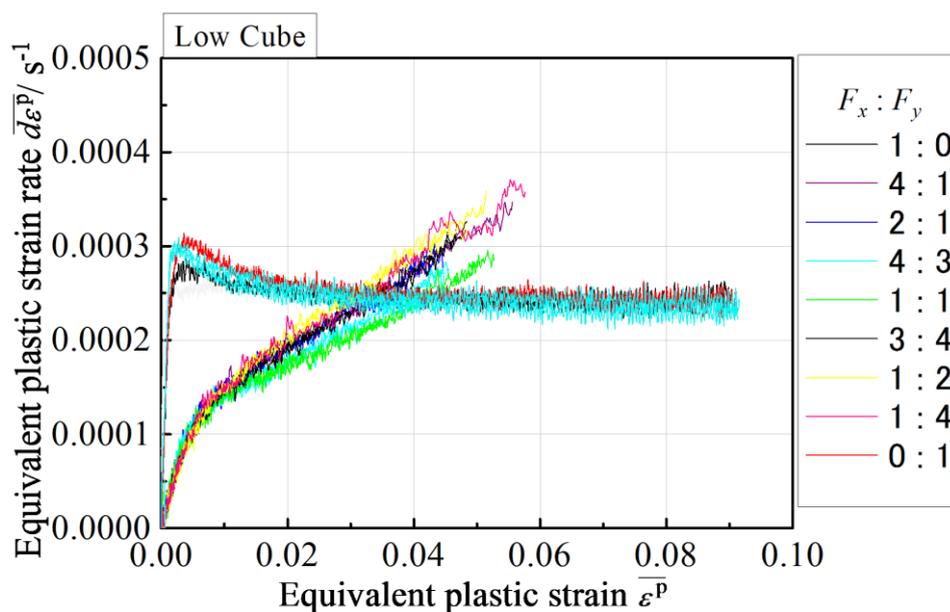
Fig. 2.12に各荷重比における，相当塑性ひずみの進展に伴う塑性ひずみ速度を示す．相当塑性ひずみはvon Misesの降伏条件式と体積一定条件より，以下に示す式を用いて算出した．

$$\dot{\epsilon}^p \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\dot{\epsilon}_x^p)^2 + \dot{\epsilon}_x^p \dot{\epsilon}_y^p + (\dot{\epsilon}_y^p)^2} \quad (2-1)$$

ただし， $d\epsilon_x^p$: x軸方向の対数塑性ひずみ増分， $d\epsilon_y^p$: y軸方向の対数塑性ひずみ増分である．なお，荷重比1 : 0では $d\epsilon_y^p = -1/2 d\epsilon_x^p$ ，荷重比0 : 1では $d\epsilon_x^p = -1/2 d\epsilon_y^p$ と仮定して，相当塑性ひずみを算出した．単軸引張試験では変位制御，二軸引張試験では荷重制御により試験を行ったため，二軸引張試験では塑性ひずみの増加に伴いひずみ速度も増加する傾向が確認されたが，ひずみ速度のオーダーは一致しており，ひずみ速度の影響は無視できる程度に小さいと考えられる．



(a) High Cube



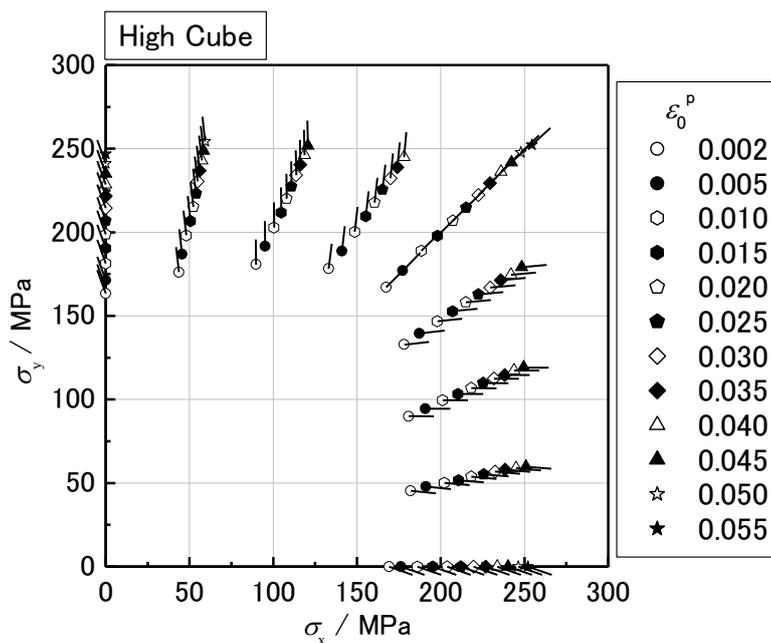
(b) Low Cube

Fig. 2. 12 Equivalent plastic strain rate

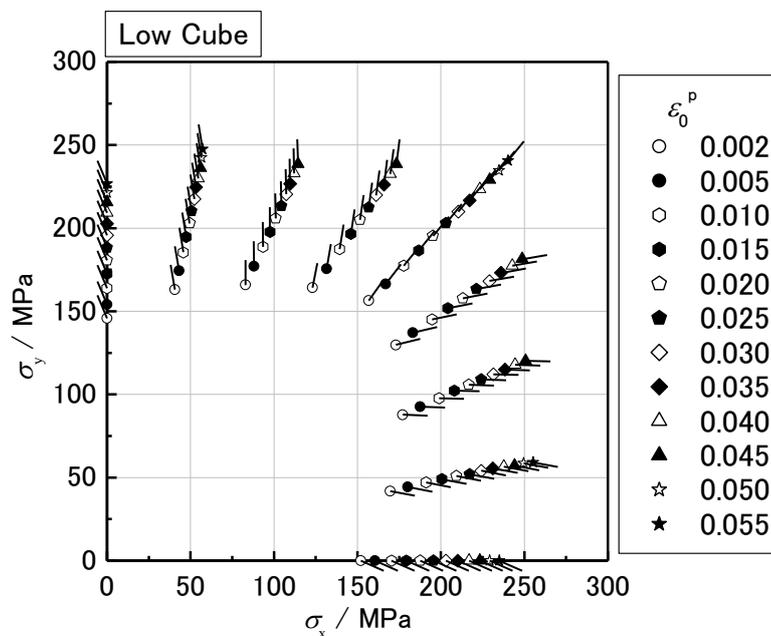
2.3. 二軸引張試験結果を用いた材料モデリング

2.3.1. 等塑性仕事面

単軸引張試験，二軸引張試験から得られた両供試材の等塑性仕事面をFig. 2. 13に示す．各応力点はそれぞれの試験結果の平均値である．また，各図において応力点から伸びている線分はその時点における塑性ひずみ速度の方向を示している．等塑性仕事面の形状は，High Cubeでは等二軸引張方向に尖ったトレスカの降伏曲面に近い形となり，Low CubeはHigh Cubeと比較し，平面ひずみ状態の張り出しの大きいミーゼスの降伏曲面に近い形となった．



(a) High Cube



(b) Low Cube

Fig. 2. 13 Measured stress points comprising counters of plastic work

等塑性仕事面の形状変化を明確にするため、各仕事面を構成する応力点の値を各 ε_0^p に対応する圧延方向単軸引張における塑性流動応力 σ_0 によって無次元化した点をプロットする、無次元化等塑性仕事面を作成した。計算結果を Fig. 2. 14 に示す。両供試材共に、塑性仕事の増加に伴い、無次元化等塑性仕事面の形状が変化する異方硬化挙動が確認された。High Cube の荷重比 $F_x:F_y=1:1$ では、塑性仕事の増加に伴い無次元化等塑性仕事点ほとんど変化しないのに対し、荷重比 $F_x:F_y=4:1, 2:1, 4:3, 3:4, 1:2, 1:4$ の点は大きく収縮しており、塑性仕事の増加に伴いトレスカの降伏曲面に近付いていることがわかる。Low Cube でも同様に収縮傾向が見られるものの、平面ひずみ状態の張り出しは大きい。また、荷重比 $F_x:F_y=1:1$ においてもわずかな収縮傾向が見られた。この異方硬化挙動の差異は、両供試材間で異なる集合組織の影響によるものと推察される。

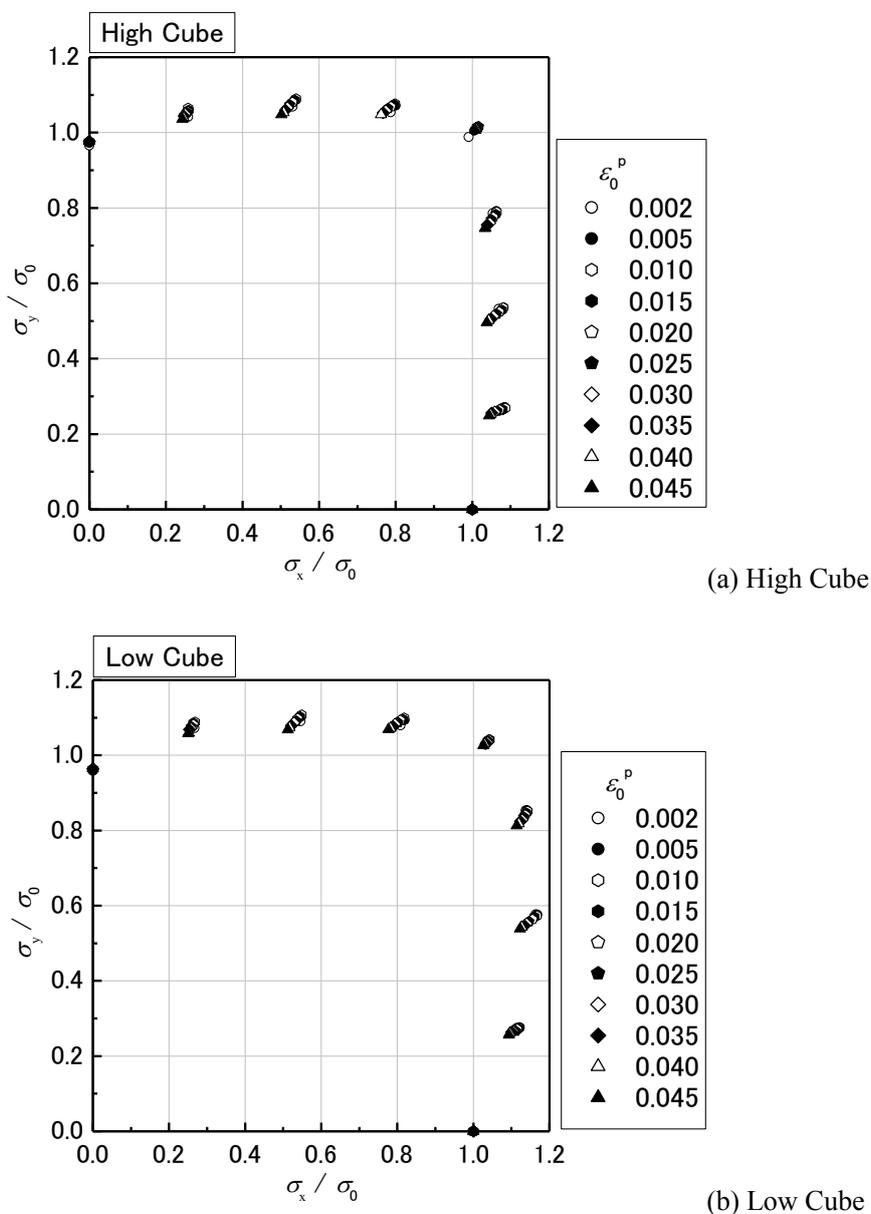


Fig. 2. 14 Measured stress points comprising counters of plastic work. The stress values are normalized by σ_0 , the tensile flow stress in the rolling direction corresponding to the ε_0^p

2.3.2. 塑性ひずみ速度の方向

各降伏関数における法線則の妥当性を検証するために、各荷重経路における塑性ひずみ速度の方向 θ を測定した。塑性仕事の増加に伴う θ の変化をFig. 2. 15に示す。両供試材、各荷重比において、殆ど塑性ひずみ増分速度の方向 θ は変化していないが、Low Cubeにおいてはごくわずかに 67.5° から離れる傾向にあることが確認できた。

次に、各応力比における塑性ひずみ速度の方向 θ の変化をFig. 2. 16に示す。

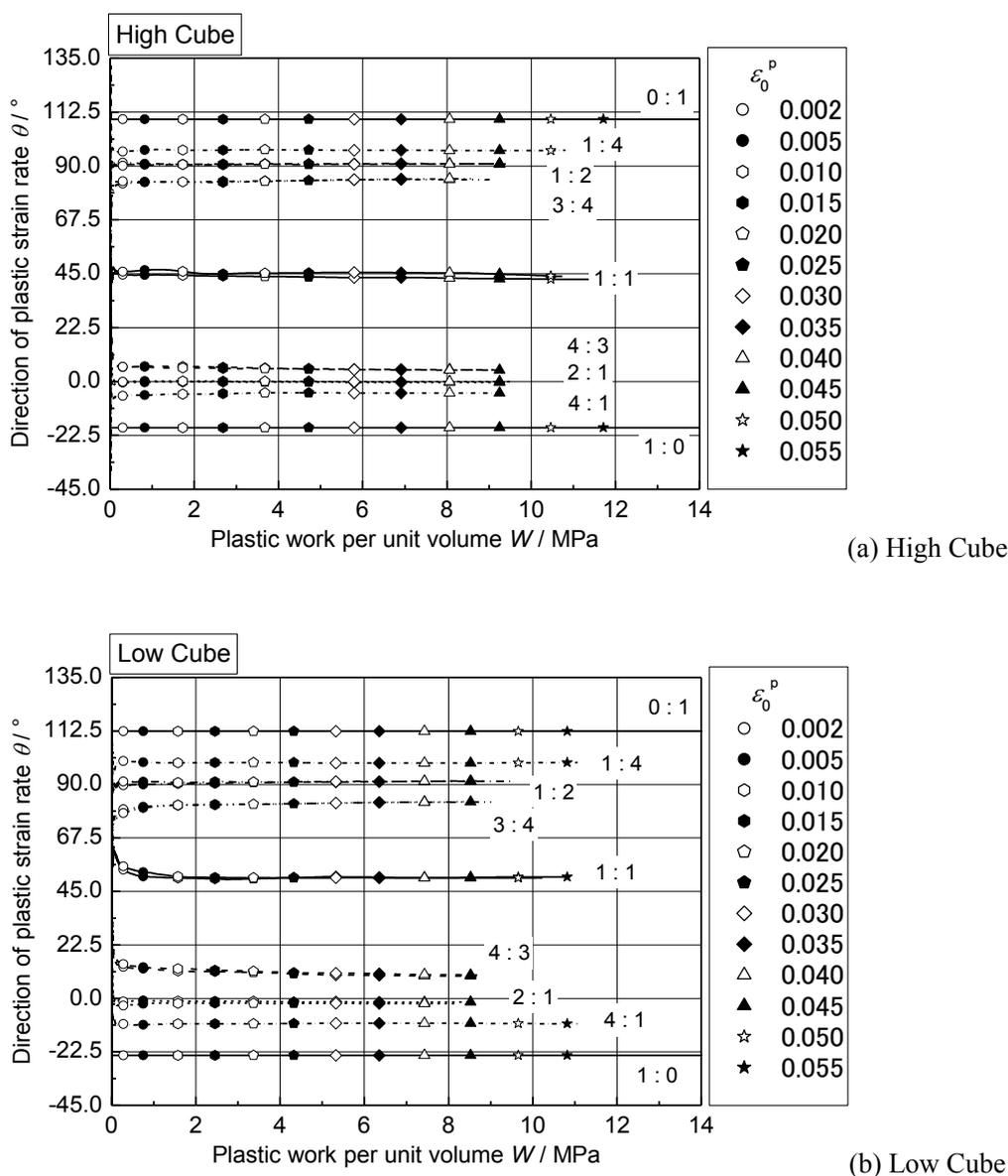
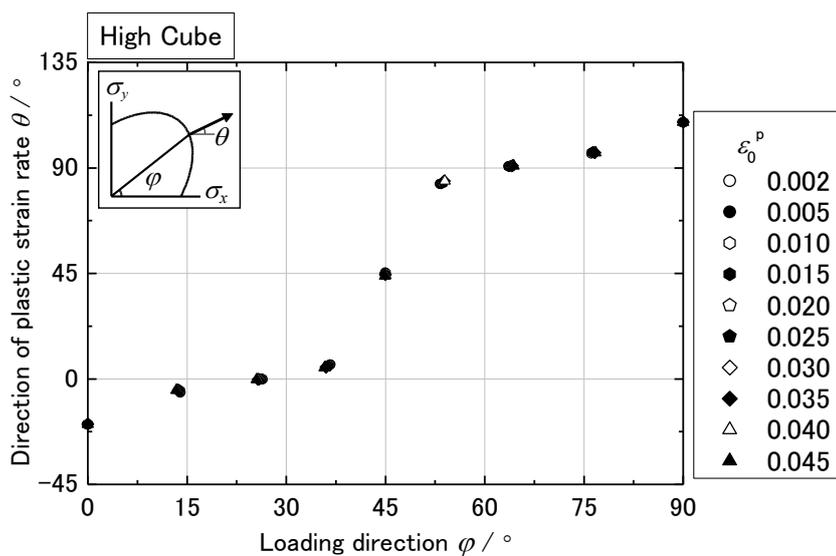
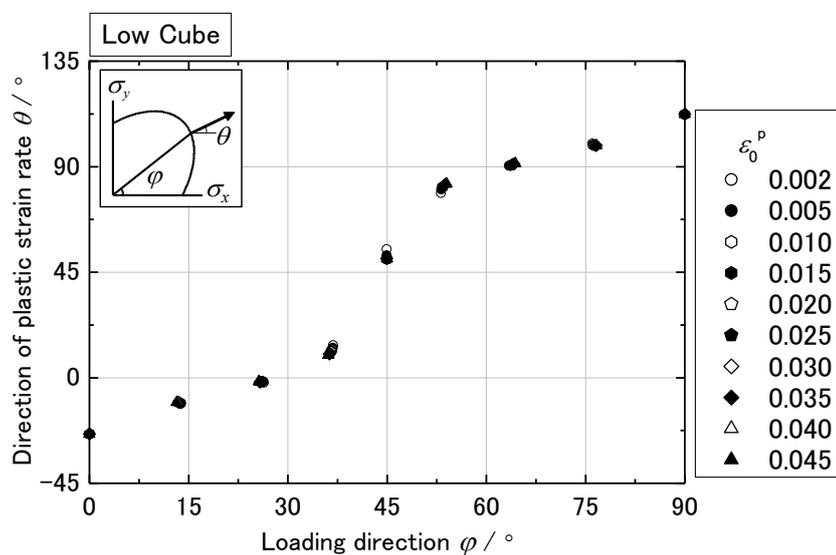


Fig. 2. 15 Variation of the direction of plastic strain rate, θ , with plastic work



(a) High Cube



(b) Low Cube

Fig. 2. 16 Variation of the direction of plastic strain rate, θ , with loading direction φ

2.3.3. 実験結果と各種降伏関数を用いた計算結果の比較

二軸引張試験で得られた両供試材の実験値と各降伏関数との比較を行う。比較に用いる降伏関数は von Mises[16], Hill '48[17], Yld2000-2d[18]である。降伏関数のパラメータを決定する際に用いた材料特性値を**Table 2. 3**に示す。なお、 $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}$ は圧延方向からそれぞれ $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向の単軸引張試験から測定された塑性流動応力であり、 r_0, r_{45}, r_{90} は圧延方向から $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向の単軸引張試験から測定された r 値である。また、 σ_b, r_b は等二軸引張試験から測定された塑性流動応力と塑性ひずみ速度比 $\equiv d\varepsilon_y^p / d\varepsilon_x^p$ である。

Table 2. 3 Material parameters to calculate

	von Mises	Hill '48	Yld2000-2d
σ_0	●	●	●
σ_{45}			●
σ_{90}			●
σ_b			●
r_0		●	●
r_{45}		●	●
r_{90}		●	●
r_b			●

降伏関数と実験値との精度比較には、実験により得られた値と各種降伏関数による計算値の差から平均二乗誤差 s を求めて評価した。この平均二乗誤差が最も小さい降伏関数が供試材の塑性変形挙動を最も精度よく捉えていると考えられる。以下に平均二乗誤差の算出方法を示す。

平均二乗誤差の算出時の概念図を**Fig. 2. 17**に示す。無次元化等塑性仕事面と降伏関数との比較では、原点から実験値の等塑性仕事点までの距離を r_i 、このときの x 軸からの角度を φ_i [degree]とする。また、角度が φ_i のときの降伏関数による計算値までの距離を r'_i とし、(2-2)に示す式より r_i と r'_i の差より平均二乗誤差を算出した。また、塑性ひずみ速度の方向についても同様に、角度が φ_i のときの実験により得られた塑性ひずみ速度の方向 θ_i と降伏関数による計算値 θ'_i との差から、(2-3)に示す式より平均二乗誤差を算出した。

$$s_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r'_i - r_i)^2}{n-1}} \quad (2-2)$$

$$s_\theta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\theta'_i - \theta_i)^2}{n-1}} \quad (2-3)$$

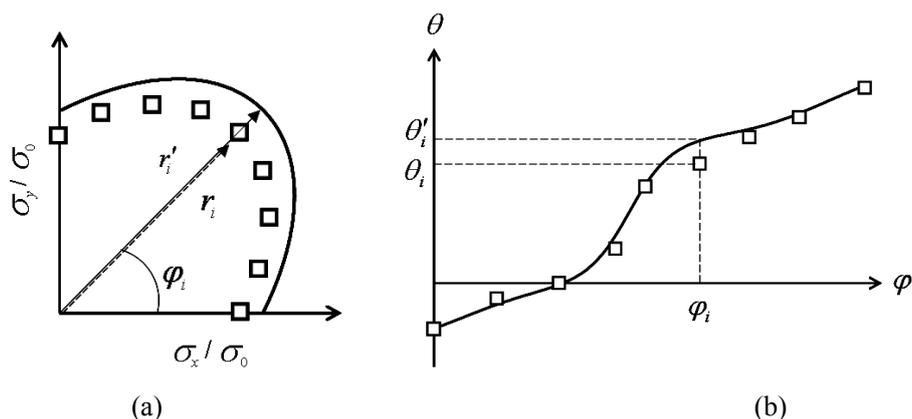


Fig. 2. 17 Conceptual diagram

(a) Difference between contours of plastic work normalized by σ_0 and theoretical yield loci based on conventional yield functions,

(b) Difference between measured directions of plastic strain rates and those calculated using conventional yield functions.

各種降伏関数による降伏曲面の計算値と、無次元化等塑性仕事面の比較をFig. 2. 18に示す。さらに、基準塑性ひずみ ε_0^p による平均二乗誤差の推移をFig. 2. 19, Fig. 2. 20に示す。さらに、降伏初期である $\varepsilon_0^p = 0.002$ 、塑性変形が進展した $\varepsilon_0^p = 0.02$ ならびに二軸応力試験による等塑性仕事点の測定結果が全ての応力比で存在する最大の ε_0^p (HC : 0.04, LC : 0.045) におけるYld2000-2d降伏関数の異方性パラメータをTable 2. 4, Table 2. 5に示す。Hill '48降伏関数の異方性パラメータに関しては、Table 2. 2に示す単軸引張試験にて測定された r 値より求めた。降伏関数の詳細に関しては付録を参照されたい。

Table 2. 4 Anisotropic parameters of Yld2000-2d yield function (High Cube).

ε_0^p	M	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
0.002	6	0.9033	0.9784	0.9112	1.0481	1.0356	0.9846	0.5113	1.4831
0.020	8	0.9203	0.9842	0.8899	1.0238	1.0152	0.9369	0.7034	1.4238
0.040	12	0.9418	1.0082	0.9243	1.0181	1.0095	0.9610	0.8045	1.3614

Table 2. 5 Anisotropic parameters of Yld2000-2d yield function (Low Cube).

ε_0^p	M	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
0.002	4	1.0168	0.8663	0.8233	1.0559	1.0042	0.9262	0.0217	1.4643
0.020	4	1.0259	0.8471	0.8079	1.0518	1.0003	0.9100	0.0258	1.4527
0.045	6	0.9405	1.0041	0.8923	1.0315	0.9978	0.8949	0.7312	1.3304

High Cubeの無次元化等塑性仕事面と降伏関数の比較では、 $\epsilon_0^p = 0.002$ の降伏初期では次数6のYld2000-2d降伏関数が良い一致を示しているが、その後塑性仕事の進展に伴って徐々にYld2000-2dの次数が大きいものが良い一致を示し、 $\epsilon_0^p = 0.040$ では次数12のYld2000-2d降伏関数が最も平均二乗誤差が小さい。したがって、High Cubeの無次元化等塑性仕事面は塑性仕事の進展に伴って、トレスカの降伏曲面に近づくため、Yld2000-2d降伏関数の次数は増加する傾向にあるといえる。

High Cubeの塑性ひずみ速度の方向は次数8のYld2000-2d降伏関数が比較的良い一致を示しているが、荷重比 $F_x:F_y=4:3,3:4$ については次数6のYld2000-2dが良い一致を示している。

Low Cubeの無次元化等塑性仕事面と降伏関数の比較では、 $\epsilon_0^p = 0.002$ の降伏初期では次数4のYld2000-2d降伏関数が良い一致を示しているが、塑性仕事の進展に伴って $\epsilon_0^p = 0.030$ 以降では次数6のYld2000-2dが良い一致を示している。したがって、Low CubeもHigh Cubeと同様に塑性仕事の進展に伴って異方硬化挙動が確認されたが、High Cubeよりは緩やかな異方硬化挙動を示し、塑性仕事の進展に伴いYld2000-2dの次数の変化も小さい。

Low Cubeの塑性ひずみ速度の方向は次数6のYld2000-2d降伏関数がどの塑性仕事においても実験値と良い一致を示している。

また、両供試材共にvon Mises降伏関数、Hill '48降伏関数は実験値の傾向を捉えられておらず、供試材の塑性変形挙動を再現出来ていない。

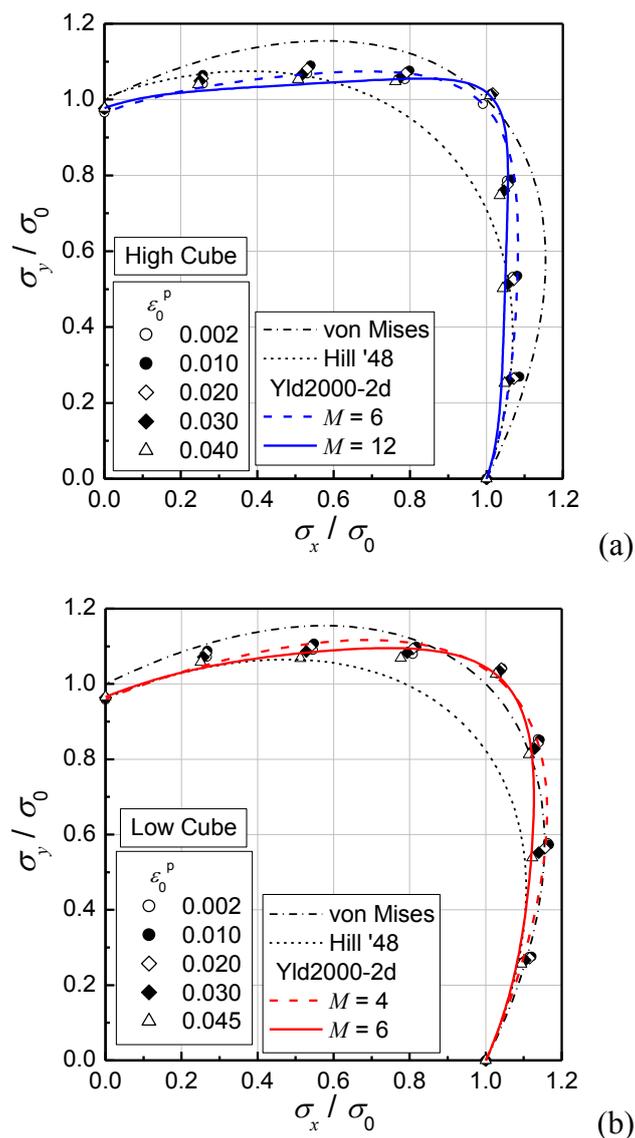


Fig. 2.18 Measured stress points comprising contours of plastic work, compared with theoretical yield loci. Each symbol corresponds to a contour of plastic work for a particular value of ϵ_0^p . The Yld2000-2d yield functions are determined using the uniaxial and biaxial tensile stress data for $\epsilon_0^p = 0.002$ ($M = 6$ for HC and 4 for LC) and 0.040 ($M = 12$ for HC) and 0.045 ($M = 6$ for LC).

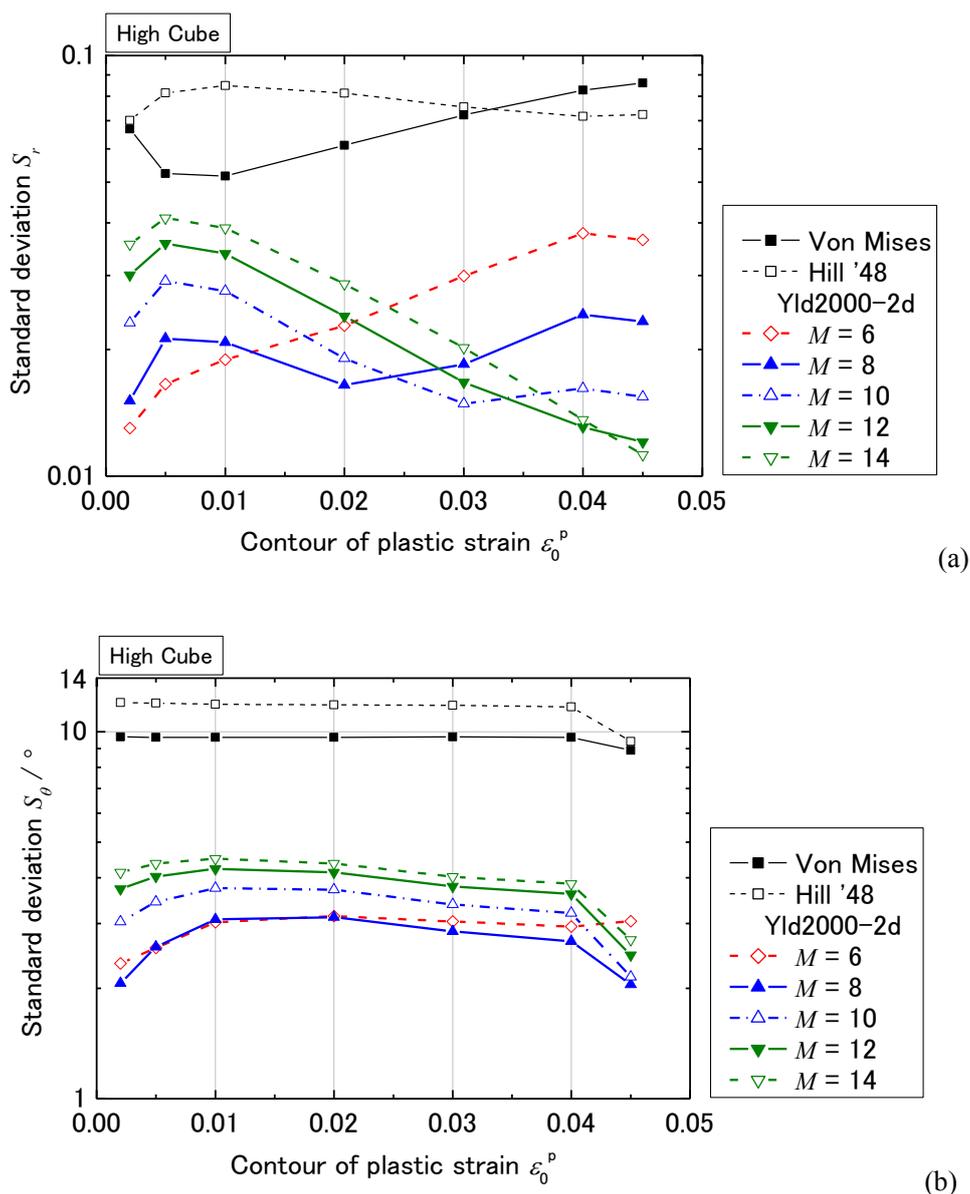


Fig. 2.19 Variations of standard deviations (High Cube)

(a) Measured stress points comprising the contours of plastic work, compared with theoretical yield loci based on conventional yield functions

(b) Measured directions of plastic strain rates, compared with those calculated using conventional yield functions

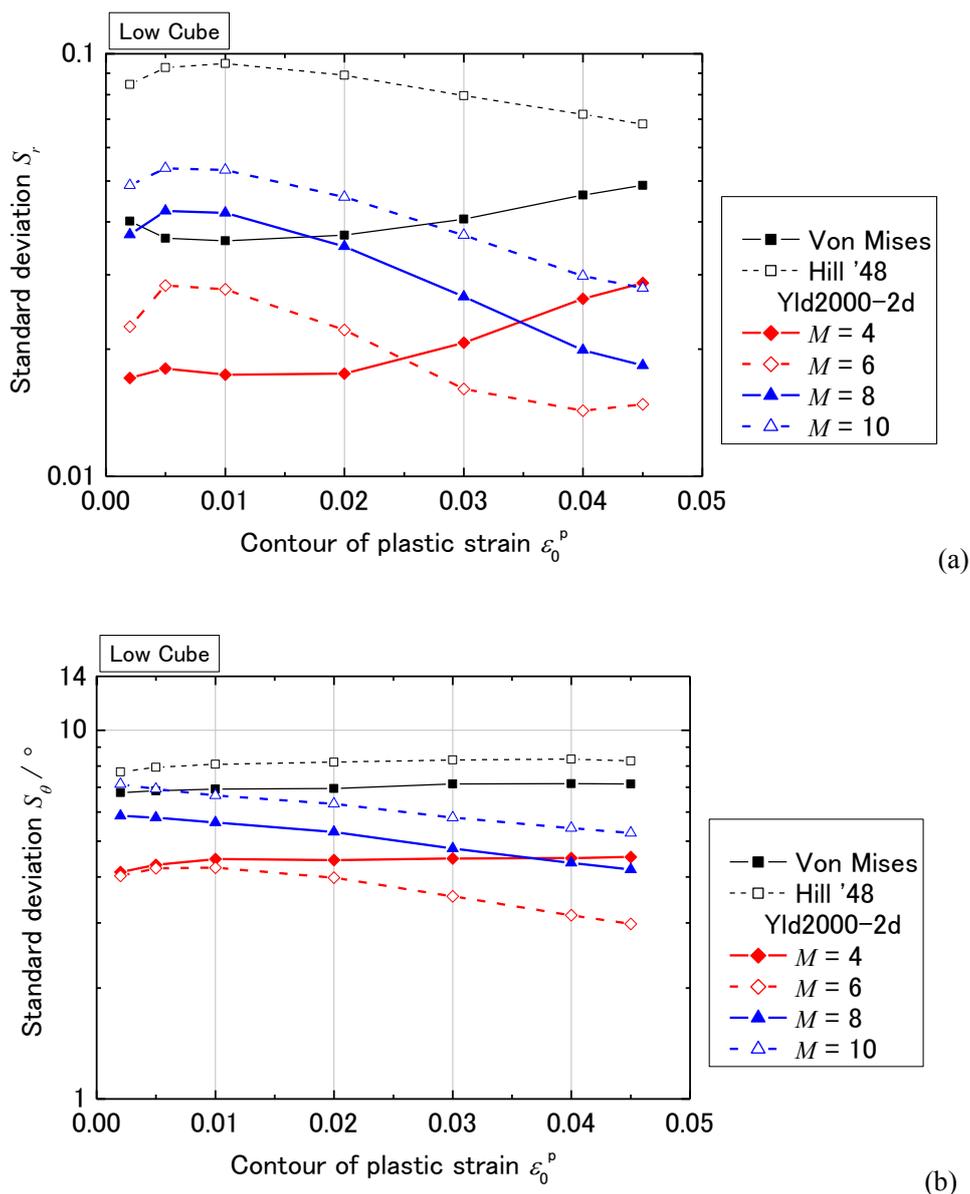


Fig. 2.20 Variations of standard deviations (Low Cube)

(a) Measured stress points comprising the contours of plastic work, compared with theoretical yield loci based on conventional yield functions

(b) Measured directions of plastic strain rates, compared with those calculated using conventional yield functions

2.3.4. High CubeとLow Cubeの実験結果及び最適な降伏関数の比較

前節で同定された降伏関数に対し、二軸応力下における塑性変形特性への集合組織の影響を明らかにするために、両供試材の無次元化等塑性仕事面と、無次元化等塑性仕事面に対して最も標準偏差が小さい降伏関数の比較を行う。比較を行うのは、基準塑性仕事 $\varepsilon_0^p = 0.002$ 、 $\varepsilon_0^p = 0.020$ について、および、すべての応力比で等塑性仕事点を得られたHigh Cubeで $\varepsilon_0^p = 0.040$ 、 $\varepsilon_0^p = 0.045$ についてそれぞれ比較を行う。

無次元化等塑性仕事面を比較するといずれの基準塑性仕事 ε_0^p でも、High CubeはLow Cubeの内側に位置し、Low Cubeは単軸引張状態、等二軸応力状態に対し、平面ひずみ状態での張り出しが大きい。特に基準塑性仕事 $\varepsilon_0^p = 0.002$ では、圧延方向が主応力の平面ひずみ状態で、Low Cubeの張り出しが非常に大きいことがわかる。また、基準塑性仕事High Cubeで $\varepsilon_0^p = 0.040$ 、 $\varepsilon_0^p = 0.045$ での比較では、High Cubeの無次元化等塑性仕事面はトレスカの降伏曲面に近くなる異方硬化挙動を示しているのに対し、Low Cubeでは相対的にの平面ひずみ変形領域における等塑性仕事面の張り出しが大きく、集合組織がアルミニウム合金板の二軸応力下での塑性変形挙動に大きく影響を及ぼすことが明らかとなった。

塑性ひずみ速度の方向の比較では、High Cubeは荷重比 $F_x:F_y=1:1$ では塑性ひずみ速度の方向が 45° 程度なのに対し、荷重比 $F_x:F_y=4;3,3:4$ では急激に平面ひずみ状態即ち塑性ひずみ速度の方向が 0° 、 90° に近付いていることがわかる。一方、Low Cubeでは荷重比 $F_x:F_y=4;3,3:4$ での平面ひずみへの近づき方は緩やかである。これは変形が法線則に従うとすれば、High CubeがLow Cubeより無次元化等塑性仕事面が等二軸応力方向に角張っており、等二軸応力付近での法線方向の変化が急であることも整合している。

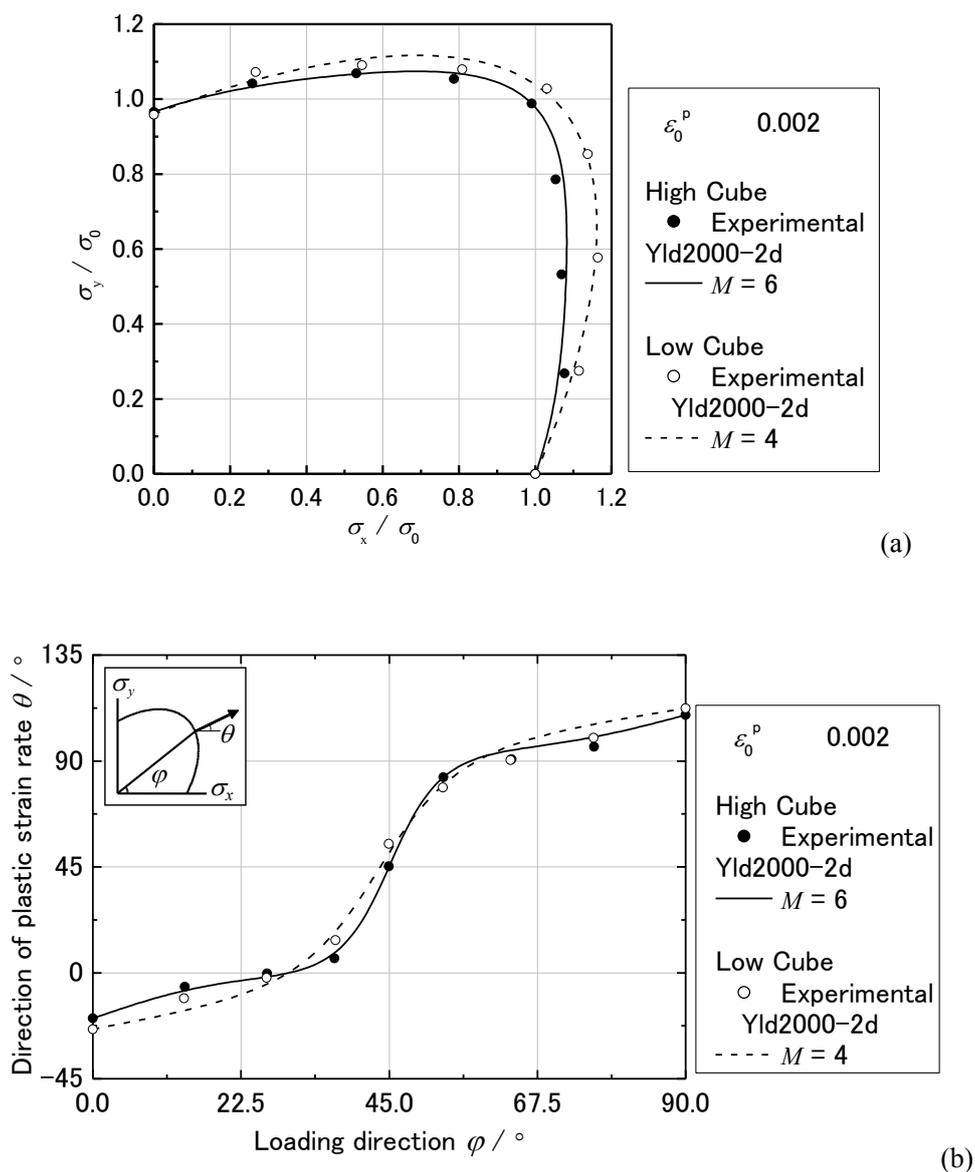


Fig. 2.21 (a) Measured stress points comprising the contour of plastic work at $\epsilon_0^p = 0.002$ and most accurate yield locus, compared with High Cube and Low Cube
 (b) Directions of plastic strain rates measured at $\epsilon_0^p = 0.002$ and calculated using most accurate yield functions, compared with High Cube and Low Cube

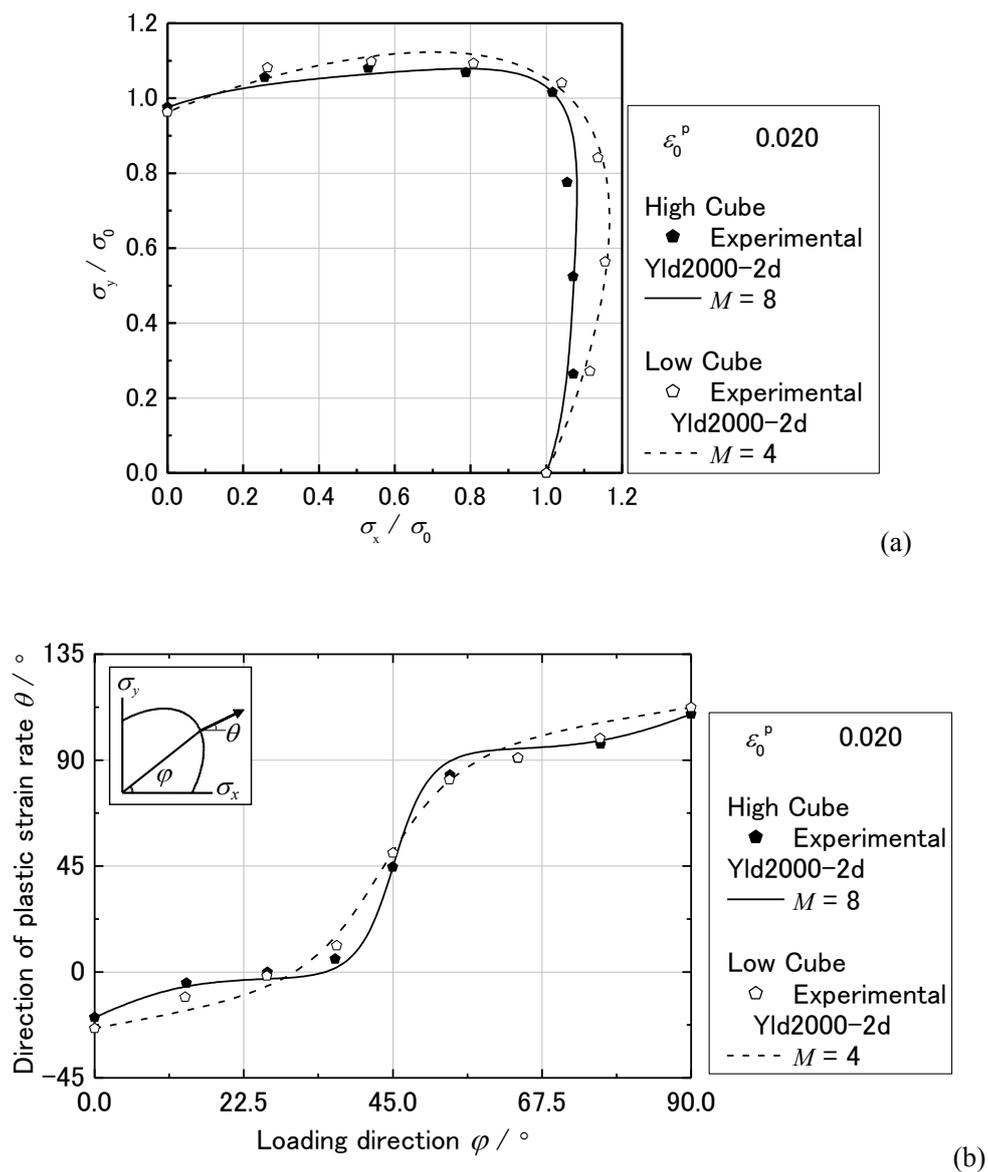


Fig. 2. 22 (a) Measured stress points comprising the contour of plastic work at $\epsilon_0^p = 0.020$ and most accurate yield locus, compared with High Cube and Low Cube
 (b) Directions of plastic strain rates measured at $\epsilon_0^p = 0.020$ and calculated using most accurate yield functions, compared with High Cube and Low Cube

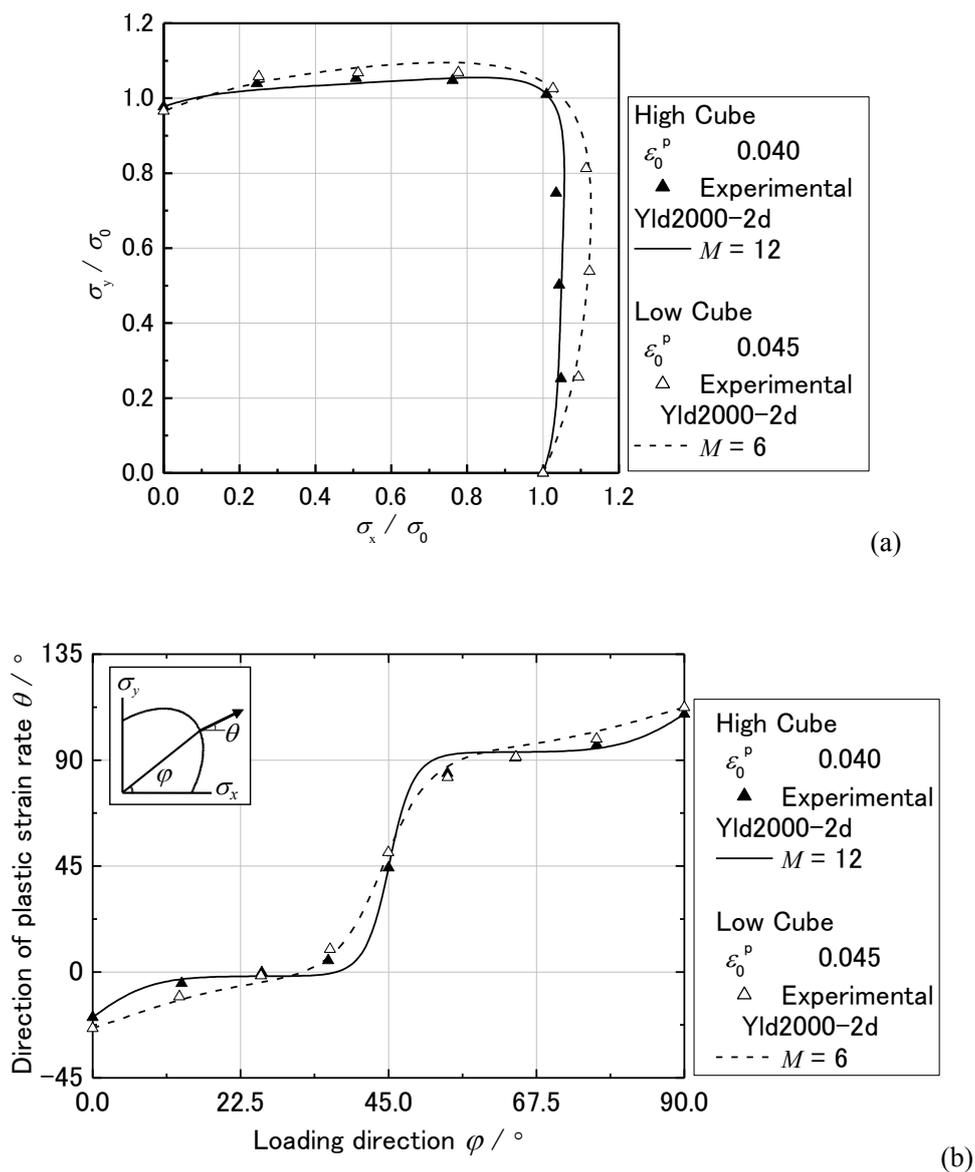


Fig. 2. 23 (a) Measured stress points comprising the contour of plastic work at $\varepsilon_0^p = 0.040$ (High Cube) or $\varepsilon_0^p = 0.045$ (Low Cube) and most accurate yield locus, compared with High Cube and Low Cube
 (b) Directions of plastic strain rates measured at $\varepsilon_0^p = 0.040$ (High Cube) or $\varepsilon_0^p = 0.045$ (Low Cube) and calculated using most accurate yield functions, compared with High Cube and Low Cube

2.4. 張出し成形に及ぼす集合組織の影響調査

2.4.1. 液圧バルジ張出し成形試験方法

(I) 試験機

液圧バルジ試験機は、試験片を乗せるベースプレート、押さえダイスにより構成されている。本試験機の概要を Fig. 2.24 に示す。試験機本体で試験片を固定し、増圧機より加圧を行い、頂点部を等二軸引張状態とする。試験片直径は 220mm、受圧部の直径は 150mm である。

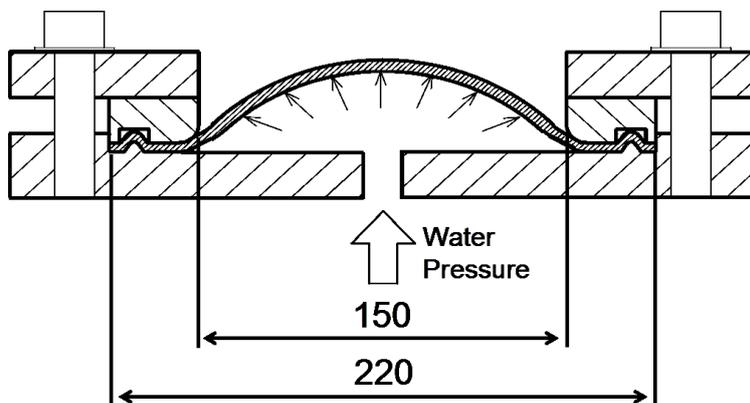


Fig. 2.24 Description of apparatus for hydraulic bulge test

(II) 等二軸応力下の応力-ひずみ関係の測定

液圧バルジ試験では、試験片頂点部近傍が等二軸応力状態であり、応力-ひずみ関係を測定することが可能である。有限要素解析にて用いる相当応力-相当ひずみ線図に使用するため、等二軸応力下の応力-ひずみ関係を測定した。ひずみの測定は、試験片中央部より 5mm 離れた位置に、塑性域ひずみゲージ（東京測器研究所製 YFLA-2）を、中心軸に沿って圧延方向と圧延直角方向にそれぞれ貼り付けた。

試験片中央部の等二軸応力の算出には、微小要素の力のつり合いより、以下の式を用いた。

$$\sigma = \frac{p(\rho - t)}{2t} \quad (2-4)$$

ただし、内圧 p 、試験片外表面の曲率半径 ρ 、板厚 t 。

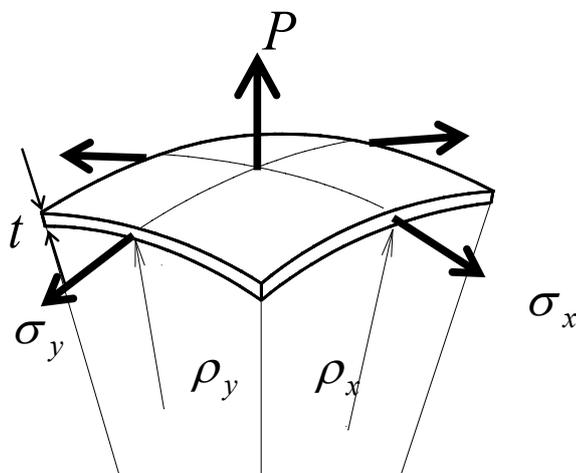


Fig. 2.25 Schematic illustration of small proportion of the elements

(III) 張出し成形時のひずみ分布の測定

有限要素解析を用いて、材料モデルの妥当性検証を行うために、張出し成形時に試験片に加わるひずみ分布を比較した。ひずみ分布は **Fig. 2. 26** に示すように事前に試験片描いた 5mm 角格子の形状変化を測定することにより、圧延方向を基準 (0°) として、 45° 毎のひずみ分布を測定した。

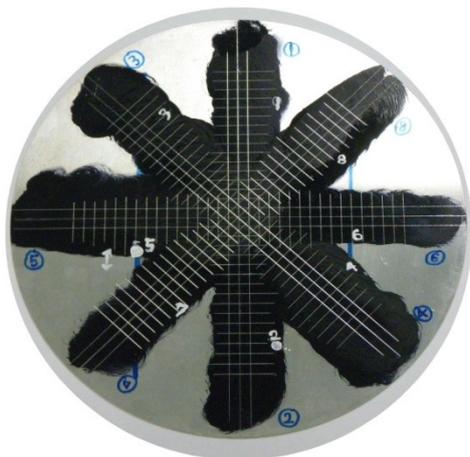


Fig. 2. 26 Specimen for measuring strain distribution

2.4.2. 液圧バルジ成形の試験結果

(I) 応力-ひずみ線図

液圧バルジ試験、二軸引張試験によって測定された等二軸応力下の真応力 - 対数板厚塑性ひずみ線図、値の安定している第二負荷までの範囲で近似した Swift の加工硬化式、Voce の加工硬化式との比較を **Fig. 2. 27** に示す。第三負荷では、ひずみゲージ直下に描いた罫書線にひずみが集中した結果データがばらついていると考えられる。試験結果は小型二軸引張試験により行った荷重比 $F_x:F_y=1:1$ の結果と良い一致を示しており、除荷なしでは液圧バルジ試験の結果は妥当だと言える。しかし、ひずみゲージの測定限界のため、除荷 - 再負荷をした際、応力 - ひずみ曲線の傾きに差が出ており、再負荷なしでの試験が望まれる。近似した加工硬化式のパラメータを **Table 2. 6** に示す。

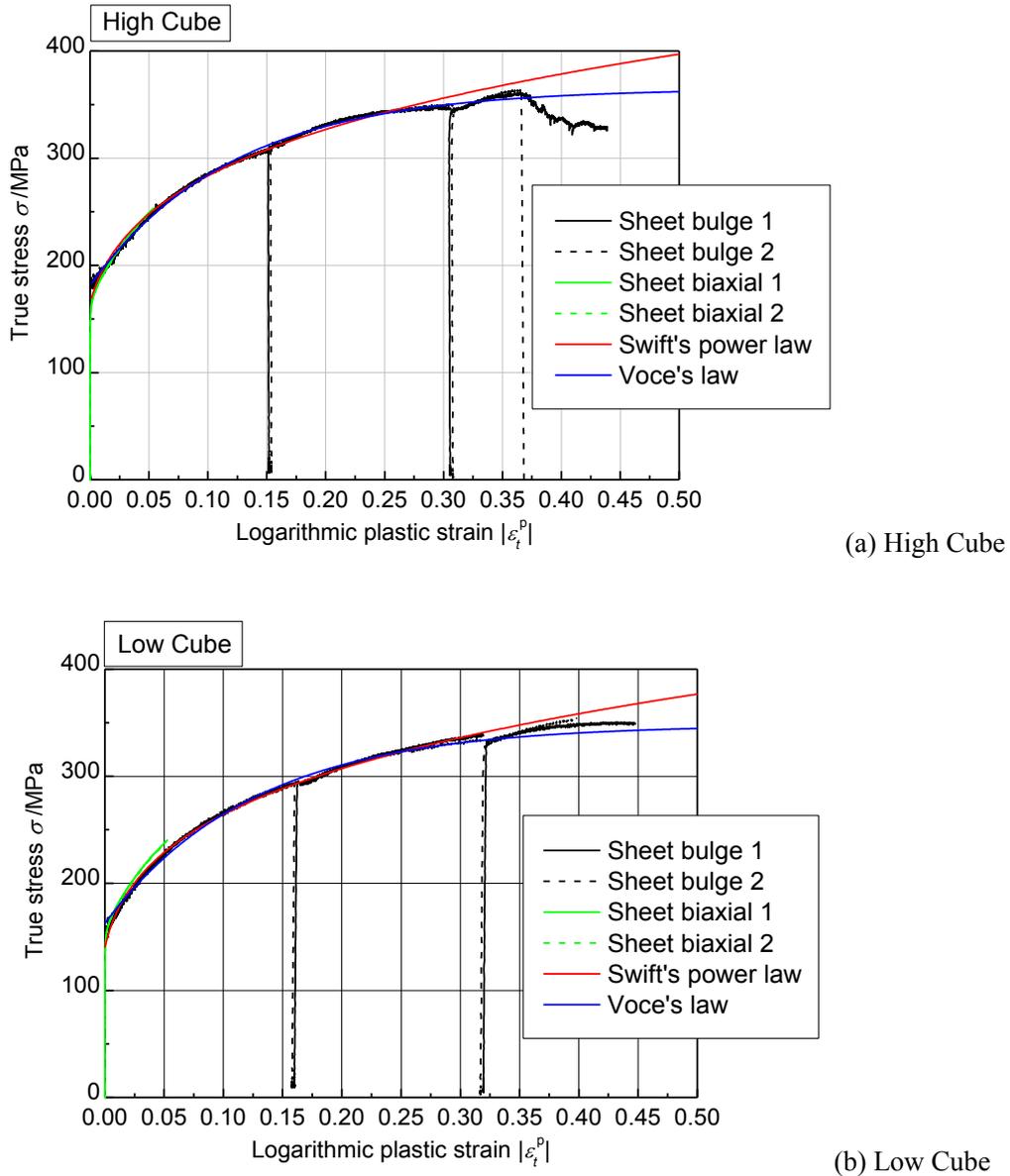


Fig. 2. 27 True stress - logarithmic plastic strain diagram comparison of Sheet bulge and Sheet biaxial

Table 2. 6 Approximate parameters for hydraulic bulge test

	c^* /MPa	n^*	α^*	A^{**} /MPa	B^{**} /MPa	C^{**}
High Cube	457.4	0.21	0.005	365.0	183.6	8.2
Low Cube	439.7	0.23	0.007	348.0	185.4	8.0

*Approximated using $\sigma = c(\alpha + \varepsilon^p)^n$ at $\varepsilon^p = 0.002 \sim \varepsilon_B^p$

**Approximated using $\sigma = A - B \times \exp\{-C \times \varepsilon^p\}$ at $\varepsilon^p = 0.002 \sim \varepsilon_B^p$

相当塑性ひずみ速度 - 相当塑性ひずみ線図を Fig. 2. 28 に示す. 本試験では, 圧延方向の真ひずみ速度が一定になるように試験を行い, 相当塑性ひずみ速度はおよそ一定に保たれていることがわかる. しかし, 降伏初期と, 破断直前の相当塑性ひずみ速度は乱れている. 降伏初期は変形が安定していないために相当塑性ひずみ速度が乱れており, 破断直前は制御している圧延方向の塑性ひずみ速度と, 制御していない圧延直角方向の塑性ひずみ速度がばらつくため, 相当塑性ひずみ速度が乱れると考えられる.

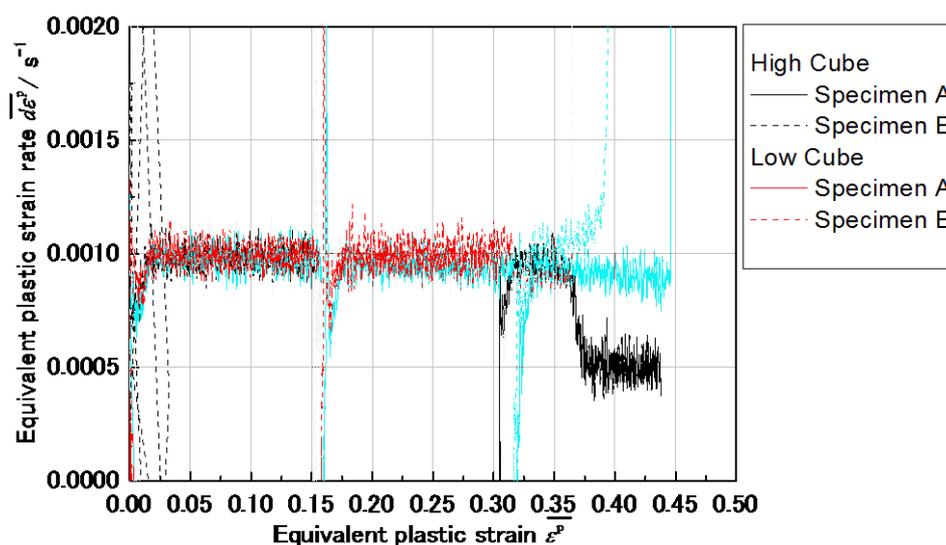


Fig. 2. 28 Equivalent plastic strain rate

(II) 等二軸応力下での成形限界ひずみ

液圧バルジ試験によって測定された等二軸応力下の成形限界ひずみを Fig. 2. 29 に示す. なお, 両供試材共にN数は2である. 結果より, 頂点部のひずみは等二軸ひずみ状態となっており, 成形限界ひずみ $(\epsilon_x^*, \epsilon_y^*)$ は High Cube が $(0.303 \pm 0.012, 0.293 \pm 0.013)$, Low Cube が $(0.273 \pm 0.015, 0.276 \pm 0.015)$ であった. High Cubeの方がLow Cubeよりも等二軸応力下における成形限界ひずみが大きい. したがって, アルミニウム合金板の等二軸引張応力状態における成形限界ひずみに集合組織が影響を及ぼすことが確認された.

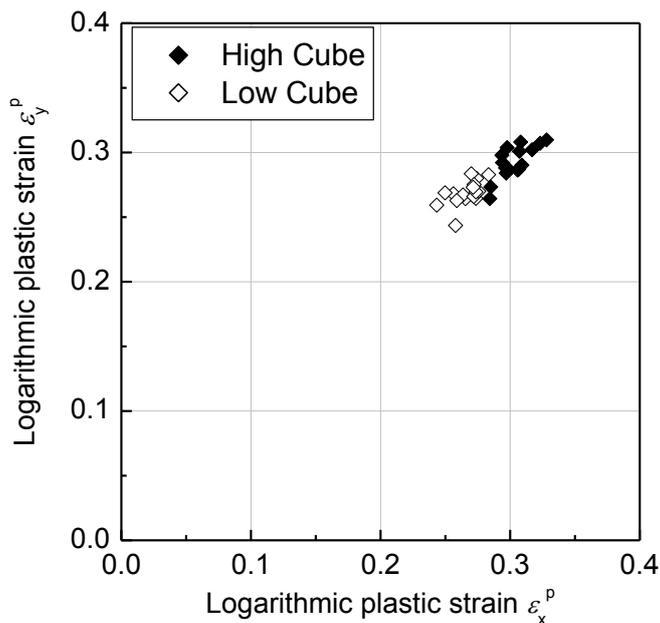


Fig. 2. 29 Forming limit strain (equibiaxial tension)

(III) ひずみ分布の測定

5mm格子にて測定された成形高さが38mm時点での主ひずみ分布をFig. 2. 30に、板厚ひずみ分布をFig. 2. 31に示す。なお、両グラフのプロットはN数2の試験結果の平均値を示す。

測定結果より、両供試材共に試験片頂点部では等二軸ひずみ状態、試験片端部では平面ひずみ状態である。また、High CubeとLow Cubeではひずみ分布の傾向が異なっていることがわかる。High CubeとLow Cubeの試験片頂点部と試験片端部でのひずみ分布を比較すると、High Cubeでは比較的、試験片端部でひずみが大きいのに対しLow Cubeでは比較的、試験片頂点部でひずみが大きい。これは前節のスクライブドサークルを用いてひずみ分布を測定した際と同様の傾向である。また、Low Cubeでは測定方向によるひずみ分布の差はほとんど無いのに対し、High Cubeでは圧延方向(0°)、圧延直角方向(90°)の傾向と45°方向での傾向に差があり、45°方向のひずみ分布は0°、90°方向と比較し、試験片端部以外の場所で ϵ_1 が小さく測定されている。しかし、試験片端部ではその関係が逆転し、0°、90°方向の ϵ_1 よりも45°方向の ϵ_1 が大きい。これは、High Cubeの方がLow Cubeよりも面内異方性が強いことに起因すると考えられる。

板厚ひずみ分布の測定結果を比較すると、同一供試材では板厚方向ひずみに及ぼす測定角度(0°、45°、90°)の影響は少ない。しかし、両供試材間で比較すると、板厚ひずみ分布の差は大きい。初期半径座標 $R=0\sim 60\text{mm}$ の範囲ではLow CubeがHigh Cubeよりも板厚ひずみが大きく、 $R=60\sim 75\text{mm}$ ではHigh CubeがLow Cubeよりも板厚ひずみが大きいことがわかる。この要因は、前節と同様、High CubeとLow Cubeの集合組織の差に起因する、二軸応力状態の塑性変形挙動の差異が現れた結果と考察できる。すなわち、等塑性仕事面の形状が、平面ひずみ状態においてより膨らんだ形状となっているLow Cube材は、等二軸ひずみ状態である頂点部に対して、平面ひずみ状態である周辺部が相対的にひずみ難く、逆に等塑性仕事面の形状が、平面ひずみ状態において

ほとんど膨らまないHigh Cube材は、等二軸ひずみ状態である頂点部に対して、平面ひずみ状態である周辺部が相対的にひずみ易く、板厚ひずみ分布の差異が生じた。

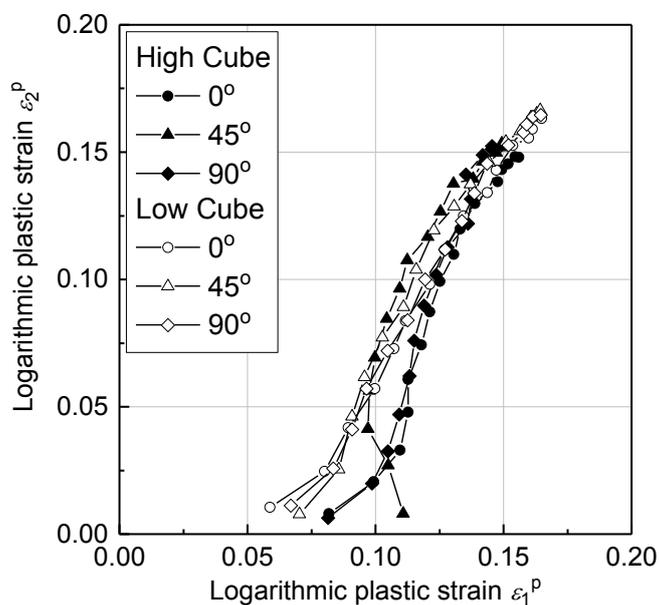


Fig. 2. 30 Strain distribution diagram

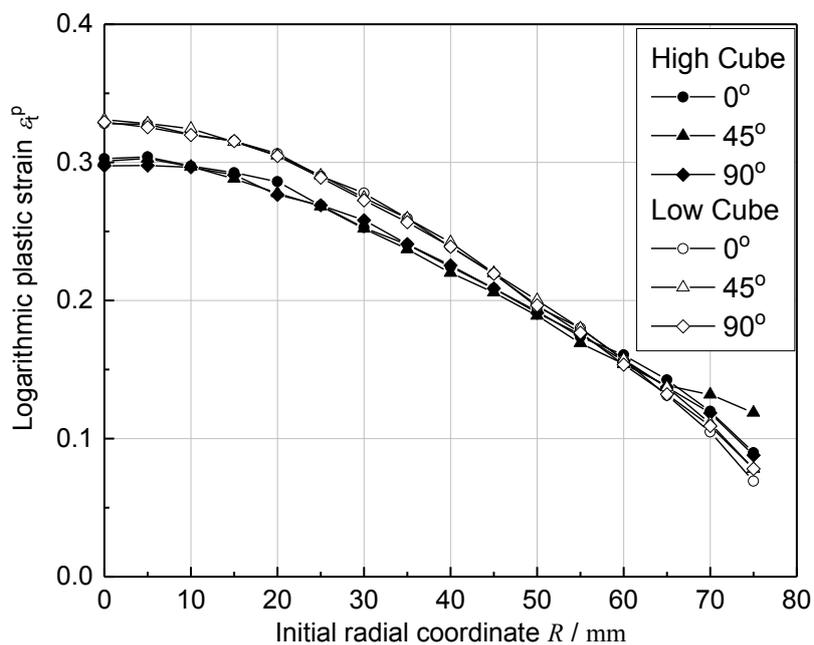


Fig. 2. 31 Thickness strain distribution diagram

2.5. 張出し成形シミュレーションによる材料モデルの妥当性検証

本節では、これまでに同定した異方性降伏関数，加工硬化式を用い，液圧バルジ有限要素解析を行う．次に，前節で行った液圧バルジ試験でのひずみ分布の測定結果とFEM解析による計算値の比較を行い，異方性降伏関数，加工硬化式が液圧バルジ成形シミュレーションの解析精度に与える影響を明らかにする．

2.5.1. 解析条件

(I) 解析ソフトウェア

メッシュ分割ソフトはHyper Mesh Ver.10.0，FEM解析のソルバーはABAQUS/Standard Ver.6.9-1を使用する．ポストプロセッサとしてABAQUS/Viewerを用いる．

(II) 解析モデル

解析モデルをFig. 2. 32に示す．対称性を考慮して，1/4モデルで解析を行う．ブランク，ダイ，ホルダーの各寸法は液圧バルジ試験での実験時と同様の値とする．ブランクは4節点低積分シェル要素S4R，ダイ，ホルダーは解析的剛体と定義する．座標系はブランクの圧延方向をx軸，圧延直角方向をy軸，板厚方向をz軸とした．また，ブランク形状は液圧バルジ試験装置でビード固定される半径95mmとし，メッシュ分割は半径方向に1mm，半径30～95mm部は円周方向に36分割，半径30mm以内は自動分割とする．ブランクのメッシュ分割モデルをFig. 2. 33に示す．

ブランクとダイ，ホルダーの接触条件は表面同士による接触Surface to Surfaceで，摩擦係数は0.3とした．また，ダイの下向きの押さえつけ力は，ボルト締め付け力による計算値から30kN/1/4モデルとして解析を行った．なお，本章のFEAにおいては，ビードのモデル化は省略して，ビードからの材料流入は無いものと仮定した．

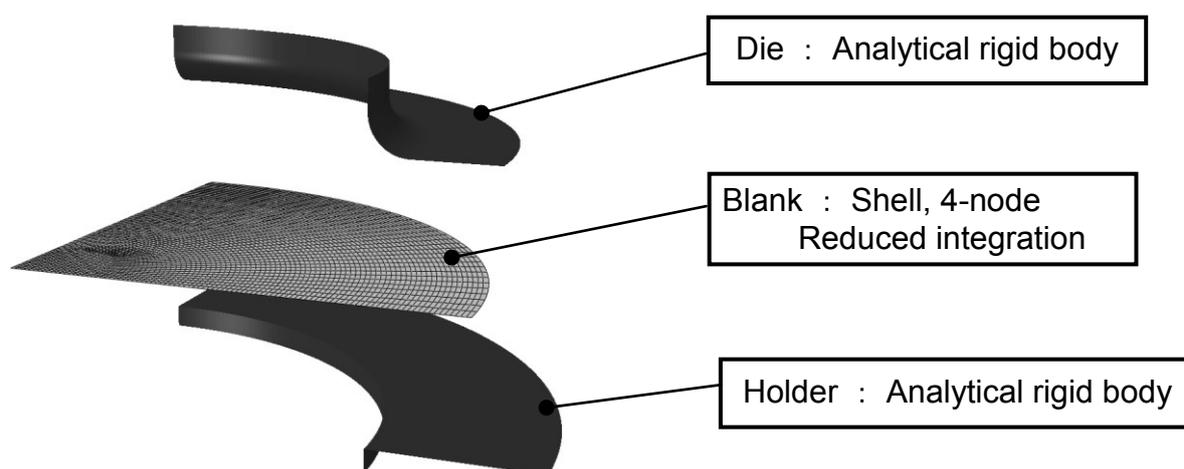


Fig. 2. 32 Schematic illustration of FEM model

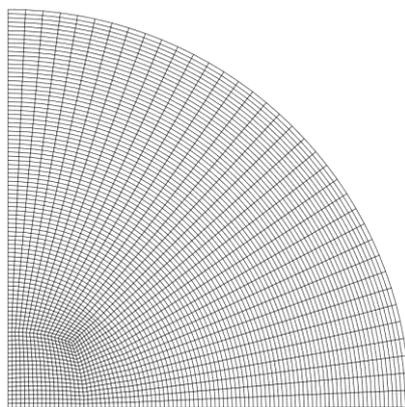


Fig. 2. 33 FEM model of initial blank

(III) 材料モデル

本解析に用いる材料モデルは、前節までに測定された材料モデルを用いる。加工硬化式は、圧延方向単軸引張試験、液圧バルジ試験による等二軸引張試験にて得られたSwiftの式とVoceの式をそれぞれ用いる。降伏関数は、von Mises, Hill '48, Yld2000-2dを用い、Yld2000-2dについては二軸引張試験にて各荷重比すべての等塑性仕事点のデータがある中で、最大の基準塑性仕事 ϵ_0^p のモデルを用いる。すなわち、High Cube材では基準塑性仕事 $\epsilon_0^p = 0.040$ で測定された中で標準偏差の最も小さい次数 $M = 12$ のもの、Low Cube材では基準塑性仕事 $\epsilon_0^p = 0.045$ で測定された中で標準偏差の最も小さい次数 $M = 6$ のものである。

ここで、等二軸引張試験の真応力 σ - 対数塑性ひずみ ϵ 線図より、相当応力 $\bar{\sigma}$ - 相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}$ 線図を求める為に、降伏関数を同定する際に基準とした、基準塑性ひずみ ϵ_0^p 時の圧延方向単軸引張試験での降伏応力 σ_0 と等二軸引張試験での降伏応力 σ_b の比 $x = \sigma_b / \sigma_0$ を用いて、以下の式により変換する。

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{x} \tag{2-5}$$

$$\bar{\epsilon} = x\epsilon \tag{2-6}$$

変換後の各材料パラメータをTable 2. 7, Table 2. 8に示す。

Table 2. 7 Mechanical properties for High Cube and Low Cube

	Experimental Method	$\sigma_{0.2}$ /MPa	c /MPa	n	α	A /MPa	B /MPa	C
High Cube	Uniaxial*	169.1	493.9	0.24	0.008	350.6	185.0	11.2
	Biaxial**	165.9	454.7	0.22	0.009	361.4	181.8	8.2
Low Cube	Uniaxial*	152.1	474.1	0.25	0.007	343.3	191.5	10.0
	Biaxial**	152.8	426.1	0.23	0.007	339.2	180.7	7.8

*Approximated to uniaxial tension test

**Approximated to hydraulic bulge test

Table 2. 8 Anisotropic parameters of Yld2000-2d yield function

	ϵ_0^p	M	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
High Cube	0.040	12	0.9418	1.0082	0.9243	1.0181	1.0095	0.9610	0.8045	1.3614
Low Cube	0.045	6	0.9405	1.0041	0.8923	1.0315	0.9978	0.8949	0.7312	1.3304

2.5.2. 解析結果

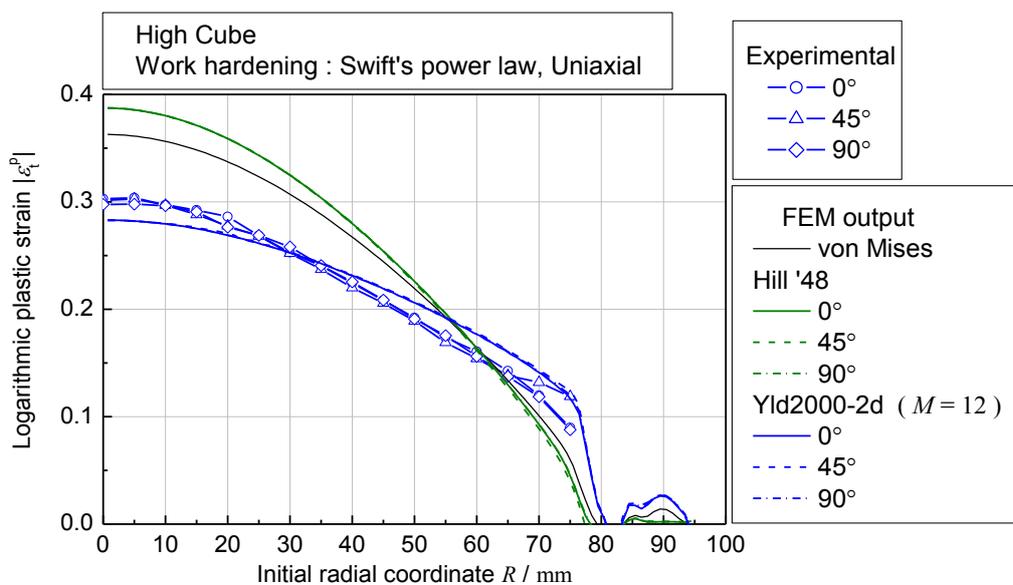
各降伏関数を用いて、加工硬化式を変更した解析結果と実験値との板厚ひずみ - 初期半径座標の比較をFig. 2. 34~Fig. 2. 37に示す。FEAの計算結果および実験による測定結果は、圧延方向 (0°) を基準として圧延45°方向 (45°)、圧延直角方向 (90°) の結果をそれぞれプロットした。

実験結果と計算結果の比較より、どの加工硬化式を使用した場合も、実験結果の傾向をよく再現できる降伏関数はYld2000-2dであった。また、実験より得られたHigh CubeとLow Cubeを比較した場合、相対的にHigh Cubeは試験片端部のひずみが大きく、Low Cubeは試験片頂点部のひずみが大きく、その傾向は、Yld2000-2d降伏関数によりいずれの加工硬化式を使用した結果においても再現できている。

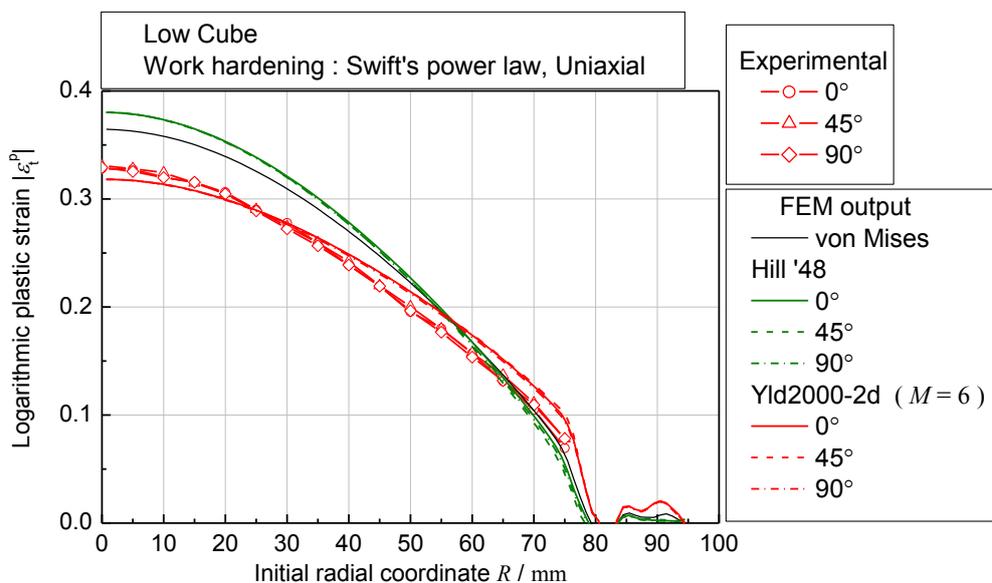
同じ加工硬化式を使用した場合、加工硬化式のパラメータを単軸引張試験結果より同定したものよりも、等二軸引張試験結果より同定した値を使用した方が、実験結果をよく再現できている。これは、応力状態によって加工硬化挙動が異なり、異方硬化挙動が解析精度に影響を及ぼしたためだと推察される。両供試材の解析結果を比較すると、異方硬化挙動の比較的少ないLow Cubeの計算結果は加工硬化式の選択の影響をあまり受けていないのに対し、異方硬化挙動の強いHigh Cubeの計算結果は、選択した加工硬化式の影響を強く受けていることから、供試材の異方硬化挙動が計算結果に影響を与えることが確認された。また、両供試材共に、相当応力—相当ひずみ線図に単軸引張試験の測定結果を利用した解析結果より、等二軸引張試験による測定結果を利用した結果の方が解析結果は実験結果の全体的な傾向を再現できている。したがって、異方硬化挙動を示す材料で等方硬化を仮定して有限要素解析を行う場合は、可能な限り解析対象に加わる応力状態に近い状態で測定した加工硬化式を、解析で使用する相当応力—相当ひずみ線図として使用することが望ましい。なお、本章で用いた供試材異方硬化挙動を示したが、FEAでは等方硬化を仮定した。異方硬化挙動がFEA精度に及ぼす影響に関しては次章以降に述べる。

High Cubeの計算結果より、実験値を全体的に最も精度良く再現できているのは等二軸引張試験によるSwiftの加工硬化式を使用した場合である。等二軸引張試験によるVoceの加工硬化式を使用して計算した場合は、試験片頂点部以外のひずみは実験の傾向をよく再現できているが、試験片頂点部において、急激にひずみが集中していることが確認された。これは、Voceの加工硬化式はある応力値に達すると加工硬化が飽和する式の性質より、計算中に応力値の最も高くなる試験片頂点部の変形が、加工硬化の飽和するひずみレベルに達し、力のつりあいを満たすためにひずみが集中した結果だと考えられる。また、von Misesの降伏関数と、Hillの二次降伏関数による計算値は、いずれの加工硬化式においても実験値より試験片頂点部のひずみを大きく見積もり、試験片端部のひずみを小さく見積もっている。

Low Cube の計算結果より、実験値を精度良く再現できているのは等二軸引張試験による Swift の加工硬化式、または Voce の加工硬化式を使用した場合である。これら双方の結果は実験値を同程度精度良く再現できており、試験片端部はわずかにひずみを大きく見積もっているものの、計算精度が非常に高いことが確認された。また、von Mises の降伏関数と、Hill の二次降伏関数による計算値は、いずれの加工硬化式においても実験値より試験片頂点部のひずみを大きく見積もり、試験片端部のひずみを小さく見積もっている。

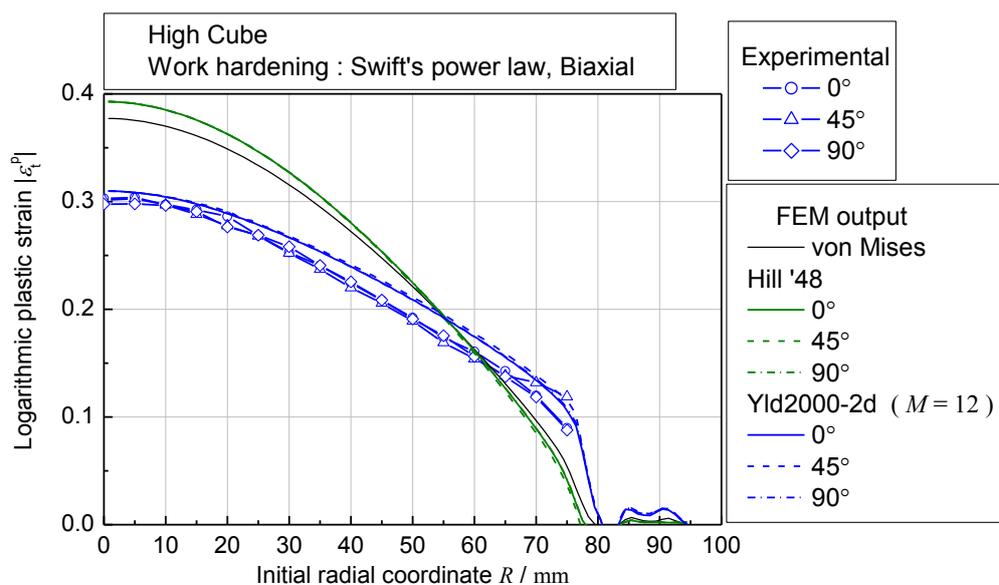


(a) High Cube

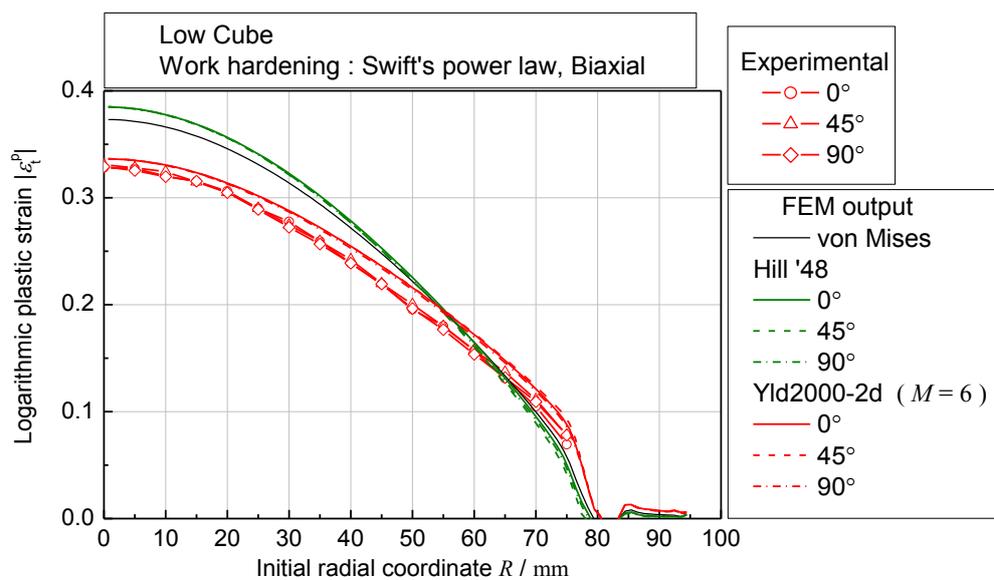


(b) Low Cube

Fig. 2. 34 Comparison of thickness strain distribution calculated by each yield function and measured by experimental, The hardening formula is Swift’s power law and approximated by uniaxial test

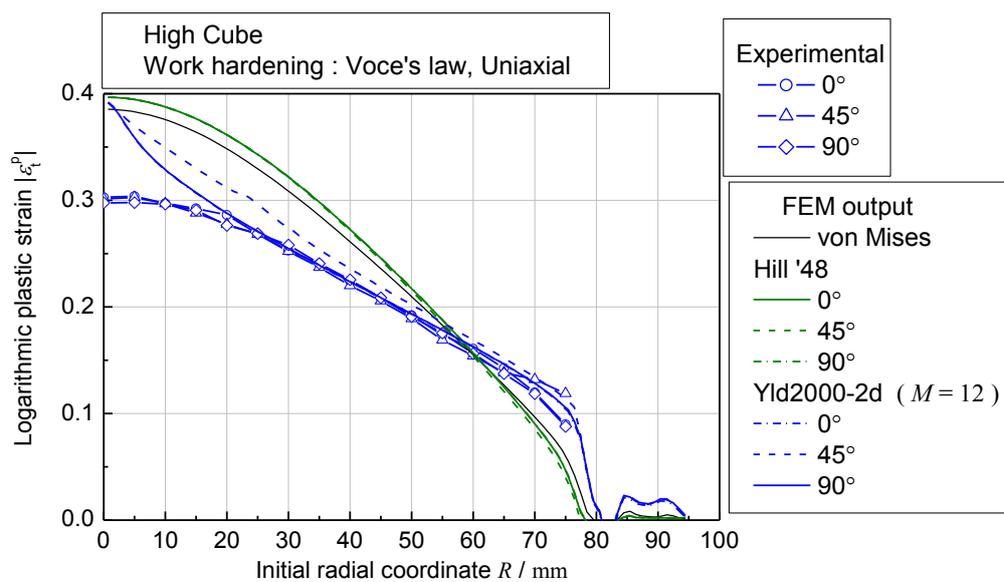


(a) High Cube

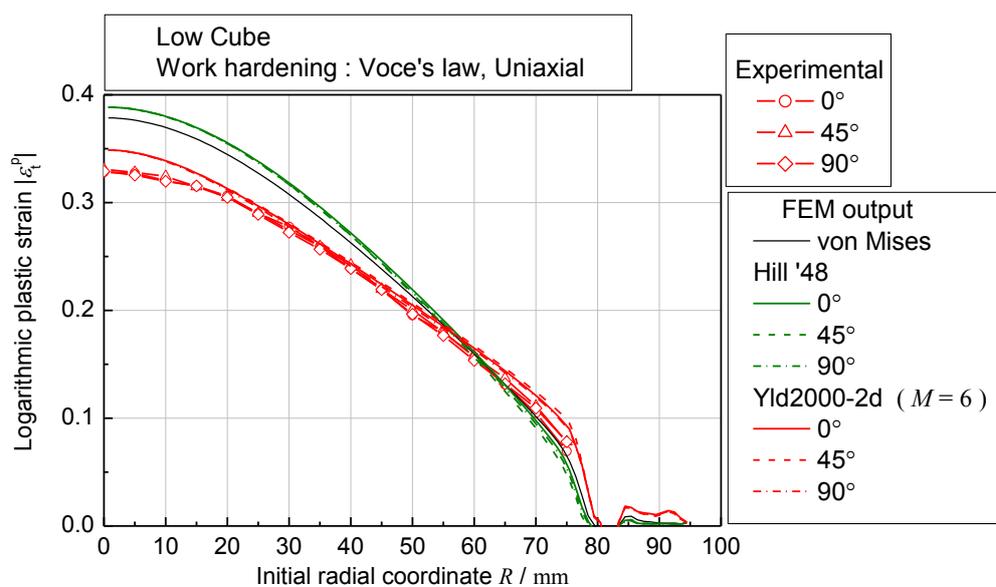


(b) Low Cube

Fig. 2.35 Comparison of thickness strain distribution calculated by each yield function and measured by experimental, The hardening formula is Swift's power law and approximated by biaxial test

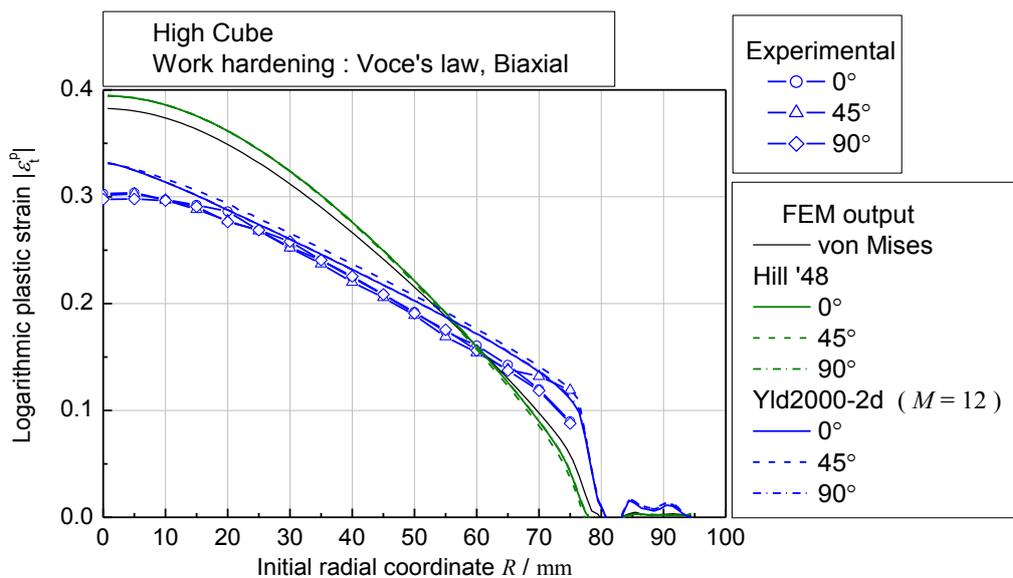


(a) High Cube

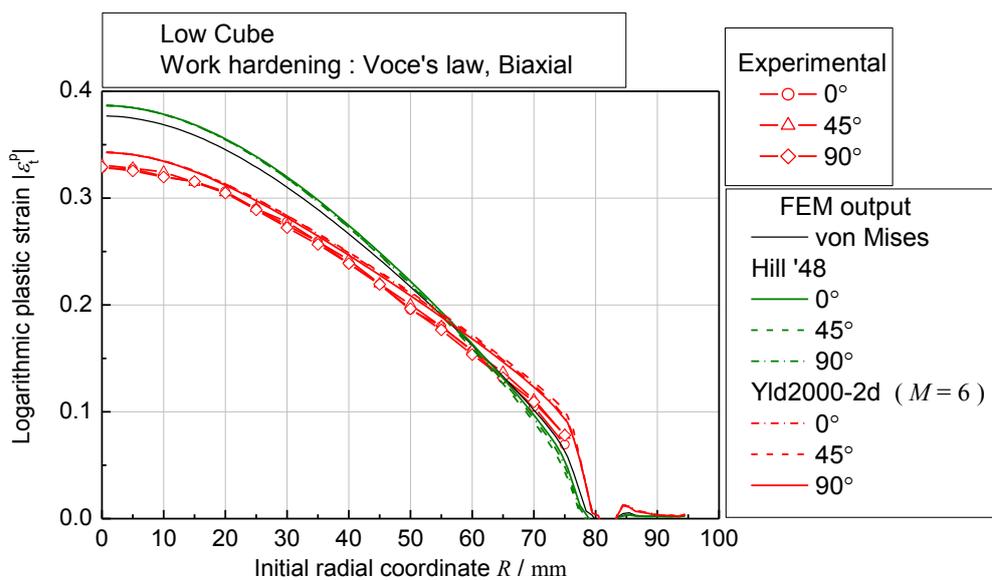


(b) Low Cube

Fig. 2. 36 Comparison of thickness strain distribution calculated by each yield function and measured by experimental, The hardening formula is Voce's law and approximated by uniaxial test



(a) High Cube



(b) Low Cube

Fig. 2. 37 Comparison of thickness strain distribution calculated by each yield function and measured by experimental, The hardening formula is Voce's law and approximated by biaxial test

2.6. 結言

本章では、化学組成が同一で集合組織の異なる二種類のアルミニウム合金板の二軸応力下における弾塑性変形挙動を測定した。加えて、これらの弾塑性変形挙動を精度よく再現できる加工硬化式および降伏関数の同定を行い、マイクロ組織の差異に起因する塑性変形特性の違いを、現象論マクロモデルで表現した。また、液圧バルジ試験を行いアルミニウム合金板の集合組織が成形性に及ぼす影響について調査した。さらに、液圧バルジ成形の実験結果と解析結果の差異を詳細に検証した。その結果、以下の知見を得た。

- (I) 両供試材共に、塑性仕事の増加に伴い等塑性仕事面の形状が等方的な von Mises 型から、等二軸方向に尖ったような Tresca 型に変化する、異方硬化挙動が確認された。
- (II) High Cube の等塑性仕事面および塑性ひずみ速度の方向は、Yld2000-2d 降伏関数による計算値と良い一致を示しており、 ϵ_0^p の増加に伴い次数は 6 から 12 へと増えることがわかった。Low Cube の等塑性および塑性ひずみ速度の方向は、Yld2000-2d 降伏関数による計算値と良い一致を示しており、次数 6 が実験値を精度良く再現できることが確認された。
- (III) 化学組成が同一で集合組織の異なるアルミニウム合金板の、マイクロ組織の差異に起因する塑性変形特性の違いは、現象論マクロモデルで表現された。
- (IV) 成形高さを同一とした液圧バルジ成形時のひずみ分布は High Cube と Low Cube で異なり、相対的に High Cube は平面ひずみ状態の試験片端部のひずみが大きく、Low Cube は等二軸応力状態の試験片頂点部のひずみが大きいことが確認された。
- (V) 液圧バルジ成形シミュレーションの計算結果より、両供試材共に、液圧バルジ成形時のひずみ分布の実験結果を最も精度良く再現できる降伏関数は Yld2000-2d であった。
- (VI) 異方硬化挙動が発現する材料に関して、等方硬化を仮定してシミュレーションを行う場合は、可能な限り解析対象に加わる応力状態に近い状態で測定した加工硬化式を、解析で使用する相当応力-相当ひずみ線図として使用することで解析精度が向上する。

以上により、成形シミュレーション精度向上に資する現象論マクロモデルの有用性を示した。しかしながら、本章で用いた供試材は異方硬化挙動を示しているにもかかわらず、FEA における硬化則には等方硬化則を用いた。金属材料の成形シミュレーション精度のさらなる向上には、材料の示す異方硬化挙動を正確に再現できる材料モデルの使用が有効であると推察される。FEA 精度に及ぼす異方硬化の影響に関する検討に関しては次章以降で述べる。

参考文献

- [1] Kuwabara, T. (2007). Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. *International Journal of Plasticity*, **23**(3), 385-419.
- [2] Banabic, D., Barlat, F., Cazacu, O. & Kuwabara, T. (2010). Advances in anisotropy and formability. *International Journal of Material Forming*, **3**(3), 165-189.
- [3] Barlat, F. & Kuwabara, T. (2016). Anisotropic yield conditions in mathematical theory of plasticity. *塑性と加工*, **57**, 230-237.
- [4] Yoon, J. W., Barlat, F., Dick, R. E., Chung, K. & Kang, T. J. (2004). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part II: FE formulation and its implementation. *International Journal of Plasticity*, **20**(3), 495-522.
- [5] 守屋岳志, 桑原利彦, 木村星香, 高橋進. (2010). 自動車外板部品の面ひずみ予測精度に及ぼす異方性降伏関数の影響. *塑性と加工*, **51**(588), 43-49.
- [6] 橋本一真, 桑原利彦, 飯塚栄治, Yoon, J. W. (2010). 590 MPa 級冷延鋼板の穴広げ成形シミュレーションの解析精度に及ぼす異方性降伏関数の影響. *鉄と鋼*, **96**(9), 557-563.
- [7] Kuwabara, T., Hashimoto, K., Iizuka, E. & Yoon, J. W. (2011). Effect of anisotropic yield functions on the accuracy of hole expansion simulations. *Journal of Materials Processing Technology*, **211**(3), 475-481.
- [8] 浅野峰生, 内田秀俊, 吉田英雄. (2007). Al-Mg-Si 系合金の n 値に及ぼす集合組織の影響. *軽金属学会大会講演概要*, 112, 179-180.
- [9] 伊川慎吾, 浅野峰生, 黒田充紀, 吉田健吾. (2011). アルミニウム合金板の曲げ加工性に及ぼす板厚方向の集合組織分布の影響. *軽金属*, **61**(2), 53-59.
- [10] Yoshida, K., Ishizaka, T., Kuroda, M. & Ikawa, S. (2007). The effects of texture on formability of aluminum alloy sheets. *Acta Materialia*, **55**(13), 4499-4506.
- [11] Shiratori, E. & Ikegami, K. (1968). Experimental study of the subsequent yield surface by using cross-shaped specimens. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **16**(6), 373-394.
- [12] Kuwabara, T., Ikeda, S. & Kuroda, K. (1998). Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension. *Journal of Materials Processing Technology*, **80**, 517-523.
- [13] ISO 16842: 2014, Metallic materials—Sheet and strip—Biaxial tensile testing method using a cruciform test piece.
- [14] 花房泰浩, 瀧澤英男, 桑原利彦. (2011). 十字形試験片を用いた二軸応力試験の数値解析的検証. *塑性と加工*, **52**(601), 282-287.
- [15] Hanabusa, Y., Takizawa, H. & Kuwabara, T. (2013). Numerical verification of a biaxial tensile test method using a cruciform specimen. *Journal of Materials Processing Technology*, **213**(6), 961-970.
- [16] Mises, R. V. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand, Göttingen Nachrichten. *Mathematical Physics Klasse*, 582-592.
- [17] Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London A*, **193**(1033), 281-297.

- [18] Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H. & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, **19**(9), 1297-1319.

第3章

異方硬化挙動の有限要素解析への適用

3.1. 背景

第2章において、マイクロ組織の異なる材料の二軸応力下での塑性変形特性の差異を現象論マクロモデルである異方性降伏関数のパラメータの違いとして表現し、張り出し成形シミュレーションによる実験検証にてそのモデル化手法の妥当性を立証した。その際、二軸応力試験結果では異方硬化挙動が測定されたが、FEAにおいては等方硬化則とみなして計算を行った。FEAをはじめとする成形シミュレーションにおいて、材料の実変形挙動を忠実に再現するためには、異方硬化挙動をモデル化し、FEAに適用する必要がある。

Hill & Hutchinson[1]およびHillら[2]は、黄銅管の異方硬化挙動を測定し、加工硬化指数を応力状態のパラメータとすることによる異方硬化挙動のモデル化手法を示した。Kuwabaraら[5]は、種々の冷延鋼板について二軸引張試験を行い、二軸応力状態における異方硬化挙動に及ぼす r 値の影響を評価した。橋本ら[6]及びKuwabaraら[7]は冷延高張力鋼板の伸びフランジ成形時のFEA結果と実験結果の差異の原因を、実材料が異方硬化挙動を示すのに対し、FEAでは等方硬化を仮定して計算した影響であると考察している。異方硬化挙動を有限要素解析（FEA）に導入し、その影響を調査した研究として、マグネシウムの圧縮と引張の非対称硬化挙動を表現した研究[8]や、降伏曲面の形状の温度依存性を導入して、アルミニウム合金板の張り出し成形時の割れ発生箇所を予測した研究[9~11]があるが、これらの研究では、降伏関数の異方性パラメータを相当塑性ひずみや温度の関数として異方硬化挙動を表現している。

降伏関数はvon Misesの2次降伏関数[12]、Gotohの4次降伏関数[13]などと呼称されるように、降伏関数の次数を一定値とすることが一般的である。したがって、異方硬化挙動のモデリングにおいても、降伏関数の次数は固定して、その他の異方性パラメータを変化させることで、材料の変形挙動を再現している[14]。しかし、アルミニウム合金板の異方硬化挙動に関する研究例[15, 16]では、加工硬化の進展に伴い等塑性仕事面の形状がvon Misesの降伏曲面[12]から、Trescaの降伏曲面やHosfordの降伏曲面[17]に近づくような、降伏関数の次数までもが変化するような異方硬化挙動が測定されている。このような異方硬化挙動をFEAで表現するためには、降伏関数の異方性パラメータのみならず、関数の次数までも変化させうるモデル化が必要である。近年提案された高次降伏関数[18, 19]では異方性パラメータに加えて降伏関数の次数も任意に決定する自由度があるが、異方性の発達に伴い降伏関数の次数を変化させて大規模FEAに適用した研究はない。

そこで本章では、数値シミュレーションの解析精度に及ぼす異方硬化挙動の影響を明らかとするために、まずは任意の降伏関数を用いて、異方性パラメータのみならず、降伏関数の次数までも変化させうる異方硬化挙動をFEAに適用するために、1要素モデルを用いたFEAによる異方硬化挙動の再現性を検証した。

演算の表記ルール

テンソルの加法

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = A_{ij} + B_{ij}$$

テンソルの縮約（文脈から明らかな場合は縮約記号を省略する）

$$\mathbf{A} : \mathbf{B} = \mathbf{AB} = A_{ij} B_{ij} = C$$

テンソル積

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \mathbf{C} = A_{ij} B_{kl} = C_{ijkl}$$

3.2. 後退オイラー法に基づく応力積分

有限要素法に代表される弾塑性解析においては、非線形な関係である応力—ひずみ構成式を解くために、ある時間増分における応力速度—ひずみ速度を関係づける速度系構成式を解き、応力速度およびひずみ速度を変形経路に沿って積分することで、求めるべき応力とひずみを求める。応力速度—ひずみ速度関係を解く際に、陰的積分法である後退オイラー法を用いることで、解の発散を招くことなく時間増分を大きくとることができ、計算効率が向上する。そこで本研究では、異方硬化挙動を有限要素解析へ適用するため、応力速度—ひずみ速度関係式の解法に、Simo and Taylor[20~22]によって確立された弾性予測—塑性修正法を用いたリターンマッピング法を用いて導出を行う。

応力ベクトルと塑性ひずみの積より算出される、塑性仕事に等価となるスカラー関係を、相当応力、相当ひずみと定義する(3-1)。

$$W^p = \int \boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \int \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p \tag{3-1}$$

本章では、降伏関数を塑性ポテンシャルとみなし、関連流れ則を仮定する。したがって、塑性ひずみ速度テンソル $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p$ は塑性乗数 (Plastic multiplier) γ 、相当応力 $\bar{\sigma}$ を用いて次式で求まる。

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \gamma \frac{\partial \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{3-2}$$

式(3-1)の増分関係を考えると、

$$W^p = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}^p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p \tag{3-3}$$

$$\boldsymbol{\sigma} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \bar{\sigma} \Delta\bar{\varepsilon}^p \tag{3-4}$$

$$\Delta\bar{\varepsilon}^p = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)} = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \gamma \frac{\partial \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)} = \frac{\gamma \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)} = \frac{\gamma \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)}{\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)} = \gamma \tag{3-5}$$

ただし、 $\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)$ は応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ に関して1次の斉次関数であることを利用して、オイラーの定理より、 $\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p) = \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ とした。すなわち、Plastic multiplier γ は相当塑性ひずみ増分と等しい(3-5)。

$$\gamma = \Delta \bar{\varepsilon}^p \quad (3-6)$$

ここで、全ひずみ増分テンソル $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ を入力値として、応力増分 $\Delta \boldsymbol{\sigma}$ 、相当塑性ひずみ増分 $\Delta \bar{\varepsilon}^p$ を求めるためには相当塑性ひずみ $\Delta \bar{\varepsilon}^p$ に関する非線形方程式を解く必要がある。

降伏条件式の適合条件は(3-7)で与えられ、応力増分は(3-8)で与えられる。

$$\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_n + \Delta \boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta \bar{\varepsilon}^p) = h(\bar{\varepsilon}_n^p + \Delta \bar{\varepsilon}^p) \quad (3-7)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^e (\Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (3-8)$$

ただし、 \mathbf{C}^e は弾性マトリクス、 h は変形抵抗曲線。

塑性ひずみの発生方向を $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{N}^p$ 、と置き、 $\Delta \bar{\varepsilon}^p = \gamma$ を代入すると、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p = \gamma \mathbf{N}^p$ 。したがって、応

力増分は(3-9)。すなわち、適合条件は(3-10)となり、 $F(\gamma) = 0$ とする γ に関する非線形方程式に帰着する。

$$F(\gamma) = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C}^e (\Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \gamma \mathbf{N}^p), \bar{\varepsilon}_n^p + \gamma) - h(\bar{\varepsilon}_n^p + \gamma) = 0 \quad (3-9)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^e (\Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \gamma \mathbf{N}^p) \quad (3-10)$$

ここで、Newton-Raphson法により上記の適合条件を解く。Newton-Raphson法は強力な収束解が得られるが、それにはひずみ増分が十分に小さい必要がある。静的陰解法を用いてFEM解析を行った場合、数%程度の大きいひずみ増分でも解が収束すれば、計算が効率良く行える。そこで、Sub-step k を導入したMulti-stage return mapping[23]を試みる。適合条件は下式となる。

$$F(\gamma_{(k)}) = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}^{try} - \gamma_{(k)} \mathbf{C}^e \mathbf{N}^p_{(k)}, \bar{\varepsilon}_n^p + \gamma_{(k)}) - h(\bar{\varepsilon}_n^p + \gamma_{(k)}) = F_{(k)} \quad (3-11)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n + \Delta \boldsymbol{\sigma}_{(k)} = \boldsymbol{\sigma}^{try} - \mathbf{C}^e \gamma_{(k)} \mathbf{N}^p_{(k)} \quad (3-12)$$

ただし、 $\gamma = 0$ 時の応力を試行応力 $\boldsymbol{\sigma}^{try} = \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ 。

また、 $F_{(k)}$ を式(3-13)により定めた。

$$F_{(k)} = \frac{N-k}{N} \left\{ \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}^{try}, \bar{\varepsilon}_n^p) - h(\bar{\varepsilon}_n^p) \right\} \quad (3-13)$$

ただし、 $k = 1 \sim N$ 。

まず、 $N = 1$ でNewton-Raphsonの反復計算を行い、反復計算が収束しない場合、 N を増加させる。

$\Delta F_{(k)} = F_{(k-1)} - F_{(k)} < \sigma_Y$ (初期降伏応力) となるまで N を増加させても反復計算が収束しない場合、当該イタレーションで与えられたひずみ増分が大きすぎるので、FEA設定により時間増分を小さく設定する。

Multi-stage return mappingによる応力積分の模式図をFig. 3. 1に示す。

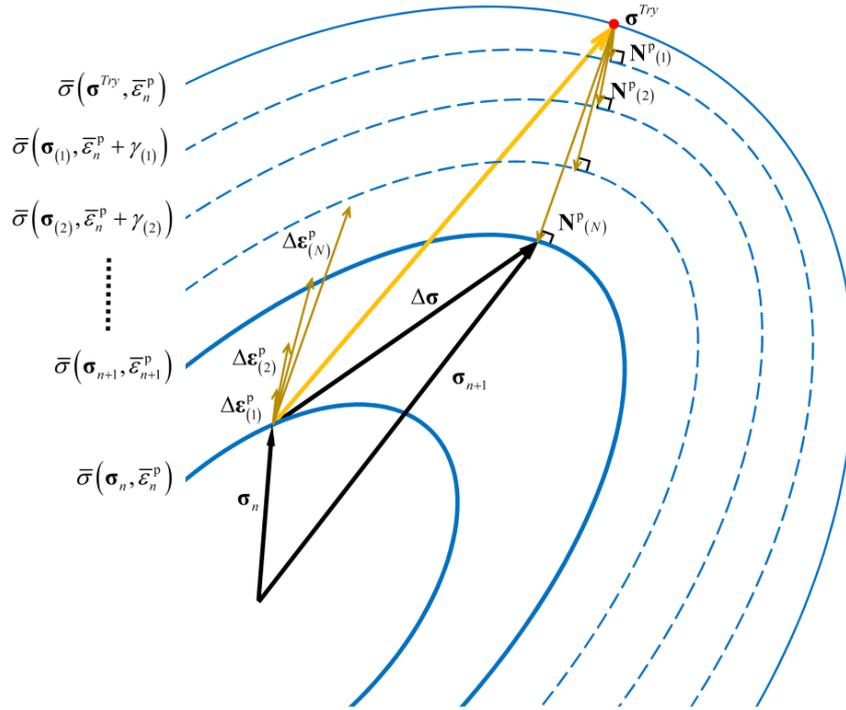


Fig. 3. 1 Schematic view for multi-stage return mapping method.

ここで、Newton-Raphson法による反復計算のステップを*i*とすると、降伏条件式の応力の残差は(3-14)、関連流れ則に従う応力の残差は(3-15)で与えられる。

$$\mathbf{g}_1(\gamma_{(k)}^{(i)}) = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_n + \Delta \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)}, \bar{\epsilon}_n^p + \gamma_{(k)}^{(i)}) - h(\bar{\epsilon}_n^p + \gamma_{(k)}^{(i)}) - F_{(k)} \quad (3-14)$$

$$\mathbf{g}_2(\gamma_{(k)}^{(i)}) = (\boldsymbol{\sigma}_n + \Delta \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)}) - (\boldsymbol{\sigma}^{Try} - \mathbf{C}^e \gamma_{(k)}^{(i)} \mathbf{N}^{p(i)}) \quad (3-15)$$

これら2式の線形化式は(3-16),(3-17)で与えられる。

$$\mathbf{g}_1(\gamma_{(k)}^{(i)}) + \mathbf{N}^{p(i)} \delta \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{(k)}^{(i)}}{\partial \bar{\epsilon}_{(k)}^{(i)}} \delta \gamma_{(k)}^{(i)} - H_{(k)}^{(i)} \delta \gamma_{(k)}^{(i)} = 0 \quad (3-16)$$

$$\mathbf{g}_2(\gamma_{(k)}^{(i)}) + \delta \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)} + \mathbf{C}^e \mathbf{N}^{p(i)} \delta \gamma_{(k)}^{(i)} + \mathbf{C}^e \gamma_{(k)}^{(i)} \frac{\partial \mathbf{N}^{p(i)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)}} \delta \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)} + \mathbf{C}^e \gamma_{(k)}^{(i)} \frac{\partial \mathbf{N}^{p(i)}}{\partial \bar{\epsilon}_{(k)}^{(i)}} \delta \gamma_{(k)}^{(i)} = 0 \quad (3-17)$$

ただし、 $H = \frac{dh}{d\bar{\epsilon}}$ 。

上式を $\delta \gamma, \delta \boldsymbol{\sigma}$ についてまとめると、

$$\delta \gamma_{(k)}^{(i)} = \frac{\mathbf{g}_1(\gamma_{(k)}^{(i)}) - \mathbf{N}^{p(i)} \mathbf{E}_{(k)}^{(i)-1} \mathbf{g}_2(\gamma_{(k)}^{(i)})}{\mathbf{N}^{p(i)} \mathbf{E}_{(k)}^{(i)-1} \mathbf{C}^e \left(\mathbf{N}^{p(i)} + \gamma_{(k)}^{(i)} \frac{\partial \mathbf{N}^{p(i)}}{\partial \bar{\epsilon}_{(k)}^{(i)}} \right) - \frac{\partial \bar{\sigma}_{(k)}^{(i)}}{\partial \bar{\epsilon}_{(k)}^{(i)}} + H_{(k)}^{(i)}} \quad (3-18)$$

$$\delta\boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)} = -\mathbf{E}_{(k)}^{(i)-1} \left\{ \mathbf{g}_2 \left(\gamma_{(k)}^{(i)} \right) + \delta\gamma_{(k)}^{(i)} \mathbf{C}^e \left(\mathbf{N}_{(k)}^p{}^{(i)} + \gamma_{(k)}^{(i)} \frac{\partial \mathbf{N}_{(k)}^p{}^{(i)}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{(k)}^{(i)}} \right) \right\} \quad (3-19)$$

ただし、 $\mathbf{E}_{(k)}^{(i)} \equiv \mathbf{I} + \mathbf{C}^e \gamma_{(k)}^{(i)} \frac{\partial \mathbf{N}_{(k)}^p{}^{(i)}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)}}$.

上式により求めたPlastic multiplier, 応力テンソルの摂動 $\delta\gamma, \delta\boldsymbol{\sigma}$ により, 両変数を更新する.

$$\gamma_{(k)}^{(i+1)} = \gamma_{(k)}^{(i)} + \delta\gamma_{(k)}^{(i)} \quad (3-20)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)} + \delta\boldsymbol{\sigma}_{(k)}^{(i)} \quad (3-21)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{(k)}^{p(i+1)} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{(k)}^{p(i)} + \delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{(k)}^{p(i)} \quad (3-22)$$

Newton-Raphson法による反復計算は, (3-23)式に示すように, 残差が規定の閾値以下になるまで, 繰り返した.

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{g}_1 \left(\gamma_{(k)}^{(i+1)} \right) \\ \left| \mathbf{g}_2 \left(\gamma_{(k)}^{(i+1)} \right) \right| \end{array} \right\} < \bar{\sigma} \times 10^{-5} \quad (3-23)$$

3.3. 整合接線係数 (Algorithmic tangent modulus)

陰解法有限要素解析による解の二次収束を得るためには、応力積分アルゴリズムに整合した接線係数を求める必要がある。そこで、応力増分後のつり合い式、関連流れ則より整合接線係数を求める。

$$\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) - h(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p) = 0 \quad (3-24)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C}^e (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_n) - \gamma \mathbf{C}^e \mathbf{N}_{n+1}^p \quad (3-25)$$

両式の全微分により、(3-26),(3-27)が求まる。

$$\mathbf{N}_{n+1}^p \Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{n+1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \Delta \gamma - H_{n+1} \Delta \gamma = 0 \quad (3-26)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{C}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \Delta \gamma \mathbf{C}^e \mathbf{N}_{n+1}^p - \gamma \mathbf{C}^e \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - \gamma \mathbf{C}^e \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \Delta \gamma \quad (3-27)$$

ここで、 $\mathbf{e} \equiv \mathbf{C}^{e-1} + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}$ と置くと、

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{e}^{-1} \left[\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \Delta \gamma \left(\mathbf{N}_{n+1}^p + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \right) \right] \quad (3-28)$$

式(3-26),(3-28)より $\Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ を消去し、 $\Delta \gamma$ について整理すると、

$$\Delta \gamma = \frac{\mathbf{N}_{n+1}^p \mathbf{e}^{-1} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}}{\mathbf{N}_{n+1}^p \mathbf{e}^{-1} \left(\mathbf{N}_{n+1}^p + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \right) - \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} + H_{n+1}} \quad (3-29)$$

式(3-28)に代入すると、

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \left[\mathbf{e}^{-1} - \frac{\mathbf{e}^{-1} \left(\mathbf{N}_{n+1}^p + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \right) \otimes \mathbf{e}^{-1} \mathbf{N}_{n+1}^p}{\mathbf{N}_{n+1}^p \mathbf{e}^{-1} \left(\mathbf{N}_{n+1}^p + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \right) - \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} + H_{n+1}} \right] \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (3-30)$$

したがって、応力積分アルゴリズムに整合した接線係数 (弾塑性マトリクス) \mathbf{C}^{ep} は、

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{e}^{-1} - \frac{\mathbf{e}^{-1} \left(\mathbf{N}_{n+1}^p + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \right) \otimes \mathbf{e}^{-1} \mathbf{N}_{n+1}^p}{\mathbf{N}_{n+1}^p \mathbf{e}^{-1} \left(\mathbf{N}_{n+1}^p + \gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}^p}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \right) - \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} + H_{n+1}} \quad (3-31)$$

ここで、一般的な汎用ソルバーでは、Consistent接線剛性を対称テンソルとすることにより、計算の高速化を図っている。しかし、異方硬化を取り入れた場合、 \mathbf{C}^{ep} は非対称テンソルとなっているためConsistent接線剛性の非対称テンソルオプションを有効にする必要がある。

3.4. 有限要素解析による異方硬化挙動の実装と動作検証

3.4.1. Abaqus用サブルーチンUMATのコーディング

前節で導出した異方硬化挙動を考慮した構成式を、実際にFEMで使用するために陰解法有限要素解析ソフトAbaqusにて用いることのできるユーザー定義の材料モデル用サブルーチンであるUMATを介して導入した。UMATは、全ひずみ増分および内部状態変数を引数として、応力増分および状態変数の変化と弾塑性マトリクスをソルバーに返すプログラムである。本章の異方硬化モデルに用いる内部状態変数は相当塑性ひずみであるが、移動硬化則などの他の構成則を用いる場合は、背応力成分などそれぞれのモデルに適したパラメータを内部状態変数として用いる。

3.4.2. Abaqus用サブルーチンUMATの動作検証

異方硬化サブルーチンが入力モデルを整合していることを検証するために、異方硬化形に発展させたHill'48降伏関数およびYld2000-2d降伏関数を使用して実装/妥当性の検証を行った。異方性降伏関数の説明に関しては付録を参照されたい。

(I) Hill'48 降伏関数を用いた r 値が相当塑性ひずみで変化する場合

最も基本的な異方性降伏関数である、異方性パラメータが r 値より決定されるHill'48降伏関数を用いて、 r 値が相当塑性ひずみで変化するような異方硬化挙動の仮想モデル化を行い、その入力モデルがFEM上で再現できていることを確認する。

検証解析は、各辺が異方性の主軸と直交した正方形の4節点低減積分シェル要素を用いた1要素解析を行い、 0° 方向および 90° 方向への単軸引張変形を付与した。その際に計算される塑性ひずみ比および引張方向の応力-ひずみ線図、相当応力-相当塑性ひずみ線図をそれぞれ入力値と比較することにより、異方硬化挙動の導入を検証した。解析条件をTable 3. 1に、解析モデルをFig. 3. 2に示す。

Table 3. 1 Analytical conditions for validation of anisotropic hardening rule (Hill '48).

応力状態		平面応力状態
ソルバー		Abaqus 6.9.1
要素タイプ		4 節点低減積分シェル (S4R)
硬化則		異方硬化則
加工硬化式		指数硬化形
降伏関数		r -Hill '48
入力変形モデル	条件 A	0° 方向への単軸引張
	条件 B	90° 方向への単軸引張
	条件 C	90° 方向への単軸引張
入力材料モデル	条件 A	$r_0 = 1 + 20 \times \bar{\epsilon}^p, r_{90} = 1.0$
	条件 B	$r_0 = 1 + 20 \times \bar{\epsilon}^p, r_{90} = 1.5 + 20 \times \bar{\epsilon}^p$
	条件 C	$r_0 = 1 + 20 \times \bar{\epsilon}^p,$ $r_{90} = 0.38 + 9.02 \times \exp\left(\frac{-(\bar{\epsilon}^p + 0.21)}{0.17}\right)$

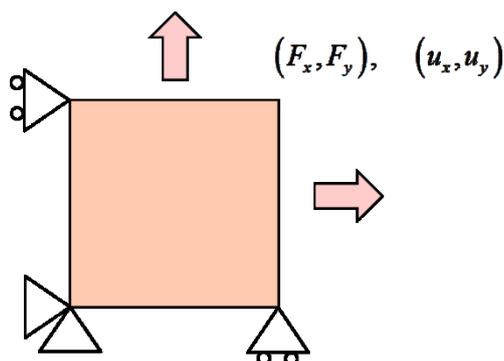


Fig. 3. 2 Schematic illustration of FEM model.

FEMに入力した材料モデルと、FEM解析結果より算出された結果をFig. 3. 3に示す。いずれの解析例においても、相当応力—相当塑性ひずみ線図の入力値および計算値は一致し、相当塑性ひずみの値によって変化するように与えた r 値（塑性ひずみ増分比）の計算結果も再現できている。

それぞれの解析条件に着目すると、 0° 方向への単軸引張で、 r_0 の値が線形で増加するモデルである条件Aでは、 0° 方向を相当応力—相当ひずみ関係として定義したため、入力した相当応力—相当ひずみ曲線と、計算された 0° 方向の応力—ひずみ曲線は一致しており、相当塑性ひずみの増加に伴う 0° 方向の r 値の線形的な増加も再現できている。

条件Bは 90° 方向への単軸引張で、 r_0, r_{90} の値が線形で増加するモデルである。常に $r_0 < r_{90}$ であるため、Hillの二次降伏関数における降伏応力は $\sigma_0 < \sigma_{90}$ である。したがって、FEMにより計算された 90° 方向の応力—ひずみ曲線は、 0° 方向を基準とした相当応力—相当ひずみ曲線よりも高く計算されている。また、条件Aと同様に、相当塑性ひずみの増加に伴う 90° 方向の r 値の線形的な増加も正確に再現できている。

条件Cは 90° 方向への単軸引張で、 r_0 の値が線形で増加、 r_{90} の値が非線形で減少するモデルである。条件Bと同様に、 $r_0 < r_{90}$ のひずみ領域では塑性流動応力の関係は $\bar{\sigma} < \sigma_{90}$ であるが、 r 値の関係が逆転する $r_0 > r_{90}$ のひずみ領域では $\bar{\sigma} > \sigma_{90}$ となっている。また、条件AおよびBと同様に、相当塑性ひずみの増加に伴う 90° 方向の r 値の非線形的な減少も入力値と一致し、入力モデルを正確に再現できている。

以上の検証により、本章で作成した異方硬化挙動を有限要素解析で再現するサブルーチンプログラムは平面応力状態で正確に動作し、相当塑性ひずみの増加に伴う降伏曲面の形状変化を表現することを確認した。

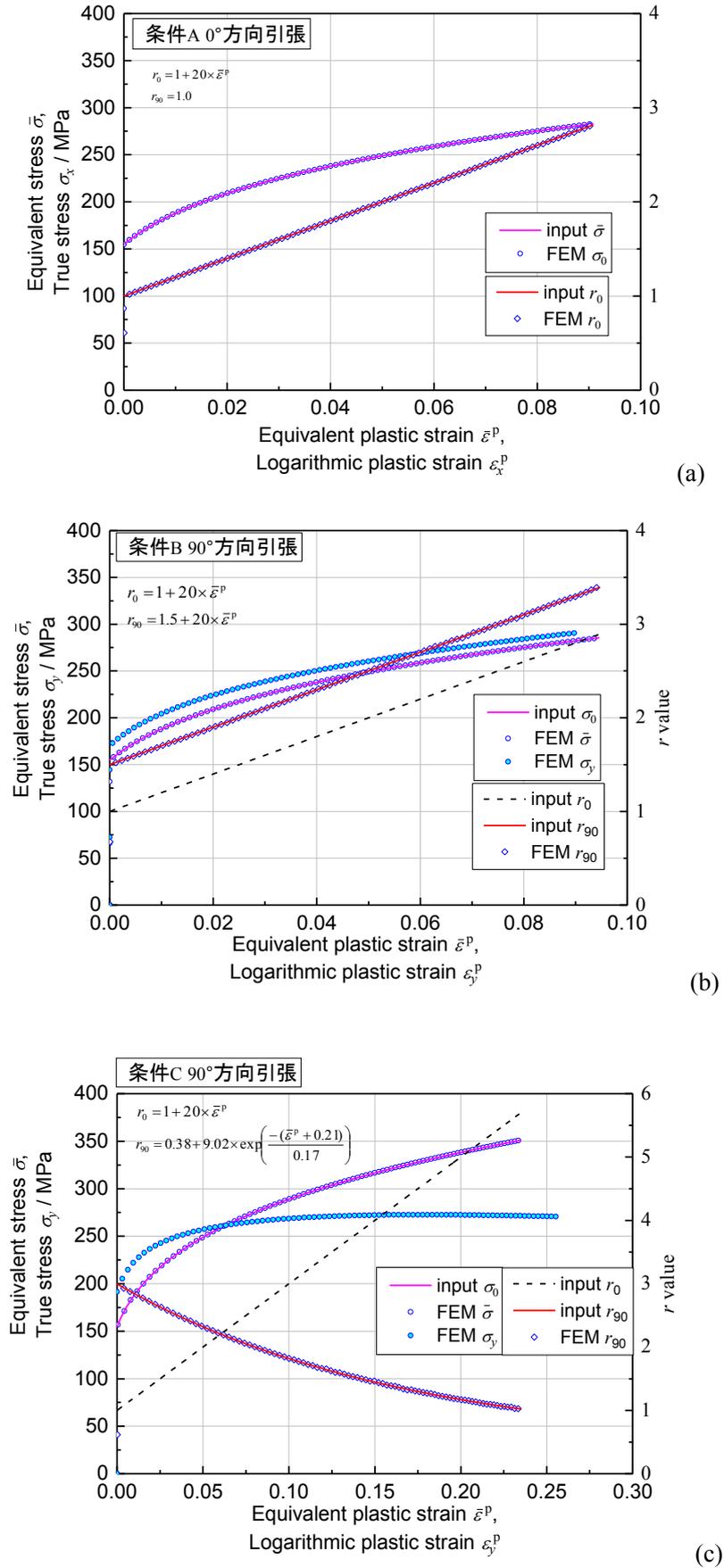


Fig. 3.3 FEM Stress - strain diagram.

(II) Yld2000-2d 降伏関数を用いた異方性パラメータおよび次数が変化する場合

降伏関数の異方性パラメータと次数を同時に変化させる異方硬化モデルをYld2000-2d降伏関数をベースに作成し、その挙動のFEM上での再現を検証した。解析モデルは先述と同様Fig. 3. 2に示す1要素モデルであり、解析条件をTable 3. 2に示す。降伏関数の次数が変化する場合を確認するため、二軸応力状態の解析も含めて行い、異方硬化する降伏曲面入力値と等塑性仕事面の計算値を比較した。入力した材料モデルはTable 3. 3およびFig. 3. 4に示すように、降伏関数の次数が $M=3.5 \sim 18$ へ増大するモデルである。なお、異方性パラメータの α_7 、 α_8 はせん断応力の寄与項なので、主応力状態の検証である今回の解析結果には影響しない。

Table 3. 2 Analytical conditions for validation of anisotropic hardening rule (Yld2000-2d).

応力状態		平面応力状態
ソルバー		Abaqus 6.9.1
要素タイプ		4 節点低減積分シェル(S4R)
硬化則		異方硬化則
加工硬化式		指数硬化形
降伏関数		Yld2000-2d
入力変形モデル	条件 A	$F_x : F_y = 1:0$
	条件 B	$F_x : F_y = 2:1$
	条件 C	$u_x : u_y = 1:1$
	条件 D	$u_x : u_y = 0:1$
	条件 E	$F_x : F_y = 0:1$
入力材料モデル	条件 A~E	Table 3. 3 参照

Table 3. 3 Anisotropic parameters of anisotropic hardening rule (Yld2000-2d).

	M^*		α_1^{**}	α_2^{**}	α_3^{**}	α_4^{**}	α_5^{**}	α_6^{**}	α_7^{**}	α_8^{**}
A_1	3.549	A	0.963	1.050	1.126	1.022	1.001	1.050	0.978	1.182
A_2	18.00	B	0.070	0.092	0.248	-0.041	-0.040	0.131	0.186	-0.275
x_0	0.026	C	32.61	32.07	6.458	213.8	93.12	14.00	21.15	14.33
dx	0.014	a	0.00	-0.245	0.00	0.00	0.152	0.001	0.00	0.146

$$*M = \frac{A_1 - A_2}{1 - \exp\left\{\left(\varepsilon_0^p - x_0\right) / dx\right\}} + A_2$$

$$**\alpha_i = A - B \exp\left(-C\varepsilon_0^p\right) + a\varepsilon_0^p$$

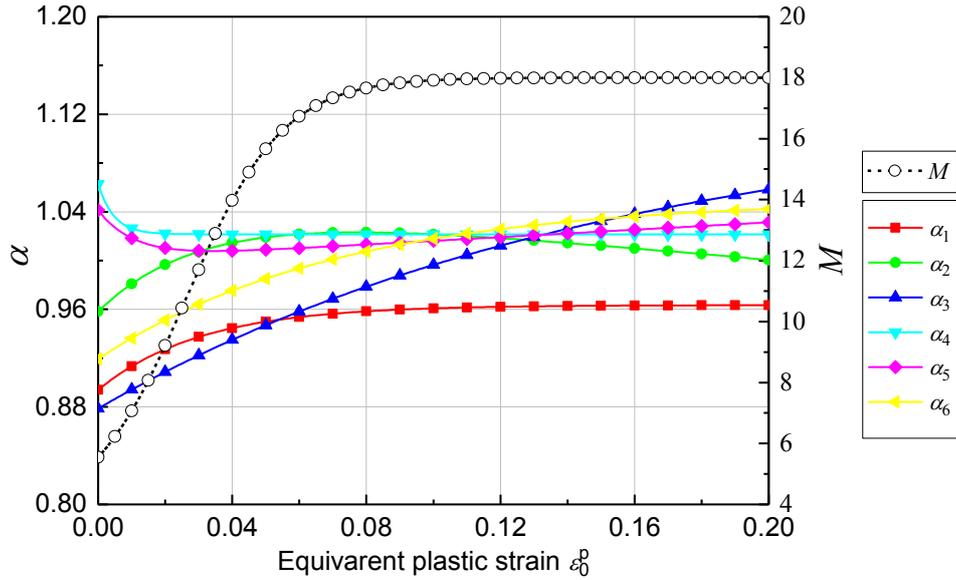


Fig. 3. 4 Anisotropic parameters for code to code validation.

解析結果より得られた等塑性仕事面と、入力したモデルをFig. 3. 5に示す. 等塑性仕事面の計算値は反時計回りに, $F_x:F_y=1:0, 2:1$, $u_x:u_y=1:1, 0:1$, $F_x:F_y=0:1$ の順でプロットされている. いずれの等塑性仕事面の計算値も入力した降伏曲面と一致しているため, Yld2000-2d降伏関数の異方性パラメータと次数 M を, 相当塑性ひずみ ϵ_0^p の連続関数とすることで, 異方性パラメータのみならず, 降伏関数の次数までもが変化する異方硬化挙動がFEA上で再現できていることが確認できた. $u_x:u_y=0:1$ の計算結果は, あたかも応力経路が急変したようにも見えるが, $u_x:u_y=0:1$ を満たす応力状態($d\epsilon_x:d\epsilon_y=0:1$)が, 弾性変形から塑性変形への推移と, 異方性パラメータと次数の微妙な変動に応じて変動しているためである.

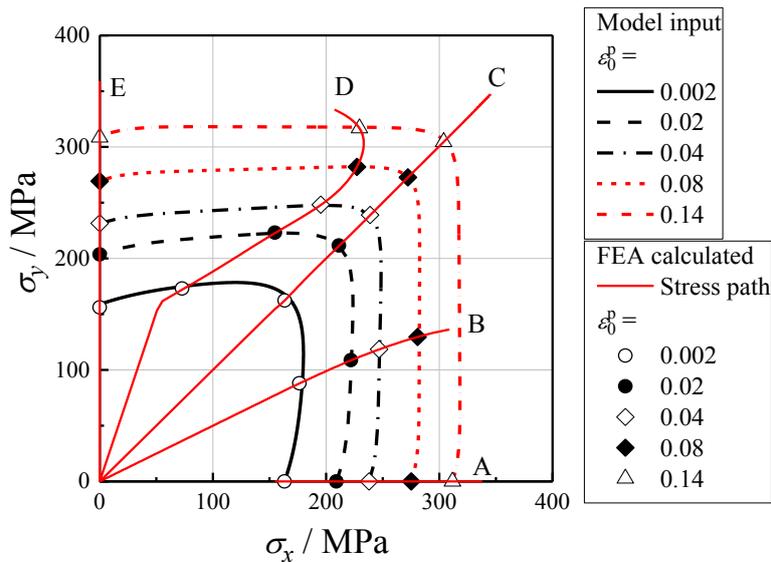


Fig. 3. 5 Contours of plastic work calculated by FE analysis and compared with theoretical yield loci.

3.5. 結言

異方硬化挙動を有限要素解析に適用するために、後退オイラー法を用いた応力積分法および応力積分アルゴリズムに整合した接線剛性マトリクスの導出法を示した。さらに、陰解法有限要素解析ソフトAbaqus上にて、ユーザー定義の材料モデルであるサブルーチン“UMAT”を介して、Hill '48降伏関数およびYld2000-2d降伏関数の、異方性パラメータおよび降伏関数の次数が変化する仮想材料のFEAを行い、その出力結果と材料モデルの入力値を比較した。その結果、以下の知見を得た。

- (I) 任意の降伏関数を用いて異方硬化挙動を考慮可能な、弾性予測—塑性修正法を用いた陰的応力積分手法と、応力積分アルゴリズムに整合した接線剛性マトリクスの導出法を示した。
- (II) Hill '48 降伏関数を用いて異方性パラメータが相当塑性ひずみの関数となるような仮想材料モデルを作成し、異方硬化挙動が FEA 上で再現できていることを確認した。
- (III) Yld2000-2d 降伏関数の異方性パラメータと次数 M を、相当塑性ひずみの連続関数とすることで、異方性パラメータのみならず、降伏関数の次数までもが変化する異方硬化挙動が FEA 上で再現できていることを確認した。

以上により、任意の降伏関数を用いて、異方性パラメータのみならず、降伏関数の次数までもが変化する異方硬化挙動を、FEA 上で再現することが検証できた。異方硬化挙動のモデリング手法と、大規模 FEA 精度に及ぼす影響調査に関しては、次章で述べる。

参考文献

- [1] Hill, R. & Hutchinson, J. W. (1992). Differential hardening in sheet metal under biaxial loading: a theoretical framework. *Journal of Applied Mechanics*, **59**, S1-S9.
- [2] Hill, R., Hecker, S. S. & Stout, M. G. (1994). An investigation of plastic flow and differential work hardening in orthotropic brass tubes under fluid pressure and axial load. *International Journal of Solids and Structures*, **31**(21), 2999-3021.
- [3] 桑原利彦, 梅村昌史, 吉田健吾, 黒田充紀, 平野清一, 菊田良成. (2006). Mg 量の異なる 5000 系アルミニウム合金板の成形限界ひずみ. *軽金属*, **56**(6), 323-328.
- [4] Ishiki, M., Kuwabara, T. & Hayashida, Y. (2011). Measurement and analysis of differential work hardening behavior of pure titanium sheet using spline function. *International journal of material forming*, **4**(2), 193-204.
- [5] Kuwabara, T., Van Bael, A. & Iizuka, E. (2002). Measurement and analysis of yield locus and work hardening characteristics of steel sheets with different r -values. *Acta materialia*, **50**(14), 3717-3729.
- [6] 橋本一真, 桑原利彦, 飯塚栄治, Yoon, J. W. (2010). 590 MPa 級冷延鋼板の穴広げ成形シミュレーションの解析精度に及ぼす異方性降伏関数の影響. *鉄と鋼*, **96**(9), 557-563.
- [7] Kuwabara, T., Hashimoto, K., Iizuka, E. & Yoon, J. W. (2011). Effect of anisotropic yield functions on the accuracy of hole expansion simulations. *Journal of Materials Processing Technology*, **211**(3), 475-481.
- [8] Plunkett, B., Lebensohn, R. A., Cazacu, O. & Barlat, F. (2006). Anisotropic yield function of hexagonal materials taking into account texture development and anisotropic hardening. *Acta Materialia*, **54**(16), 4159-4169.
- [9] Abedrabbo, N., Pourboghra, F. & Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures—Part 1: Material characterization. *International Journal of plasticity*, **22**(2), 314-341.
- [10] Abedrabbo, N., Pourboghra, F. & Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures—Part 2: Numerical modeling and experimental verification. *International Journal of Plasticity*, **22**(2), 342-373.
- [11] Abedrabbo, N., Pourboghra, F. & Carsley, J. (2007). Forming of AA5182-O and AA5754-O at elevated temperatures using coupled thermo-mechanical finite element models. *International Journal of Plasticity*, **23**(5), 841-875.
- [12] Mises, R. V. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand, Göttingen Nachrichten. *Mathematical Physics Klasse*, 582-592.
- [13] Gotoh, M. (1977). A theory of plastic anisotropy based on a yield function of fourth order (plane stress state)—I. *International Journal of Mechanical Sciences*, **19**(9), 505-512.
- [14] Wang, H., Wan, M., Wu, X. & Yan, Y. (2009). The equivalent plastic strain-dependent Yld2000-2d yield function and the experimental verification. *Computational materials science*, **47**(1), 12-22.
- [15] 桑原利彦, 栗田圭一. (2000). 6000 系アルミニウム合金板の 2 軸引張塑性変形特性の測定と降伏条件式の検証. *軽金属*, **50**(1), 2-6.
- [16] 桑原利彦, 梅村昌史, 吉田健吾, 黒田充紀, 平野清一, 菊田良成. (2006). Mg 量の異なる

- 5000系アルミニウム合金板の成形限界ひずみ. *軽金属*, **56**(6), 323-328.
- [17] Logan, R. W. & Hosford, W. F. (1980). Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming <111>-pencil glide. *International Journal of Mechanical Sciences*, **22**(7), 419-430.
- [18] Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H. & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, **19**(9), 1297-1319.
- [19] Barlat, F., Aretz, H., Yoon, J. W., Karabin, M. E., Brem, J. C. & Dick, R. E. (2005). Linear transformation-based anisotropic yield functions. *International Journal of Plasticity*, **21**(5), 1009-1039.
- [20] Simo, J. C., & Ortiz, M. (1985). A unified approach to finite deformation elastoplastic analysis based on the use of hyperelastic constitutive equations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **49**(2), 221-245.
- [21] Simo, J. C., & Taylor, R. L. (1986). A return mapping algorithm for plane stress elastoplasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **22**(3), 649-670.
- [22] Simo, J. C., & Hughes, T. J. (1998). Computational inelasticity, volume 7 of interdisciplinary applied mathematics.
- [23] Yoon, J. W., Barlat, F., Dick, R. E., Chung, K., & Kang, T. J. (2004). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part II: FE formulation and its implementation. *International Journal of Plasticity*, **20**(3), 495-522.

第4章

異方硬化挙動が有限要素解析精度に及ぼす影響

4.1. 背景

第3章において、任意の異方性降伏関数を用いて異方硬化挙動を有限要素解析に適用する手法を示し、1要素モデルを用いたFEAにて再現を確認した。本章では、実際の金属材料の変形を対象に、大ひずみ域までの異方硬化挙動を測定し、そのモデル化を試みる。

6000系および5000系アルミニウム合金板に関して、十字形試験片を用いた二軸引張試験により、相当塑性ひずみの増加に伴い等塑性仕事面の形状が変化する、異方硬化挙動を測定した研究がある[1, 2]。しかし、試験片に十字形試験片を用いるがゆえ、応力測定部に付与可能なひずみは数%程度であり、実加工プロセスで付与されるひずみ量よりも小さい。冷延IF鋼板に対しては、素板を丸めて端部を突き合わせ溶接することで円管試験片を作成し、二軸バルジ試験法を適用することにより、10%を超える大ひずみ域での等塑性仕事面を測定してその異方硬化挙動を評価している[3~5]。しかし、アルミニウム合金板の10%以上の大ひずみ域における二軸応力下での塑性変形挙動を測定し、異方硬化挙動の定式化を行った研究はない。

そこで本章では、二軸引張試験および二軸バルジ試験により、アルミニウム合金板の比例負荷状態における低ひずみ域~10%以上までの大ひずみ域における異方硬化挙動を測定し、その特性を実験的に明らかにする。次に、その異方硬化挙動を正確に再現可能な材料モデル化を行い、さらに、板材のプレス成形を模した張出し試験により、異方硬化挙動がFEA解析精度に及ぼす影響を明らかとすることを目的とする。

4.2. 大ひずみ二軸応力下での塑性変形挙動の測定

アルミニウム合金板の大ひずみ域かつ二軸応力状態における塑性変形挙動を測定するために、単軸引張試験および円管試験片を用いた二軸バルジ試験を行った。二軸バルジ試験は、十字形試験片を用いる二軸引張試験と異なり、腕部の応力集中などの影響を受けないために、母材本来の成形限界ひずみ近傍までの応力-ひずみ関係が測定できる[3~5]。また、板材から円管試験片を製作する際に試験片に加わる予ひずみの影響を検討するために、数%程度の低ひずみ域までしか測定できないものの、板材のままの変形特性を測定できる二軸引張試験も併せて行った。供試材には、初期板厚0.9mmの6016-T4アルミニウム合金板を用いた。なお、時効硬化による影響を抑えるため熱処理から十分時間の経過した材料を使用した。Table 4. 1に供試材の化学組成を示す。

Table 4. 1 Chemical component of test materials

Material	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Al
6016-T4	1.0	0.1	<0.1	0.1	0.5	<0.1	0.2	<0.1	Bal

4.2.1. 単軸引張試験

JIS Z 2201に規定されるJIS13B号試験片を用いて単軸引張試験を行った。試験片形状はFig. 4. 1の寸法とし、供試材の面内異方性を確認するために、Fig. 4. 2に示すように圧延方向を基準に0°，45°，90° の方向からワイヤカット放電加工機により試験片を切り出した。

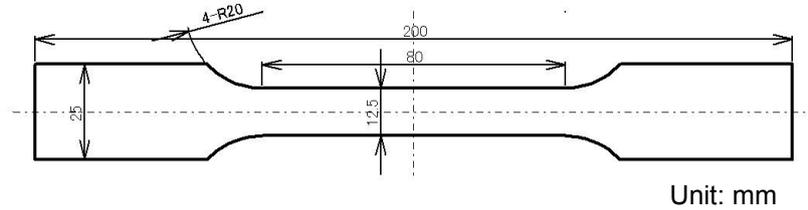


Fig. 4. 1 Specimen of uniaxial tensile test.

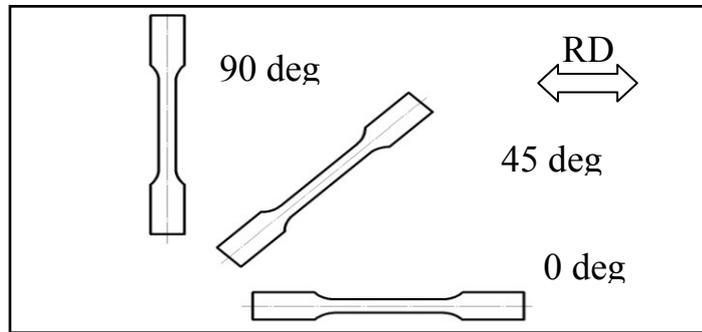


Fig. 4. 2 Cut-out direction of uniaxial specimen.

単軸引張試験片の各切り出し方向での真応力 - 対数ひずみ線図，SwiftおよびVoceの加工硬化式による近似曲線をFig. 4. 3に，測定された機械特性をTable 4. 2に示す。加工硬化特性および r 値の測定結果より，供試材は45° 方向に特異な面内異方性が測定された。

Table 4. 2 Mechanical properties of test materials.

Tensile direction / deg	E /GPa	$\sigma_{0.2}$ /MPa	σ_B /MPa	ε_B^p	C^* /MPa	n^*	α^*	A^{**} /MPa	B^{**} /MPa	C^{**}	r^{***}
0	61.9	169.1	271.4	0.172	493.9	0.24	0.008	350.6	185.0	11.2	0.54
High Cube - 45	65.1	151.5	249.6	0.245	468.7	0.28	0.014	355.2	200.0	7.0	0.13
90	62.4	163.0	266.4	0.184	484.5	0.25	0.007	350.2	189.0	10.3	0.55

*Approximated using $\sigma = c(\alpha + \varepsilon^p)^n$ at $\varepsilon^p = 0.002 \sim \varepsilon_B^p$

**Approximated using $\sigma = A - B \times \exp\{-C \times \varepsilon^p\}$ at $\varepsilon^p = 0.002 \sim \varepsilon_B^p$

***Measured at uniaxial nominal strain $\varepsilon_N = 0.10$

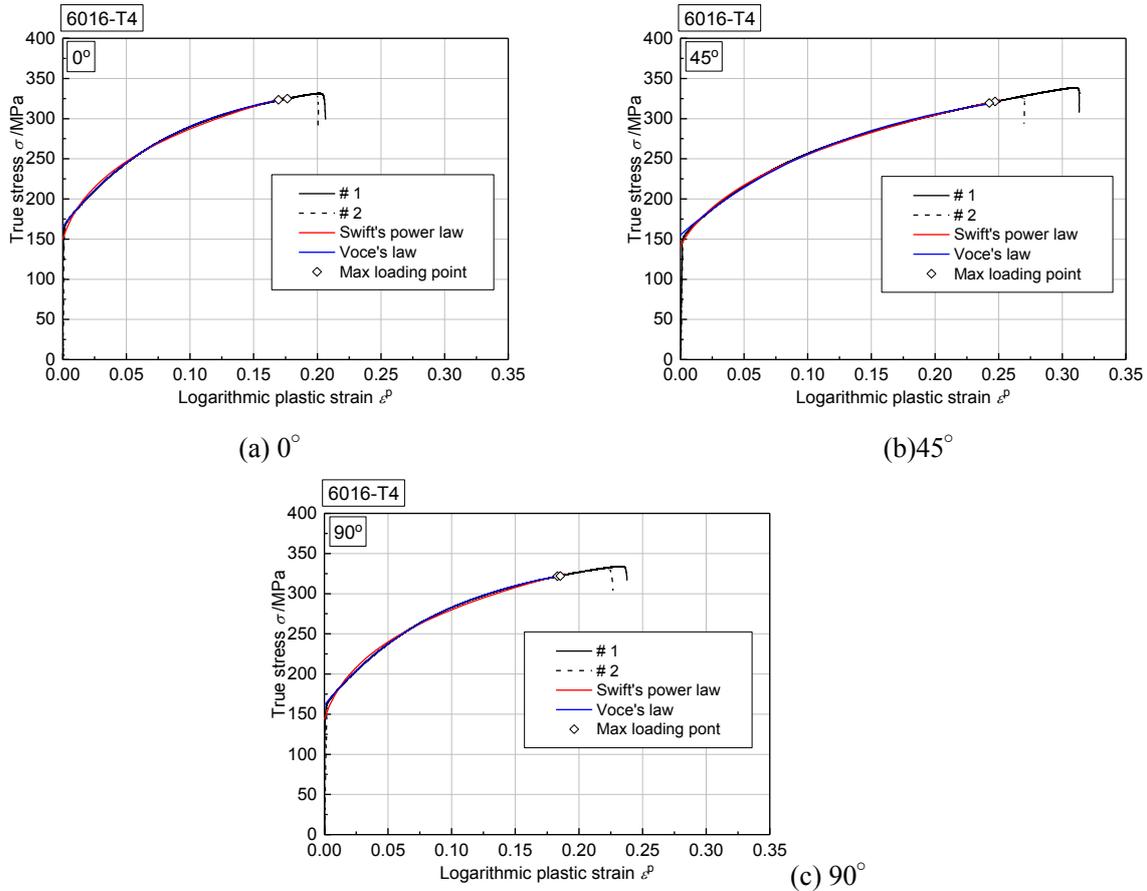


Fig. 4.3 True stress-logarithmic plastic strain diagram.

4.2.2. 軸力-内圧型二軸バルジ試験機

軸力 - 内圧型二軸バルジ試験機の模式図をFig. 4.4に示す。試験機中央に配した円管試験片に対して、軸方向応力 σ_ϕ を得るために、長手方向に一对の油圧シリンダが配置されている。この油圧シリンダによって発生した軸力はチャックを介して装置中央に固定された管材に伝達される。同時に、装置本体横の増圧機によって管内へ防錆剤を添加した水(防錆水)を注水し、内圧を負荷することにより円周方向応力 σ_θ を得ることが出来る。ここで、添字 ϕ は作成した試験片の管軸方向、 θ は円周方向とする。

本試験機では平面応力状態を仮定し、肉厚中央部の2主応力($\sigma_\phi, \sigma_\theta$)を時々刻々算出することが出来る。ひずみの測定には、専用の伸び計を用いることで、管軸方向ひずみ、円周方向ひずみを測定する。これらの伸び計、ロードセル、内圧計により、円管試験片の破断までの応力 - ひずみ線図を連続的に測定可能である。試験機の詳細は文献[18, 19]を参照されたい。

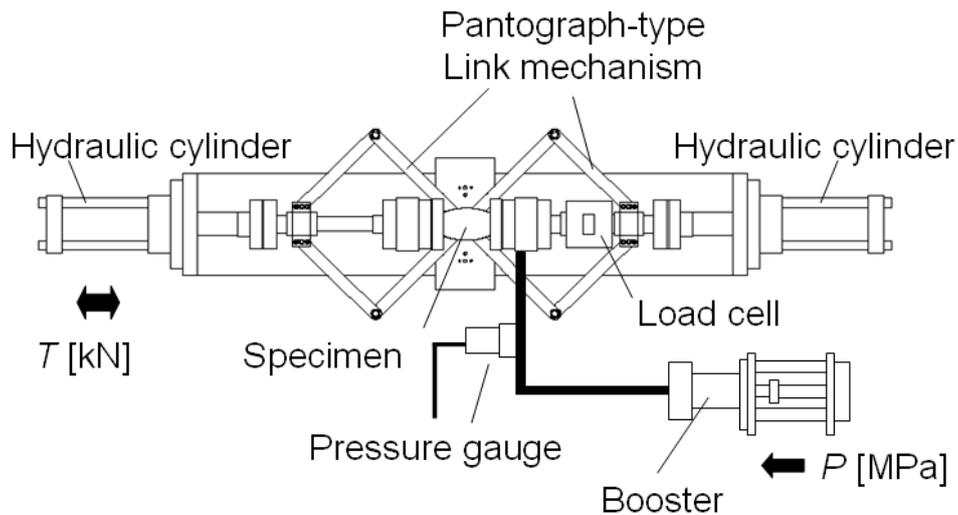


Fig. 4.4 Schematic illustration of CNC tension-pressure type biaxial stress apparatus

4.2.3. 円管試験片

試験片は、供試材を円管状に曲げ加工した後、YAGレーザー溶接により内径44.5 mm、長さ200 mmの円管試験片を製作した。二軸バルジ試験では、円管試験片の管軸方向、円周方向に任意の二軸引張応力を付与することが可能だが、供試材とする6000系アルミニウム合金板のYAGレーザー溶接による継手効率が100%未満であり、周方向に単軸引張状態における降伏応力以上の荷重を付与することが困難であることが予見された。したがって、円管試験片の製造時に、圧延方向 (RD) を管軸方向にとった試験片IとRDを円周方向にとった試験片II、圧延方向を管軸方向に対して45°傾けた試験片IIIの三種類を製作して、常に管軸方向が最大主応力方向と一致するように圧延方向を基準とした際の応力比に応じて試験片のタイプを選択した。

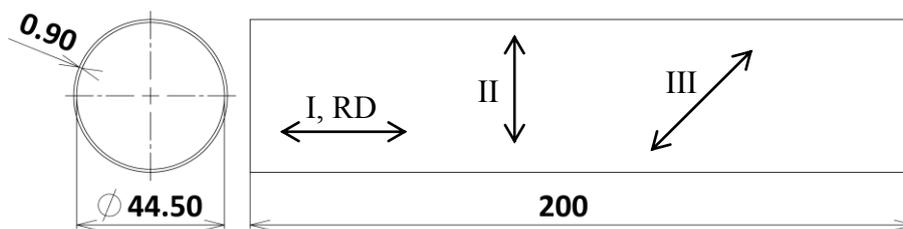


Fig. 4.5 Geometry of tubular specimen. \leftrightarrow is the rolling direction of the original sheet sample

4.2.4. 二軸バルジ試験方法

試験前に試験片の板厚および外径の測定を行う。板厚、外径は、試験片管軸方向中心を円周方向に30°置きに、1箇所につき3回ずつ測定し、その平均値を用いた。

大ひずみ域までの実験が行える二軸バルジ試験では、応力増分を一定とした場合、試験中にひずみ速度が大幅に変化してしまう。そこで、von Misesの降伏条件式(4-1)と、圧延方向単軸引張試

験より得られたSwiftの加工硬化式(4-2)より、相当塑性ひずみ増分が $400\mu\epsilon$ 一定となる主応力増分を付与した。

$$d\bar{\sigma} = \sqrt{d\sigma_1^2 - d\sigma_1 d\sigma_2 + d\sigma_2^2} \quad (4-1)$$

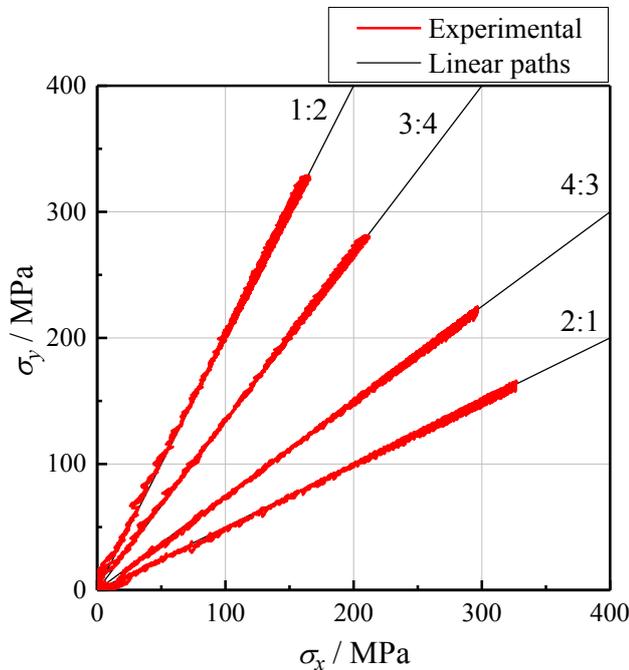
$$d\bar{\sigma} = \bar{\sigma} (d\bar{\epsilon}^p) \quad (4-2)$$

材料に加える応力状態は、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta$ (管軸方向 : 円周方向) = 2:1, 4:3 の負荷経路を設定した。すなわち、試験片Iで真応力比 $\sigma_x : \sigma_y$ (圧延方向 : 圧延直角方向) = 2:1, 4:3 を、試験片IIで $\sigma_x : \sigma_y = 1:2, 3:4$ を、試験片IIIで $\sigma_{45} : \sigma_{135}$ (圧延45° 方向 : 圧延135° 方向) = 2:1, 4:3 の試験をそれぞれ行った。なお、円管試験片の突き合わせ溶接部の強度不足により、塑性変形が開始する前に溶接部が破断してしまうため、二軸バルジ試験法によって応力比 $\sigma_x : \sigma_y = 1:1$ の応力-ひずみ線図を測定することはできなかった。

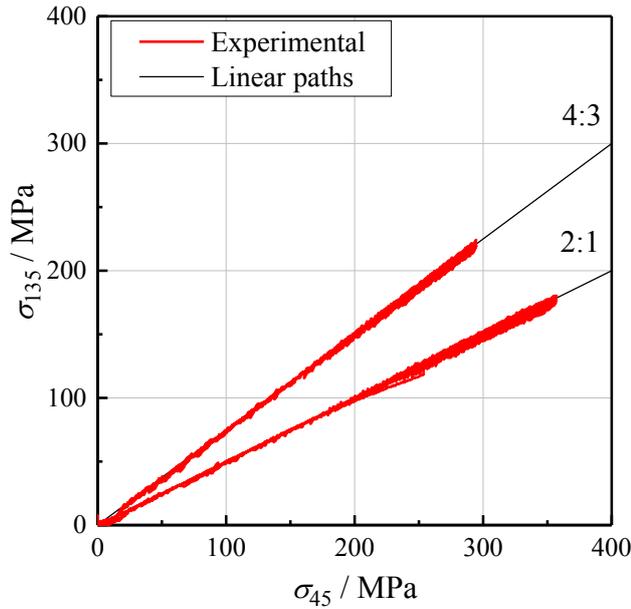
4.2.5. 試験結果

(I) 応力経路

Fig. 4. 6に二軸バルジ試験にて試験片に負荷された真応力経路を示す。いずれの試験片タイプ、応力比においても指令値に対して実験値が高精度に制御されている。先述の通り、応力比 $\sigma_x : \sigma_y = 2:1, 4:3$ は試験片Iを、 $\sigma_x : \sigma_y = 1:2, 3:4$ は試験片IIを、 $\sigma_{45} : \sigma_{135}$ (圧延45° 方向 : 圧延135° 方向) = 2:1, 4:3 は試験片IIIを用いた。



(a) Specimen type I and II



(c) Specimen type III

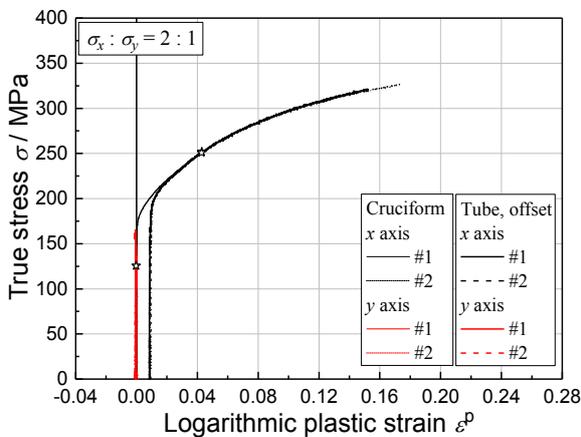
Fig. 4. 6 Experimental stress path and liner path

(II) 応力-ひずみ線図

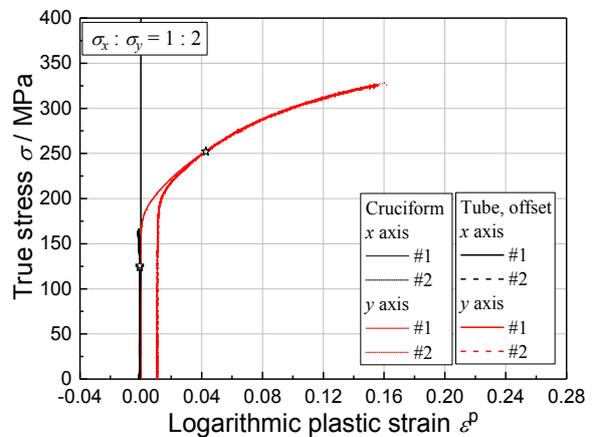
二軸バルジ試験より得られた $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1$ の真応力 - 真塑性ひずみ線図を Fig. 4. 7 に、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 4:3$ の結果を Fig. 4. 8 に示す。また、比較のために同一の応力比で行われた十字型試験片による二軸引張試験の結果も合わせて併記する。

二軸バルジ試験の結果は、素板を塑性変形させて円管状に成形しているため、試験片造管時に、予ひずみが付与されている。したがって、測定された応力-ひずみ関係は、素板に対する測定結果とは異なる。そこで、同一応力比の二軸引張試験の結果と二軸バルジ試験の結果が滑らかに接続されるように造管時に付与された予ひずみ分のオフセットを行った。オフセット手法の詳細は文献[19]を参照されたい。

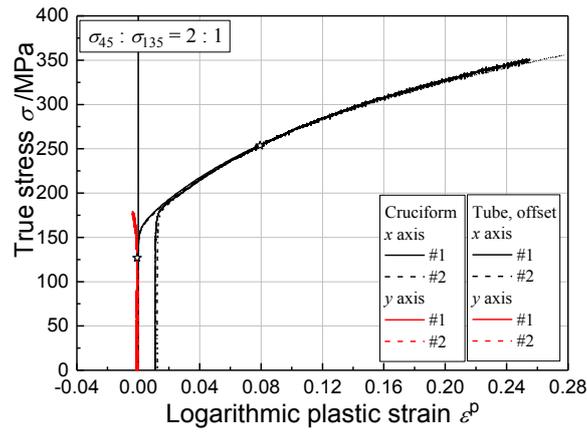
オフセット後の実験結果より、二軸引張試験の結果と二軸バルジ試験の結果は滑らかに接続され、二軸引張試験の測定可能なひずみ範囲内で円管試験片製作時に加えられた予ひずみによる交差硬化、バウシング効果等の履歴は無視出来る程度に消失していると考えられる。



(a) $\sigma_x : \sigma_y = 2:1$

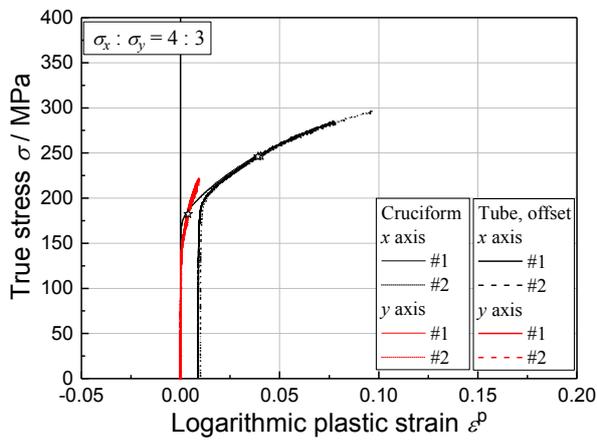


(b) $\sigma_x : \sigma_y = 1:2$

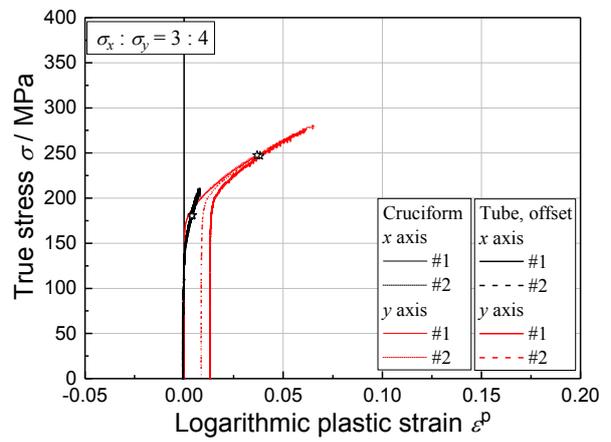


(c) $\sigma_{45} : \sigma_{135} = 2 : 1$

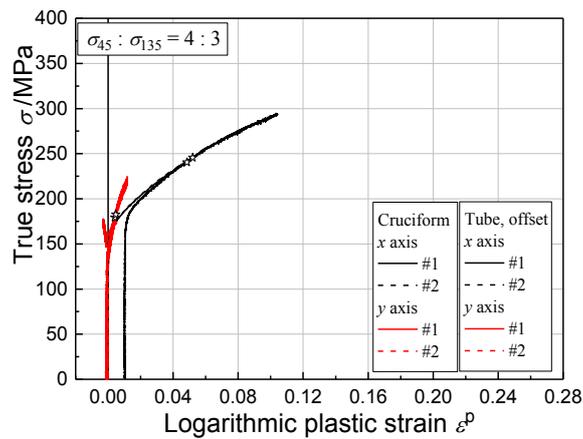
Fig. 4. 7 True stress-logarithmic plastic strain diagram ($\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2 : 1$)



(a) $\sigma_x : \sigma_y = 4 : 3$



(b) $\sigma_x : \sigma_y = 3 : 4$



(c) $\sigma_{45} : \sigma_{135} = 4 : 3$

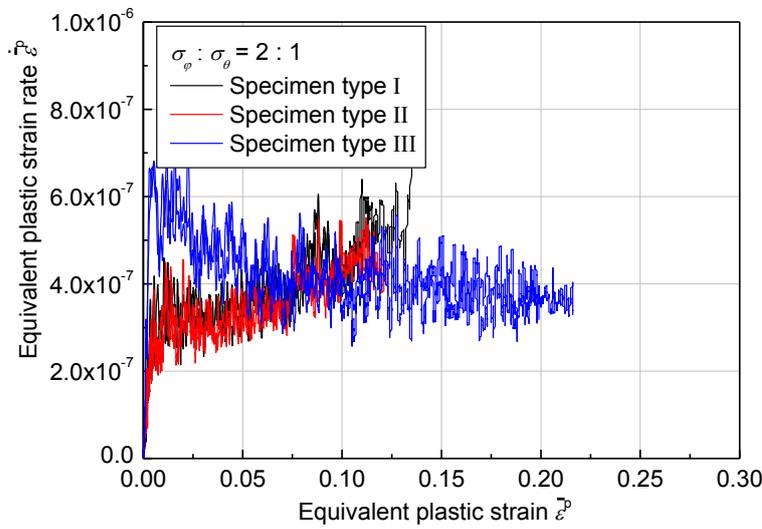
Fig. 4. 8 True stress-logarithmic plastic strain diagram ($\sigma_\phi : \sigma_\theta = 4 : 3$)

(III) 相当塑性ひずみ速度

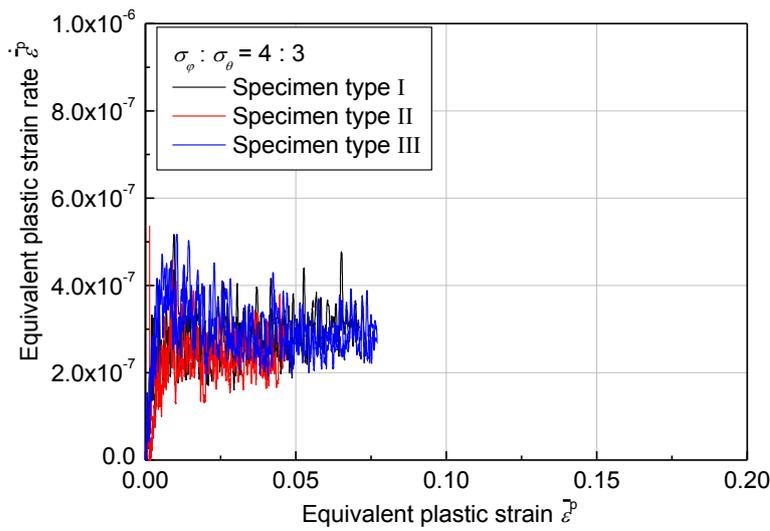
応力—ひずみ関係の試験結果に対して、ひずみ速度の影響が及んでいないことを確認するために、相当塑性ひずみ速度を算出した。Fig. 4. 9に各荷重比における、相当塑性ひずみの進展に伴う塑性ひずみ速度を示す。相当塑性ひずみはvon Misesの降伏条件式と体積一定則を仮定し、式(4-3)を用いて算出した。

相当塑性ひずみ速度の算出結果より、各試験片の相当塑性ひずみ速度は $\dot{\epsilon}^p \approx 400\mu\epsilon/s$ に保たれており、ひずみ速度のオーダーは一致しているため、応力—ひずみ線図の測定結果へのひずみ速度の影響無視できるほど小さいとみなした。

$$\dot{\epsilon}^p \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\dot{\epsilon}_\theta^p)^2 + \dot{\epsilon}_\theta^p \dot{\epsilon}_\phi^p + (\dot{\epsilon}_\phi^p)^2} \quad (4-3)$$



(a) Stress ratio $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2 : 1$



(b) Stress ratio $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 4 : 3$

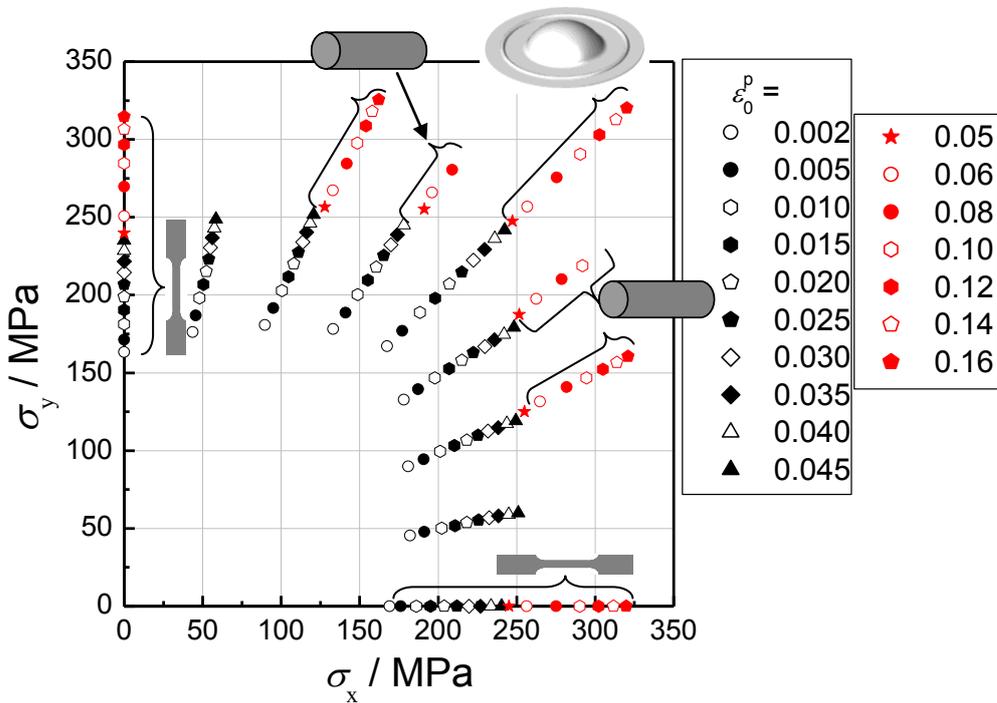
Fig. 4. 9 Equivalent plastic strain rate

(IV) 等塑性仕事面

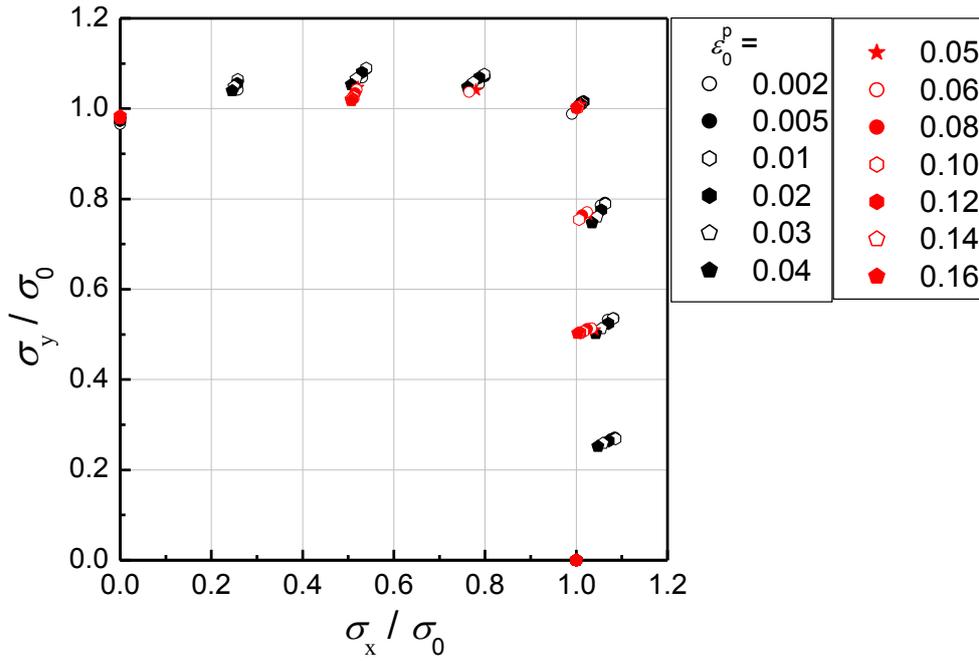
単軸引張試験，二軸引張試験，二軸バルジ試験，液圧バルジ試験から得られた等塑性仕事面と，等塑性仕事面の形状変化を定量的に評価するために，各仕事面を構成する応力点の値を各 ϵ_0^p に対応する圧延方向単軸引張における塑性流動応力 σ_0 によって無次元化した無次元化等塑性仕事面を Fig. 4. 10 に示す．各応力点はそれぞれの試験結果の平均値である．ここで，図中の黒プロット点は十字形試験片を用いた二軸引張試験にて測定可能なひずみ範囲を，赤プロット点は円管試験片を用いた二軸バルジ試験を行うことで測定可能となったひずみ範囲を示す．また，十字形試験片を用いた二軸引張試験は公称応力増分比制御で行い，円管試験片を用いた二軸バルジ試験は真応力増分比制御をしたことにより，両者の接続点の応力比がごくわずかに異なっている．

等塑性仕事面の形状は，等二軸引張方向に尖った降伏曲面に近い形となった．また，無次元化等塑性仕事面の形状が塑性仕事の増加に伴い変化する異方硬化挙動が確認された．応力比 $\sigma_x:\sigma_y=1:1$ では塑性仕事の増加に伴い無次元化等塑性仕事点ほとんど変化しないのに対し，荷重比 $\sigma_x:\sigma_y=4:1,2:1,4:3,3:4,1:2,1:4$ の点は大きく収縮しており，塑性仕事の増加に伴いトレスカの降伏曲面に近付いていることがわかる．

ここで，等二軸引張応力 ($\sigma_x:\sigma_y=1:1$) において，二軸引張試験片で測定可能なひずみを越える大ひずみ域の等塑性仕事点は，4.4.2 節にて後述する，液圧バルジ試験によって測定された応力-ひずみ線図を用いて算出した．



(a) Plastic work contour



(b) Normalized plastic work contour

Fig. 4.10 Measured stress points comprising counters of plastic work

(V) 塑性ひずみ速度の方向

各荷重経路における塑性ひずみ速度の方向 β を測定した。塑性仕事の増加に伴う β の変化を Fig. 4.11 に示す。各二軸応力状態において、塑性ひずみ増分速度の方向 β はほとんど一定の値を取っている。なお、単軸引張状態における β は単軸引張試験における伸びひずみが0.1となった際の r 値より算出し、全てのひずみレベルで一定とみなした。

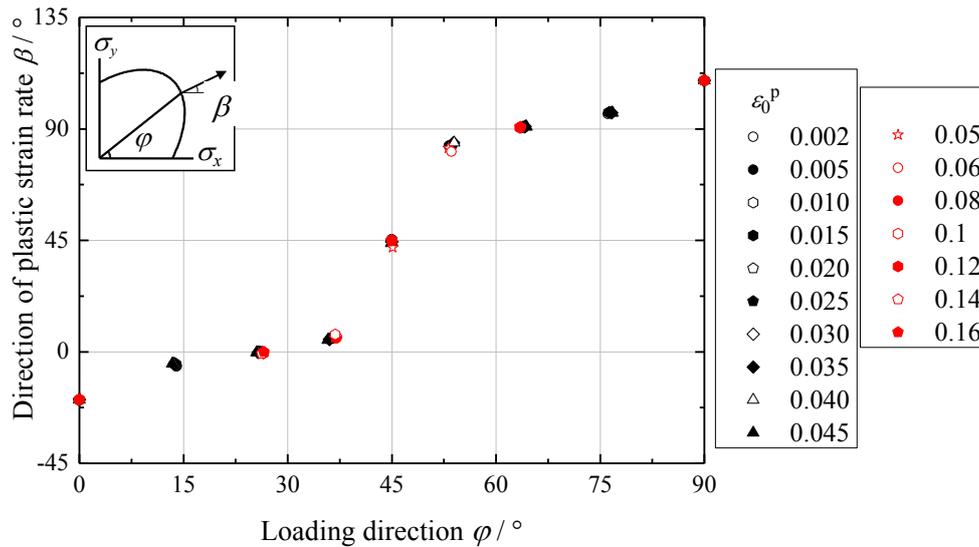


Fig. 4.11 Variation of the direction of plastic strain rate, β , with loading direction φ

(VI) 無次元化等塑性仕事面の形状変化

異方硬化の程度を定量的に評価するために、無次元化等塑性仕事面について各々の応力比の形状比 $a/a_{0.2}$ を求めた。これは、 $\epsilon_0^p = 0.002$ 時に対応する応力点の原点からの距離を $a_{0.2}$ 、各 ϵ_0^p に対応する応力点までの距離を a として、その比をとったものである。材料が完全な等方硬化を示し、等塑性仕事面が初期降伏曲面の形状を保っていれば形状比の値は1となる。Fig. 4. 12に算出結果を示す。

形状比の比較より、 $\sigma_x : \sigma_y = 2:1, 1:2$ の平面ひずみ近傍の応力状態で顕著な異方硬化が確認できる。また、 $\sigma_{90}, \sigma_x : \sigma_y = 1:1$ についてはほぼ一定の値を保っているが、 σ_{45} については $\epsilon_0^p = 0.06$ 付近まで一度減少した後急激に増大する傾向がある。したがって、本供試材の塑性変形挙動を精度良く再現するためには、異方硬化の考慮が必須である。

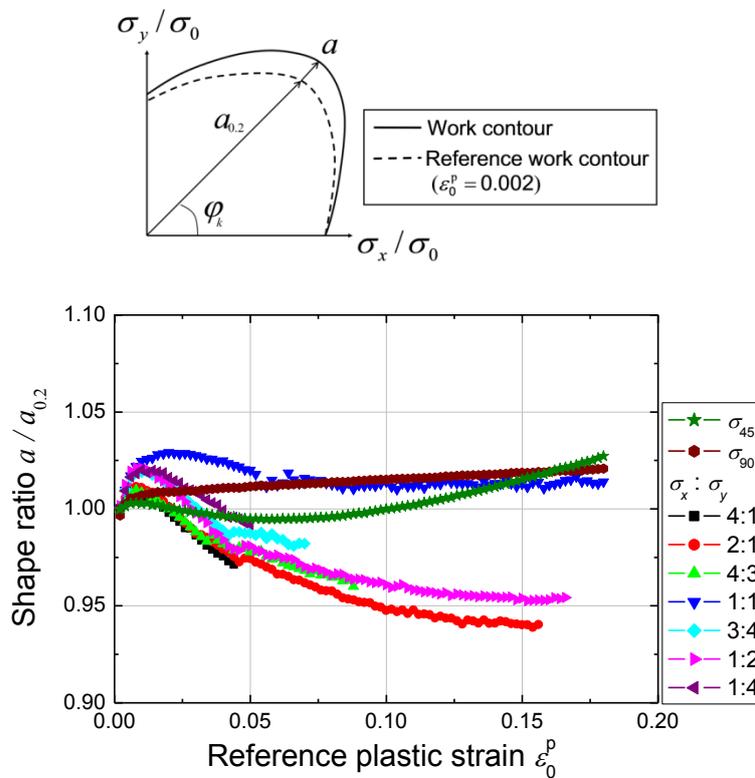


Fig. 4. 12 Variation of the shape ratios of stress points, $a/a_{0.2}$, with ϵ_0^p under linear stress paths.

4.3. 大ひずみ二軸引張試験結果を用いた異方硬化モデリング

4.3.1. 各 ϵ_0^p における異方性パラメータの同定

前節までに測定された異方硬化挙動を、Yld2000-2d降伏関数を用いて定式化する方法について述べる。Yld2000-2d 降伏関数は次数 M および α_i ($i=1\sim 8$) の計9つの異方性パラメータにより決定される。 α_i ($i=1\sim 8$) は、圧延方向から $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向の無次元化単軸引張応力 σ_0/σ_0 , σ_{45}/σ_0 , σ_{90}/σ_0 および r 値 r_0, r_{45}, r_{90} に加えて、等二軸引張試験から測定された無次元化応力 σ_0/σ_0 と塑性ひずみ速度比 $r_b \equiv d\epsilon_y^p/d\epsilon_x^p$ を用いて決定した。次数 M は任意に選択でき、 M が変化すれば α_i の値も変化する。そこで、Fig. 4. 10 (a) で求めた等塑性仕事面に対し、式(4-4)に示す二乗平均誤差が最も小

さくなるように M を0.01刻みで変化させながら、各々の ε_0^p について最適な異方性パラメータの組合せを求めた。ここで n は等塑性仕事点の実験値が存在する応力比の個数、 k は線形応力経路の番号である。求めた異方性パラメータの推移と、等塑性仕事面と理論降伏曲面の比較をFig. 4. 13に示す。

各々の ε_0^p におけるYld2000-2d 降伏関数の最適な異方性パラメータの算出結果より、 ε_0^p の増加に伴い、次数 M は急激に増加し、異方性パラメータ α_i は連続的に変化していることがわかる。

$$\delta_r = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (r'_k - r_k)^2}{n-1}} \quad (4-4)$$

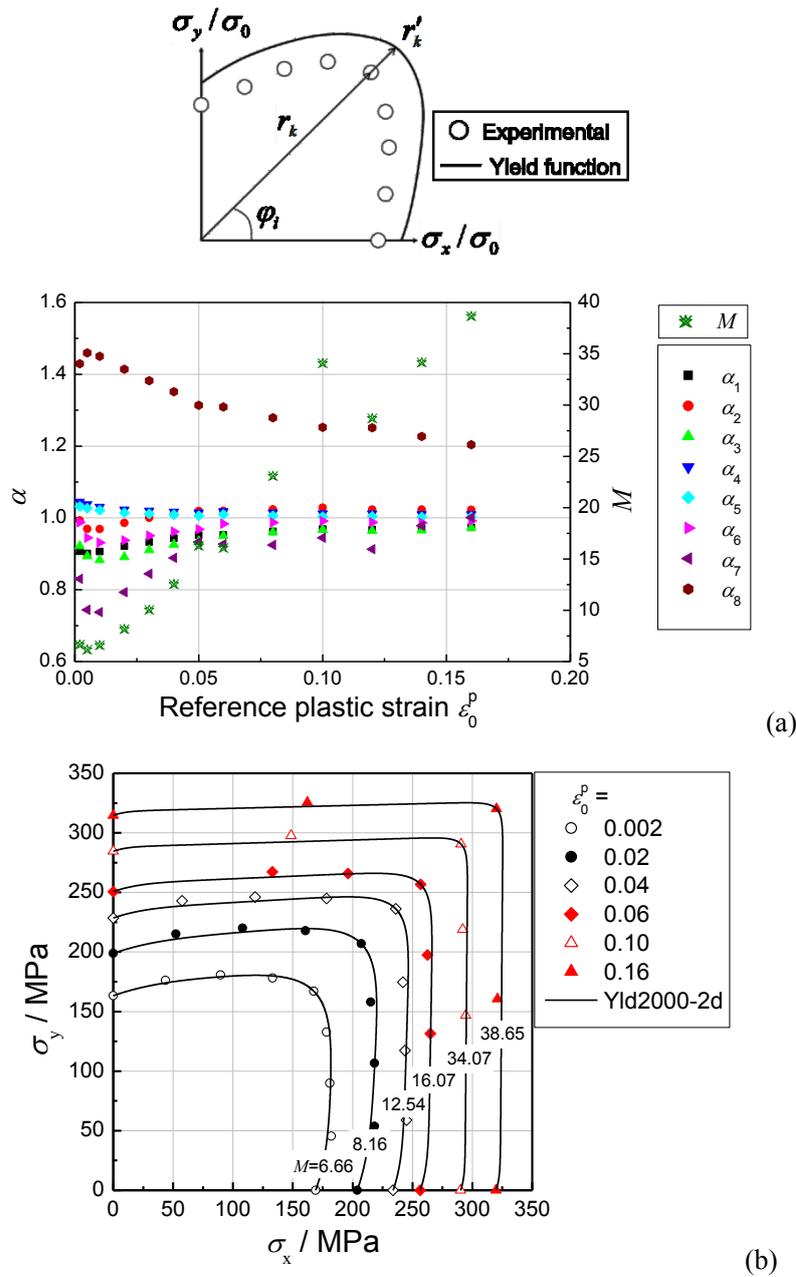


Fig. 4. 13 Contours of plastic work, compared with theoretical yield loci.

4.3.2. ε_0^p の増加に伴う異方硬化挙動の定式化

前節により，Yld2000-2d降伏関数で，供試材の塑性変形挙動は高精度に表現され，異方硬化による異方性パラメータの変動にも一貫した傾向があることが確認された．そこで，次数 M および α_i を ε_0^p の連続関数として近似し，FEMに入力するための定式化を行う．その手順を以下に示す．

i) Fig. 4. 13 (a)において得られた M の変化を ε_0^p の関数として次式で近似する．

$$M = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp\left\{\left(\varepsilon_0^p - x_0\right) / dx\right\}} \quad (4-5)$$

ii) 式(4-5)で近似された M を用いて，各 ε_0^p に対応する $\alpha_1 \sim \alpha_8$ を再度決定する．

iii) ii)において得られた $\alpha_1 \sim \alpha_8$ の変化を ε_0^p の関数として下式で近似する．

$$\alpha_i = A - B \exp\left(-C\varepsilon_0^p\right) + D\varepsilon_0^p \quad (4-6)$$

求めた M ， α_i の近似パラメータをTable 4. 3に，その推移をFig. 4. 14 (a)に，単軸引張，等二軸引張状態での応力-ひずみ線図をFig. 4. 14 (b)に，降伏曲面と等塑性仕事面との比較をFig. 4. 14 (c)に示す．

以上の手法により降伏関数の次数 M および異方性パラメータ α_i を ε_0^p の関数として近似することで，供試材の異方硬化挙動を連続的かつ高精度に表現できる．

Table 4. 3 Material parameters of the Yld2000-2d yield function for reproducing the differential work hardening of the test material

	M^*		α_1^{**}	α_2^{**}	α_3^{**}	α_4^{**}	α_5^{**}	α_6^{**}	α_7^{**}	α_8^{**}
A_1	2.482	A	0.974	1.028	0.931	0.993	0.981	1.046	0.981	1.285
A_2	38.078	B	0.079	0.066	0.047	-0.050	-0.050	0.099	0.253	-0.195
x_0	0.068	C	23.17	30.25	20.17	23.99	20.35	1.35E-6	21.55	20.33
dx	0.029	D	-	-	0.329	0.130	0.144	0.359	0.128	-0.516

*Approximated using $M = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp\left\{\left(\varepsilon_0^p - x_0\right) / \Delta x\right\}} + A_2$ at $\varepsilon_0^p = 0.002 \sim 0.16$

**Approximated using $\alpha_i = A - B \exp\left(-C\varepsilon_0^p\right) + D\varepsilon_0^p$ at $\varepsilon_0^p = 0.002 \sim 0.16$

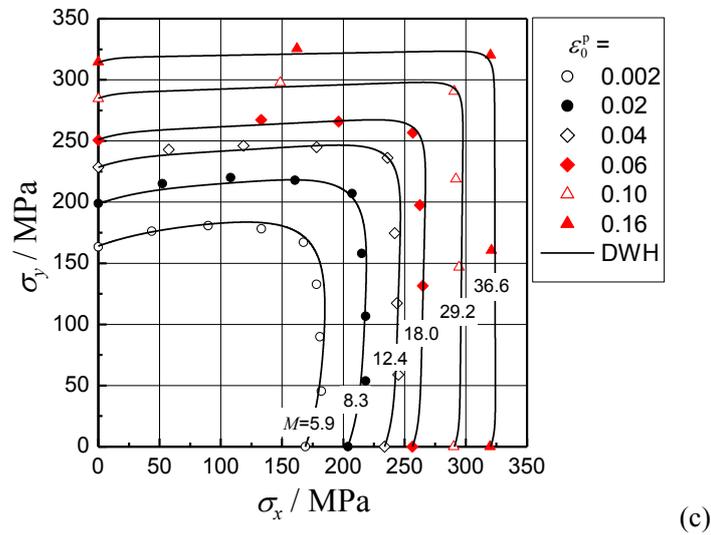
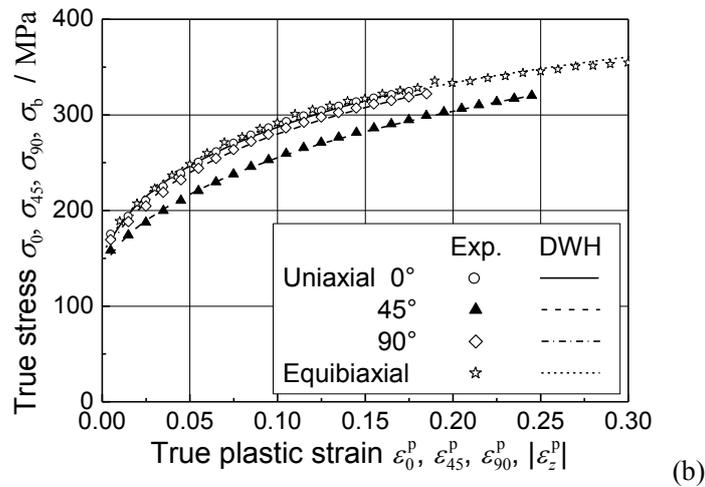
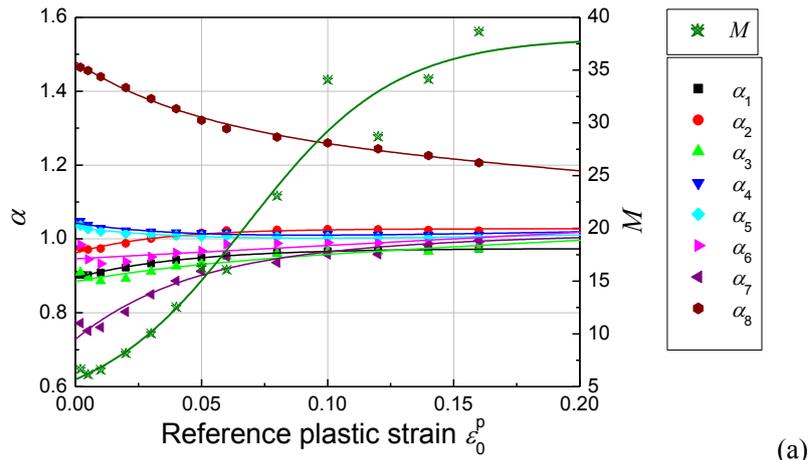


Fig. 4.14 (a) Variation of material parameters of the Yld2000-2d yield function with ϵ_0^p , approximated using Eqs. (3) and (4). (b) Measured true stress-true plastic strain curves, compared with those calculated using the Yld2000-2d yield function with differential work hardening (DWH). (c) Measured stress points forming contours of plastic work, compared with the theoretical yield loci based on the Yld2000-2d yield function with DWH

4.4. 張出し成形試験と異方硬化を考慮したFEM解析による実験検証

4.4.1. デジタル画像相関法による液圧バルジ成形時のひずみ分布測定

異方硬化モデルの妥当性を検証するために、液圧バルジ成形による実験検証を行った。ダイ穴（受圧部）直径 $\phi 150$ mmの雌型を用いて、 $\phi 220$ mmの円形試験片を液圧バルジ成形した。試験機の概要と、ビード周辺部の詳細図をFig. 4. 15に示す。

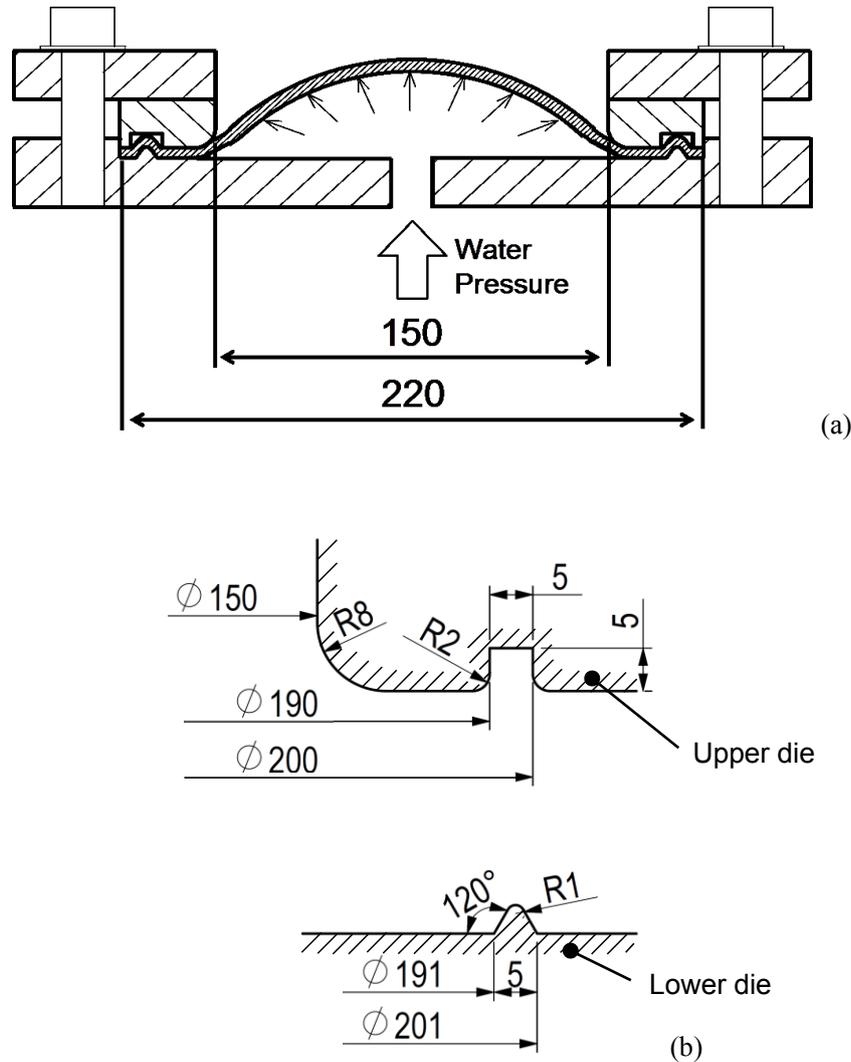
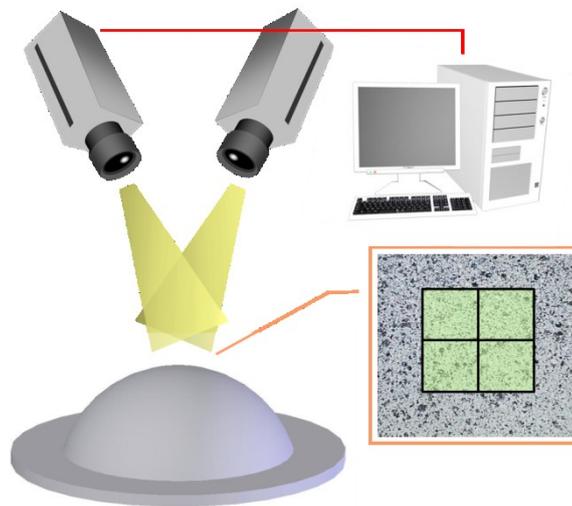


Fig. 4. 15 Description of apparatus for hydraulic bulge test

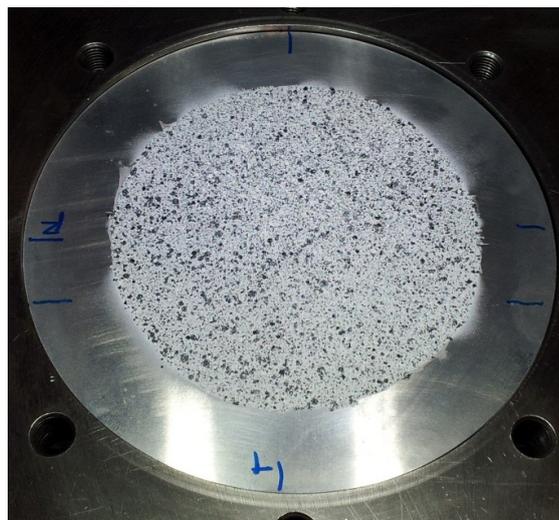
ひずみ測定にはDICによる三次元非接触測定システムARAMIS (GOM社製) を用いた。画素数500万画素のカメラを2つ使用し、5Hzで試験片の撮影画像を測定用PCに取り込んだ。試験片表面には予め白黒のランダム模様を描いておき、測定点の位置変化からひずみを測定する。ひずみ測定の様子とその模式図、ランダムパターンを描いた試験片をFig. 4. 16に示す。また、実験結果は次節にFEM解析結果と併せて示す。



(a) Picture of testing



(b) Schematic illustration of ARAMIS systems



(c) Picture of specimen for hydraulic bulge test

Fig. 4. 16 The strain measurement system

4.4.2. 等二軸応力状態の加工硬化特性の測定

液圧バルジ試験成形時のひずみ分布の測定と平行して、等二軸応力状態の加工硬化特性を測定した。試験片頂点部のひずみ $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ の算出には、試験片中心部より半径 $r_1 = 2\text{mm}$ 内の試験片頂点部のひずみを平均した。曲率半径 ρ は、試験片中心部より半径 $r_2 = 15\text{mm}$ の測定点を用い、球に対する最小二乗近似を行い、球の半径を曲率半径とした。

バルジ頂点部の等二軸応力 σ_b は、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \rho$ および内圧 P を用い、次式より求めた。

$$\sigma_b = \frac{P\rho}{2t} \tag{4-7}$$

ここで、 t はバルジ頂点部の板厚であり、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ の測定値から、体積一定則を用いて次式より算出した（弾性ひずみは無視した）。

$$t = t_0 \exp(\varepsilon_z) = t_0 \exp(-\varepsilon_x - \varepsilon_y) \tag{4-8}$$

測定された等二軸応力下の応力-ひずみ線図をFig. 4. 17に示す。測定された応力-ひずみ線図より、先述の $\sigma_x : \sigma_y = 1:1$ の等塑性仕事点を求めた。

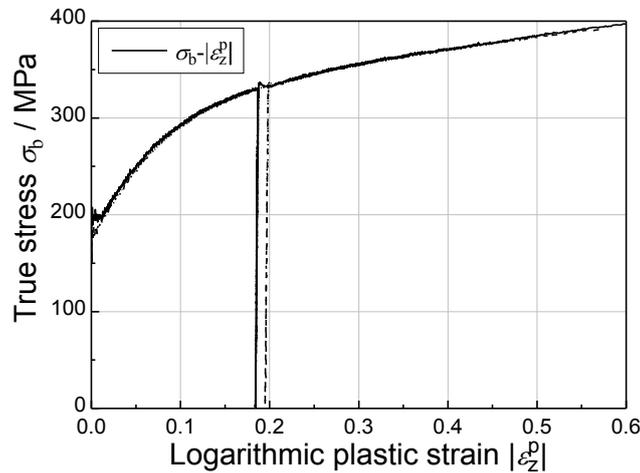


Fig. 4.17 Equibiaxial stress–thickness plastic strain curves determined using the hydraulic bulge

4.4.3. 異方硬化を考慮したFEM解析による妥当性検証

(I) 解析モデル

材料モデル（異方性降伏関数、異方硬化の考慮の有無）を変えて、液圧バルジ成形のFEM解析を行い、得られた計算値と実験値を比較することにより、材料モデルの適否が液圧バルジ成形シミュレーションの解析精度に与える影響を明らかにする。解析にはAbaqus/Standard Ver.6.11-1を用いた。異方硬化挙動の導入には、Abaqusのサブルーチン機能UMATを介して導入した。液圧バルジ試験と同形状の金型を解析的剛体で定義し、ボルト締め付け力より算出された金型抑え力を加えた状態で内圧を負荷した。金型接触面の摩擦係数は0.3とした。初期要素分割をFig. 4. 18 (a)に示す。対称性を考慮して1/4モデルとし、4節点低減積分シェル要素を用いた。要素分割は、半径方向に1mm（ビード成形される半径92~103mmの範囲では0.5mm）、半径30~110mmの範囲は円周方向に36分割、半径30mm以内の範囲は1辺1mm程度に自動分割とした。液圧バルジ成形シミュレーションの解析モデルをFig. 4. 18 (b)に示す。本章におけるFEM解析では、ビードからの材料流入効果を正確

に評価するために、ビード周辺も含めた試験片全体のモデル化を行ない、ビード生成工程も含めた解析を行った。

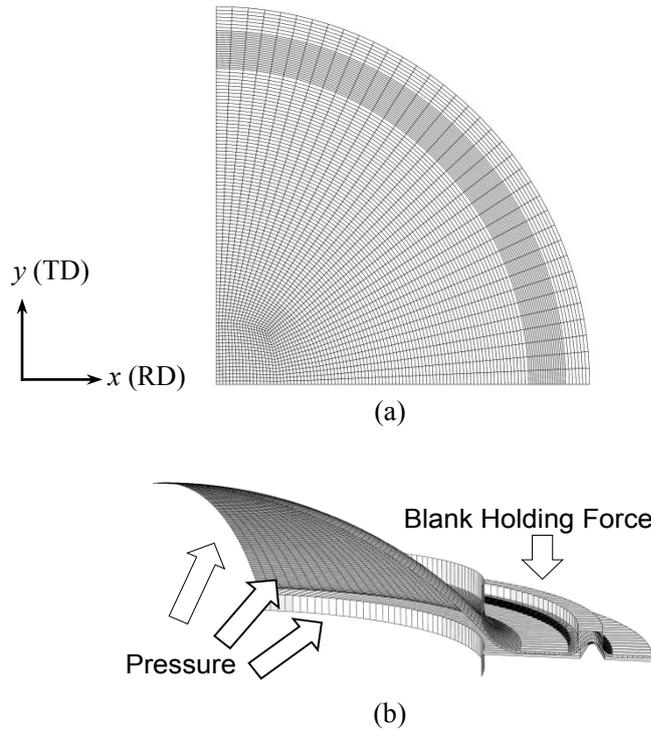


Fig. 4.18 Schematic illustration of the FEA model for the hydraulic bulge test; (a) initial mesh division of a blank, and (b) a tool setup

加工硬化式には、圧延方向単軸引張試験により同定されたSwiftの式を用いた (Table 1参照). 解析に用いた降伏関数は、4.3節で定式化した異方硬化型 (DWH) のYld2000-2d降伏関数 (M および α_i ($i = 1 \sim 8$) を ϵ_0^p の関数とする) に加えて、比較のために、等方硬化モデルとしてvon Mises, 単軸引張試験にて測定した r_0, r_{45}, r_{90} を用いて決定されたHillの二次降伏関数 (r -Hill'48), $\epsilon_0^p = 0.002, 0.04, 0.16$ に対する等塑性仕事面に対して決定されたYld2000-2d降伏関数を用いた. 等方硬化を仮定したYld2000-2dの異方性パラメータをTable 4.4に示す.

Table 4.4 Anisotropic parameters of the Yld2000-2d yield function used in the FEA simulations

ϵ_0^p	0.002	0.04	0.16
M	6.7	12.5	38.7
α_1	0.907	0.943	0.974
α_2	0.993	1.010	1.022
α_3	0.922	0.926	0.972
α_4	1.045	1.018	1.010
α_5	1.032	1.009	1.003
α_6	0.988	0.962	0.992
α_7	0.830	0.889	1.001
α_8	1.429	1.352	1.204

(II) 解析結果と考察

頂点部の真板厚ひずみ $|\varepsilon_z|$ –内圧 P 線図の実験値と FEM 計算値との比較を Fig. 4. 19に示す. 解析で選択する降伏関数を変化させると計算値もその影響を強く受ける. また等方硬化型の Yld2000-2d においても, パラメータ同定の基準となる ε_0^p が変わると, 計算値も大きく変化し, 基準となる ε_0^p の影響は大きい.

FEM 計算の終了点は, 内圧増分を $\Delta P = 1 \times 10^{-10}$ MPa/step 以下にしなければ計算が収束しなくなった点を示しており, 実験で負荷される最大内圧に対応する.

実験値と比較すると, 最大内圧を von Mises は過大に, Hill '48は過小に予測している. $M = 6.7$ の Yld2000- 2d は von Mises と同様の傾向を示しており, 最大内圧を過大に予測している. $M = 12.5$ および 38.7 の Yld2000-2d は, 内圧が4MPa 以下においては実験値をよく再現できているものの, 最大内圧を過大に予測している. 一方, 異方硬化を再現する Yld2000-2d (DWH) では全域にわたり実験値とほぼ一致し, 最大内圧の予測精度も向上している.

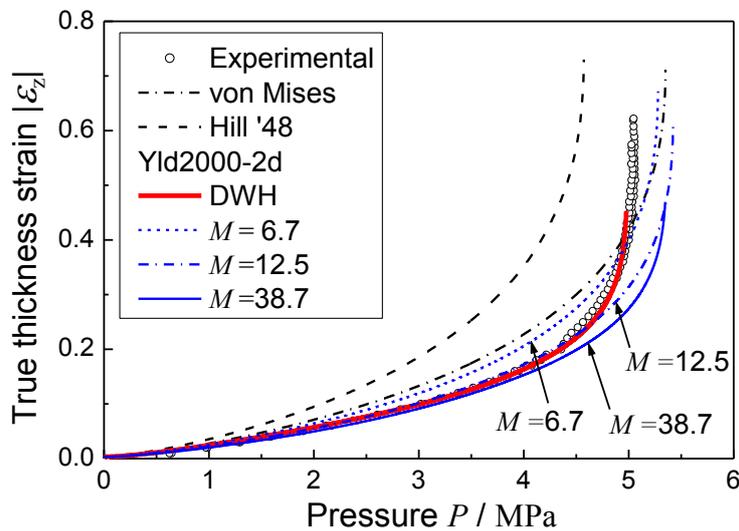


Fig. 4. 19 Measured thickness strain-pressure curve at the apex of a bulging specimen, compared with those calculated using finite element analysis with selected yield functions. DWH: differential work hardening

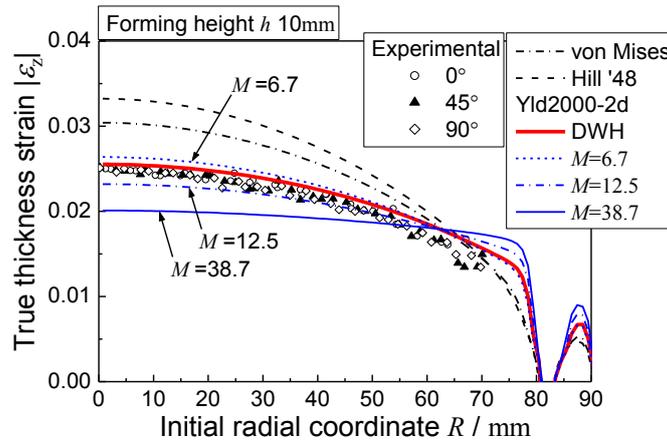
バルジ成形中の試験片において, 圧延方向から 0° , 45° , 90° 方向の子午線に沿った板厚ひずみ分布を Fig. 4. 20に示す. 同図(a), (b), (c)は, バルジ成形高さがそれぞれ $h = 10, 20, 38$ mm の場合である. 成形高さによらず, 測定方向による板厚ひずみ分布の差は無いことがわかる. FEM 計算値も実験値と同様, 成形高さによらず測定方向による板厚ひずみ分布の差は無いので, 圧延方向の計算値のみを記載する.

FEMの解析精度に及ぼす材料モデルの影響について考察する. $h = 10$ mm (Fig. 4. 20 (a)) では, 頂点部の板厚ひずみは $|\varepsilon_z| \approx 0.025$ であり, 低ひずみ状態での比較となっている. von Misesおよび Hill '48は全体的に板厚減少を過大に予測している. 等方硬化型の Yld2000-2dは, $\varepsilon_0^p = 0.002$ の等塑性仕事面に対してパラメータ同定された $M = 6.7$ は, 実験値の傾向を良く再現できている, $\varepsilon_0^p = 0.04$ の等塑性仕事面に対してパラメータ同定された $M = 12.5$ は, 頂点部の $|\varepsilon_z|$ をわずかに過小評価している. $\varepsilon_0^p = 0.16$ の等塑性仕事面に対してパラメータ同定された $M = 38.7$ は, 頂点部の $|\varepsilon_z|$ を過小に,

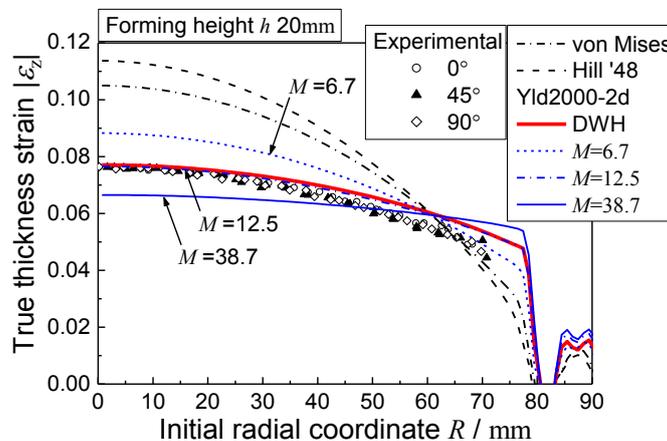
周辺部の $|\epsilon_z|$ を過大に予測している。異方硬化型のYld2000-2dは実験値を最も正確に再現できている。すなわち、低ひずみ状態の試験片においては、低ひずみ範囲でパラメータ同定した $M=6.7$ のYld2000-2dと異方硬化型のYld2000-2dが実験値と良い一致を示した。

$h=20\text{mm}$ (Fig. 4. 20 (b)) では、頂点部の板厚ひずみは $|\epsilon_z| \approx 0.08$ であり、中程度のひずみ状態での比較となっている。 $h=10\text{mm}$ と同様に、von Misesおよび Hill '48は板厚減少を過大に予測している。等方硬化型の Yld2000-2d では、 $M=12.5$ が実験値の傾向を最もよく再現できている。一方、 $h=10\text{mm}$ で実験値と良い一致を示した $M=6.7$ は、全体的に板厚減少を過大に予測している。 $M=38.7$ も実験値の傾向を再現できていない。異方硬化型の Yld2000-2d は、 $M=12.5$ の Yld2000-2d とほぼ同じ計算値となり、実験値の傾向をよく再現できている。すなわち、中程度のひずみ状態の比較においては、中程度のひずみ範囲でパラメータ同定された $M=12.5$ の Yld2000-2d と異方硬化型の Yld2000-2d が実験値と最も良い一致を示した。

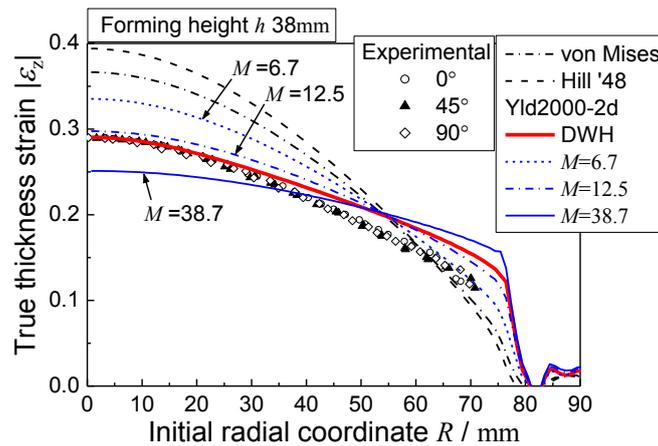
$h=38\text{mm}$ (Fig. 4. 20 (c)) では、頂点部の板厚ひずみは $|\epsilon_z| \approx 0.28$ であり、大きいひずみ状態での比較となっている。 $h=10$ および 20mm と同様に、von MisesおよびHill '48は板厚減少を過大に予測している。 $M=6.7$ および 12.5 のYld2000- 2dは、どちらも全体的に板厚減少を過大に予測している。また、 $M=38.7$ のYld2000-2dも実験値と大きく異なる。一方、異方硬化型のYld2000-2dは、 $0 \leq R \leq 20\text{mm}$ の範囲では実験値とほぼ一致している。ただし、周辺部の板厚減少を若干過大に予測している。



(a)



(b)



(c)

Fig. 4. 20 Measured thickness strain along meridian lines of a bulged specimen, compared with those calculated using finite element analysis with selected yield functions

Fig. 4. 19およびFig. 4. 20の結果を総括すると、異方硬化モデルの導入により、成形初期から成形終了に至るすべての成形段階に対して解析精度が向上した。また、成形品に付加されるひずみが小さければ、同レベルのひずみ範囲で同定されたYld2000-2dに基づく等方硬化モデルと異方硬化モデルによる計算値の差異は小さい。一方、成形品に付加されるひずみが大きい場合は、たとえ同レベルのひずみ範囲で同定した降伏関数を使用しても、計算精度は向上しない。これは、最終成形品のひずみは、成形初期から成形終了に至る全変形過程において発生する塑性ひずみ増分の積分として現れるからである。すなわち、全変形過程における塑性変形挙動が精度良く再現できて初めて、最終成形品の応力およびひずみの計算値が実験値と一致するのである。

なお、本報で提案した異方硬化モデルでは、バウシニング効果などの変形経路が大きく変化した場合の材料の変形挙動の再現はできない。除荷再負荷や反転負荷、応力比急変などの複雑変形経路における成形シミュレーションにの高精度化には、異方硬化挙動に加えて反転負荷挙動などを再現できる材料モデルの構築が必要となる。

4.5. 結言

6016アルミニウム合金板の低ひずみ域～10%を超える大ひずみ域における二軸応力試験を行い、異方硬化挙動を詳細に測定した。さらに異方硬化挙動を定式化する手法を考案し、有限要素解析ソフトウェアに組み込んだ。そして板材の張出し成形を模した液圧バルジ成形による実験検証を行った。その結果、以下の知見を得た。

- (I) 供試材の二軸引張試験および二軸バルジ試験の結果より、塑性仕事の増加に伴い等塑性仕事面が von Mises 型から Tresca 型に徐々に変化する異方硬化挙動が確認された。
- (II) Yld2000-2d 降伏関数の次数 M と異方性パラメータ α_i ($i=1\sim 8$) を基準塑性ひずみ ϵ_0^p の関数として表現することにより、供試材の異方硬化挙動を再現できる材料モデルを構築した。
- (III) 液圧バルジ成形解析において、成形初期における実験値との比較では、低ひずみ域で同定した異方性パラメータを用いる降伏関数もしくは異方硬化モデルを用いることで実験結果を高精度に再現可能である。
- (IV) 液圧バルジ成形解析において、成形後期における実験結果の比較では、異方硬化モデルを用いることで実験結果を高精度に再現可能であり、大ひずみ域で同定した異方性パラメータを用いる降伏関数を使用する場合は実験値との乖離が大きい。
- (V) 材料の変形経路が加工途中に大きく変化しない液圧バルジ成形解析において、成形初期から成形終了に至るすべてのひずみレベルで、異方硬化モデルの解析精度は、等方硬化モデルに比べて向上した。

以上により、大変形板材成形シミュレーションの高精度化には、低ひずみ域～大ひずみ域までの全ての変形過程における材料の塑性変形挙動を正確に表現できる異方硬化モデルの使用が有効であることを立証した。次章では、二軸応力下において材料に加わる応力が反転する場合の非等方硬化現象の測定とモデル化に関して述べる。

参考文献

- [1] 桑原利彦, 栗田圭一. (2000). 6000系アルミニウム合金板の2軸引張塑性変形特性の測定と降伏条件式の検証. *軽金属*, **50**(1), 2-6.
- [2] 桑原利彦, 梅村昌史, 吉田健吾, 黒田充紀, 平野清一, 菊田良成. (2006). Mg量の異なる5000系アルミニウム合金板の成形限界ひずみ. *軽金属*, **56**(6), 323-328.
- [3] 桑原利彦, 江夏亮太郎, 山岸駿介, 菅原史法. (2012). 二軸バルジ試験による冷延IF鋼板の加工硬化特性の測定と材料モデリング. *鉄と鋼*, **98**, 275-282.
- [4] 菅原史法, 桑原利彦. (2013). 金属板材の大ひずみ二軸応力-ひずみ曲線の連続測定を可能とする二軸バルジ試験機の開発. *塑性と加工*, **54**(624), 57-63.
- [5] Kuwabara, T. & Sugawara, F. (2013). Multiaxial tube expansion test method for measurement of sheet metal deformation behavior under biaxial tension for a large strain range. *International Journal of Plasticity*, **45**, 103-118.
- [6] Kuwabara, T. (2007). Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations. *International Journal of Plasticity*, **23**(3), 385-419.
- [7] Banabic, D., Barlat, F., Cazacu, O. & Kuwabara, T. (2010). Advances in anisotropy and formability. *International Journal of Material Forming*, **3**(3), 165-189.
- [8] Hill, R. & Hutchinson, J. W. (1992). Differential hardening in sheet metal under biaxial loading: a theoretical framework. *Journal of Applied Mechanics*, **59**, S1-S9.
- [9] Hill, R., Hecker, S. S. & Stout, M. G. (1994). An investigation of plastic flow and differential work hardening in orthotropic brass tubes under fluid pressure and axial load. *International Journal of Solids and Structures*, **31**(21), 2999-3021.
- [10] Kuwabara, T., Van Bael, A. & Iizuka, E. (2002). Measurement and analysis of yield locus and work hardening characteristics of steel sheets with different r -values. *Acta materialia*, **50**(14), 3717-3729.
- [11] 橋本一真, 桑原利彦, 飯塚栄治, Yoon, J. W. (2010). 590 MPa級冷延鋼板の穴広げ成形シミュレーションの解析精度に及ぼす異方性降伏関数の影響. *鉄と鋼*, **96**(9), 557-563.
- [12] Kuwabara, T., Hashimoto, K., Iizuka, E. & Yoon, J. W. (2011). Effect of anisotropic yield functions on the accuracy of hole expansion simulations. *Journal of Materials Processing Technology*, **211**(3), 475-481.
- [13] Abedrabbo, N., Pourboghraat, F. & Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures—Part 1: Material characterization. *International Journal of plasticity*, **22**(2), 314-341.
- [14] Abedrabbo, N., Pourboghraat, F. & Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures—Part 2: Numerical modeling and experimental verification. *International Journal of Plasticity*, **22**(2), 342-373.
- [15] Abedrabbo, N., Pourboghraat, F. & Carsley, J. (2007). Forming of AA5182-O and AA5754-O at elevated temperatures using coupled thermo-mechanical finite element models. *International Journal of Plasticity*, **23**(5), 841-875.
- [16] Plunkett, B., Lebensohn, R. A., Cazacu, O. & Barlat, F. (2006). Anisotropic yield function of hexagonal materials taking into account texture development and anisotropic hardening. *Acta*

Materialia, **54**(16), 4159-4169.

- [17] Wang, H., Wan, M., Wu, X. & Yan, Y. (2009). The equivalent plastic strain-dependent Yld2000-2d yield function and the experimental verification. *Computational materials science*, **47**(1), 12-22.
- [18] Kuwabara, T. & Sugawara, F. (2013). Multiaxial tube expansion test method for measurement of sheet metal deformation behavior under biaxial tension for a large strain range. *International Journal of Plasticity*, **45**, 103-118.
- [19] 菅原史法, 桑原利彦. (2013). 金属板材の大ひずみ二軸応力-ひずみ曲線の連続測定を可能とする二軸バルジ試験機の開発. *塑性と加工*, **54**(624), 57-63.

第5章

応力反転を伴う二軸応力下での 弾塑性変形挙動の測定とモデル化

5.1. 背景

第3章および4章において、比例変形状態における金属材料の非等方硬化現象（異方硬化挙動）のモデル化を行い、FEAを用いた成形シミュレーションの高精度化には、材料の示す異方硬化挙動を正確に再現できるモデルの使用が有効であることを示した。しかしながら、産業界における様々な製造工程では、応力の反転を伴う複合負荷が材料に加えられる場合が多い。そこで本章では、二軸応力状態下において、材料に加わる応力が反転する場合の非等方硬化現象を測定し、その挙動を正確に再現するモデル化を試みる。

複合負荷を材料に付与する試験法としては、管材を使用した引張—ねじり組合せ試験法について数多くの報告（例えば[1, 2]など）があるが、管材の実製造時にはせん断応力が主となることは少なく、管材の実製造時に材料に加わる応力状態とは異なる。他にも、引張—内圧組合せ試験として、管材中央部に二軸応力を発生させた研究（例えば[3, 4]など）もあるが、その多くは再降伏現象のみに着目しており、負荷経路変更後に10%以上の大ひずみを付与する研究はなされていない。応力反転時におけるバウシंगा効果の影響を表現可能な材料構成式として移動硬化則[5~8]が提唱されており、今もなお様々なモデルが考案されている[9~11]。しかし、移動硬化モデルの精度検証は、単軸応力状態もしくはせん断応力状態とその組合せにおける応力状態に限定されており[1, 12, 13]、二軸引張応力状態において応力反転を伴う複合負荷の場合に対して、移動硬化則の妥当性を検証した研究は少ない[4, 14, 15]。加えて、移動硬化則においては塑性流動応力の変化を表現するために、便宜的に降伏曲面の中心を移動させるが、多くの場合、降伏関数を塑性ポテンシャルとみなして関連流れ則を適用する。すなわち塑性ひずみ速度の発生方向も移動硬化則の影響を受ける。しかし、移動硬化則を適用した場合の、二軸応力下における関連流れ則の妥当性を実験的に検証した研究は極めて少ない[15]。

そこで本章では、溶接部がなく機械的性質が円周方向に均一である継目無鋼管を供試材として、二軸バルジ試験および単軸応力状態での反転負荷試験より、材料の弾塑性変形挙動を表現可能な降伏関数および硬化則を同定する。次いで管軸方向に予圧縮ひずみを付与した円管試験片を用いて二軸バルジ試験を行い、逆方向の予ひずみを受けた材料の塑性変形挙動を詳細に検証する。さらに単軸応力状態での反転負荷試験よりパラメータを決定した硬化則による計算値と、予ひずみを受けた材料の二軸応力下での塑性変形挙動を精密に測定・比較し、移動硬化則と関連流れ則の妥当性を実験的に確認する。

5.2. 応力反転を含む二軸応力状態における塑性変形挙動の測定

本章で用いる供試材は、外径63.5mm、肉厚8mmの熱間仕上継目無鋼管である。試験片は、母管肉厚中央からFig. 5. 1に示す標点部直径5mmの小型単軸試験片と、外径58mm、肉厚2mmの円管試験片を機械加工により削り出し、それぞれ単軸試験、二軸バルジ試験に用いた。供試材の化学組成をTable 5. 1に示す。

Table 5. 1 Chemical composition of the test material (Wt%).

C	Si	Mn	P	S	Fe
0.21	0.19	0.50	0.018	0.003	Bal.

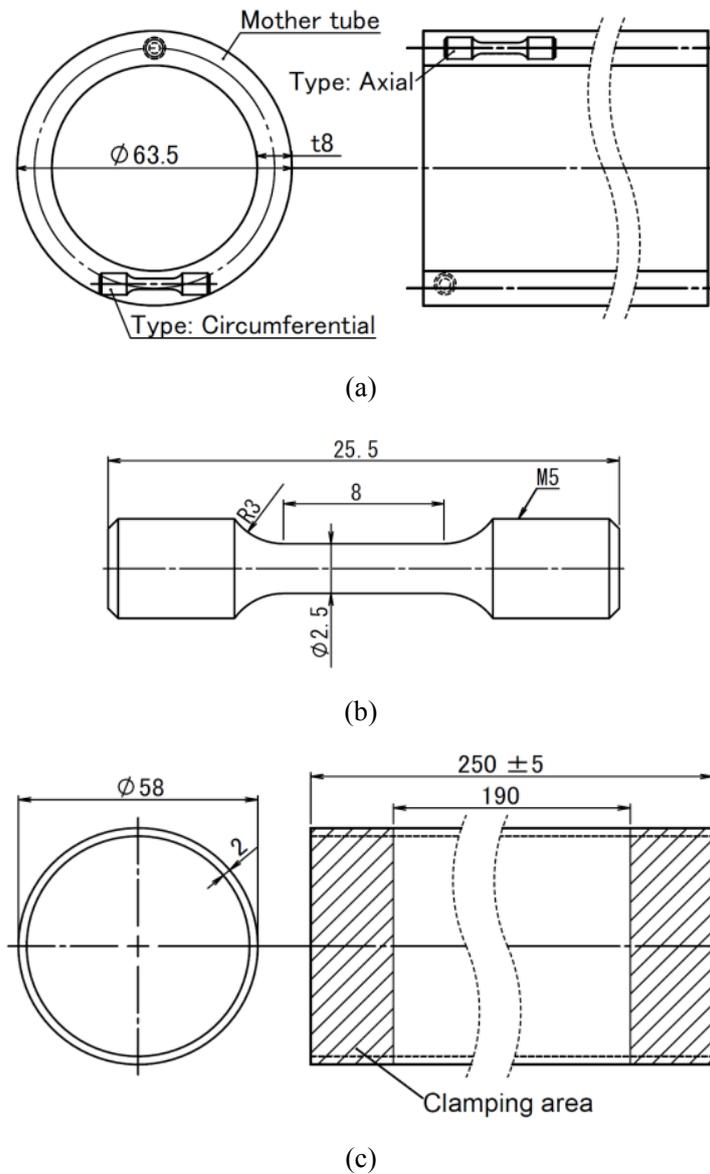


Fig. 5. 1 Schematic of specimens: (a) mother tube and sectional views of small uniaxial stress specimens, (b) geometry of small uniaxial stress specimen used for uniaxial monotonic and reverse loading tests, and (c) geometry of tubular specimen used for multiaxial tube expansion tests. All dimensions are in mm

5.2.1. 小型単軸試験方法

小型単軸試験片を用いて管軸方向，円周方向に対してそれぞれ単軸引張，単軸圧縮，反転負荷試験を行った．試験片の両端はねじで固定し，圧縮応力を付与する実験の際は座屈防止治具を用いて試験片の座屈を防止した．引張試験機のクロスヘッド変位速度は，ひずみ速度が $2 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$ となるように設定した．単軸引張，圧縮試験に関しては，試験片がそれぞれ破断もしくは座屈するまで，反転負荷試験に関しては，下記2パターンの公称ひずみ経路を負荷した．

- (A) 引張3% → 圧縮-3% → 引張10%
- (B) 引張3% → 圧縮0% → 引張10%

5.2.1. 小型単軸試験結果

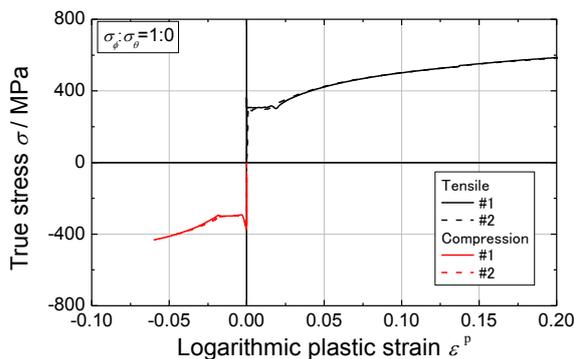
(I) 比例負荷試験

小型単軸試験片を用いた管軸方向，円周方向に対する単軸引張，圧縮試験結果ならびに指数硬化型の加工硬化式によるパラメータの同定結果をFig. 5. 2に示す．まず引張と圧縮の試験結果を比較すると，試験片形状に起因して，圧縮試験で測定可能なひずみ範囲は引張試験より小さいものの，両者は概ね一致しており，引張と圧縮の初期異方性は測定されなかった．さらに，管軸方向に対する試験結果と円周方向に対する試験結果の比較から，両者は一致しており，負荷方向に対する初期異方性も同様に存在しなかった．すなわち，本供試材は単軸応力下ではおおよそ等方性材料とみなすことができる．また，それらの加工硬化挙動は，Swift型の指数硬化則によって精度良く表現された．加工硬化パラメータをTable 5. 2に示す．

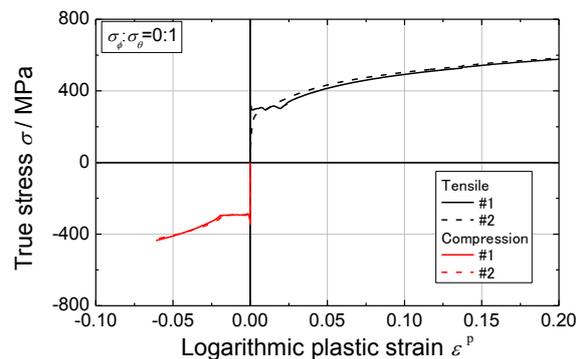
Table 5. 2 Hardening parameters of Swift's hardening law.

C^*	n^*	α^*
892.4	0.26	0.008

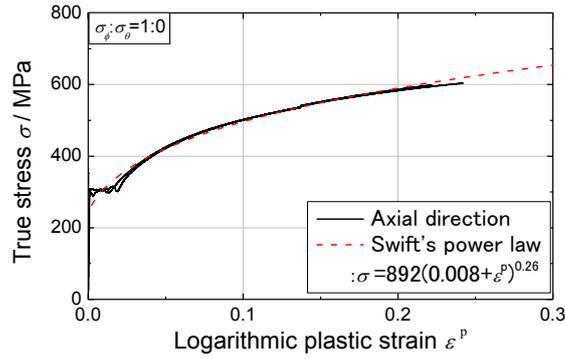
*Approximated using $\sigma = c(\alpha + \varepsilon^p)^n$



(a) Axial direction



(b) Circumferential direction

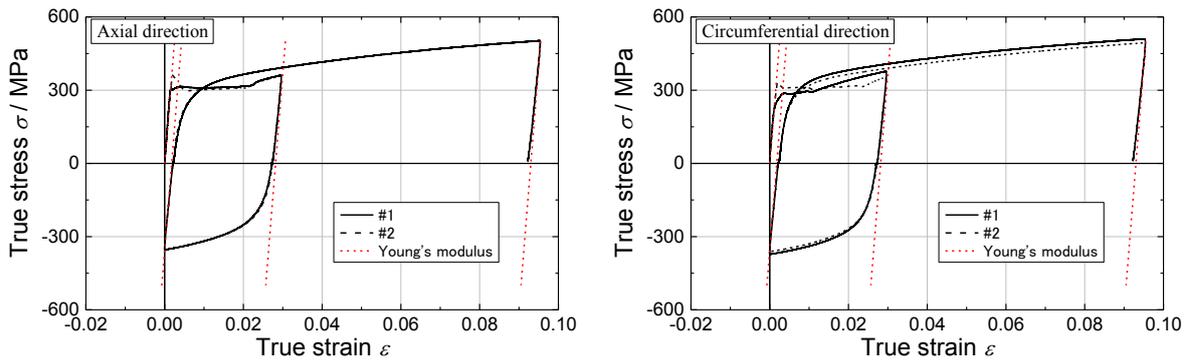


(c) Hardening parameter fittings for Swift's power law

Fig. 5.2 True stress-logarithmic strain curves measured for uniaxial tensile and compression tests

(II) 反転負荷試験

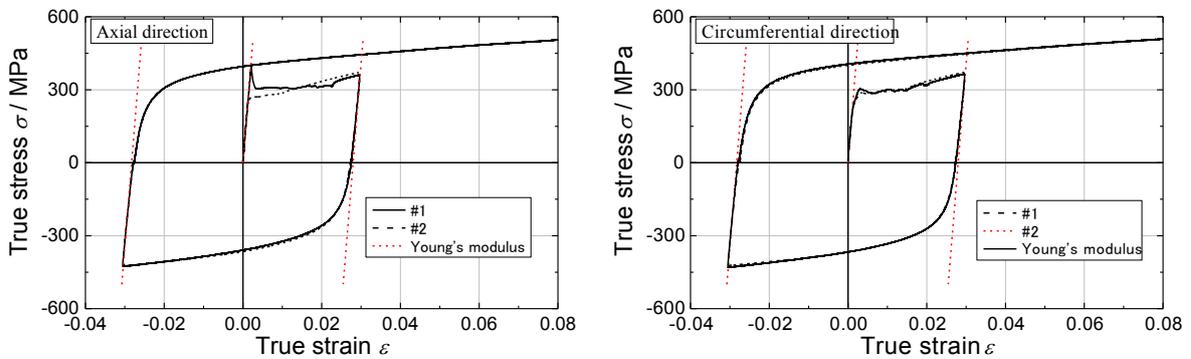
小型単軸試験片を用いた管軸方向，円周方向それぞれに対する反転負荷試験結果をFig. 5.3およびFig. 5.4に示す．実験結果より，応力反転時の再降伏応力が低下する，顕著なバウシング効果が測定された．試験片の採取方向による影響は非常に小さく，応力反転によるバウシング効果などの発達はおよそ等方的であるとみなすことができる．



(a) Axial direction

(b) Circumferential direction

Fig. 5.3 True stress-true strain curves measured for reverse loading tests path A



(a) Axial direction

(b) Circumferential direction

Fig. 5.4 True stress-true strain curves measured for reverse loading tests path B

5.2.2. 二軸バルジ試験方法

(I) 比例負荷試験

サーボ制御軸力-内圧型二軸応力試験機を用いて、円管試験片に軸力と内圧を制御・負荷し、二軸応力試験を行った。ひずみの測定には、管中央部の円周方向に120°おきに配置した変位計による円管外壁の半径方向の変位量から周方向ひずみを、初期標点距離20mmの軸方向伸び計により軸方向ひずみをそれぞれ算出した。試験機と試験方法の詳細は文献[16]を参照されたい。

試験片に付与する二軸応力比（管軸方向 ϕ ：円周方向 θ ）は $\sigma_\phi:\sigma_\theta=4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 3:4, 1:2, 1:4$ の7通りとした。試験は後述する管軸方向の単軸引張試験結果を基準に、von Misesの相当塑性ひずみ速度が $5 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$ で一定となるように各軸の真応力増分を制御した。

(II) 予ひずみ後の二軸応力試験

圧縮予ひずみ付与後の供試材の弾塑性変形挙動を評価するために、プレス機により母管を軸方向に予圧縮した後、Fig. 1 (c)に示す円管試験片を機械加工により作製し、二軸バルジ試験を行った。母管に付与する予ひずみは、 $\epsilon_\phi = -0.05$ とした。予変形として管軸方向圧縮を選択した理由は、実際の造管工程において、管材の一部分に高頻度で発生する変形形態であるためである。なお事前の有限要素解析により、母管の樽型変形の影響は無視可能な程度であることを確認し、予圧縮時は母管周方向90°おきに貼付けたひずみゲージの値より、座屈発生のないことを確認した。

5.2.3. 二軸バルジ試験結果

(I) 比例負荷試験

円管試験片を使用して、軸力-内圧型二軸応力試験機により、比例負荷における二軸引張試験を行った。Fig. 5.5に応力経路の指令値と実測値を示す。材料が弾性変形状態である試験初期において、実測値の周方向応力が指令値より低く測定されている領域もあるが、これは、軸力に対して内圧が応答遅れするため、内圧によって制御される応力値の上昇が遅れるためである。しかし、試験が塑性変形を開始する前に実測値が指令値に沿っているため、弾性変形状態での変形経路依存性を無視すれば実験精度に影響を及ぼさない。Fig. 5.6には、試験前後の試験片の写真を示す。次に、二軸バルジ試験によって得られた、各応力比における真応力-真塑性ひずみ線図を Fig. 5.7(a) に、破断後の試験片をFig. 5.7(b)に示す。応力比 $\sigma_\phi:\sigma_\theta=4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 3:4, 1:2, 1:4$ の二軸応力試験において、各々2回の試験結果一致しており再現性が確認された。

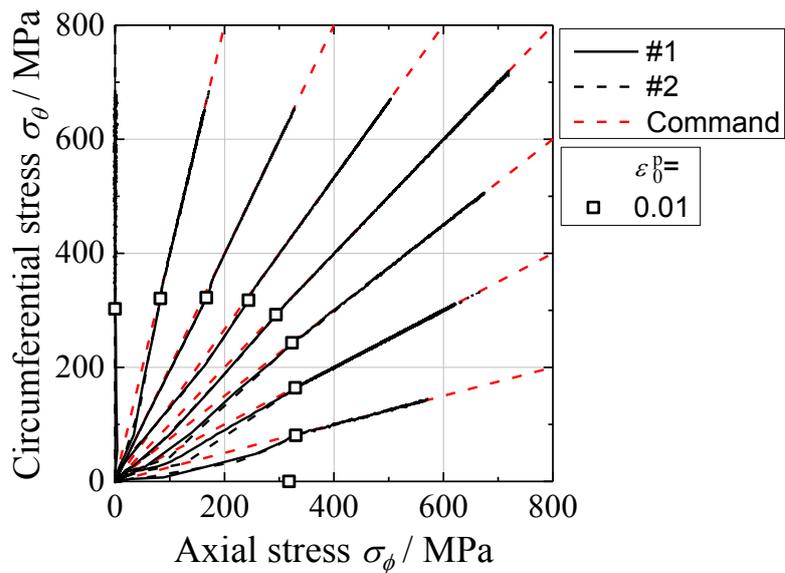
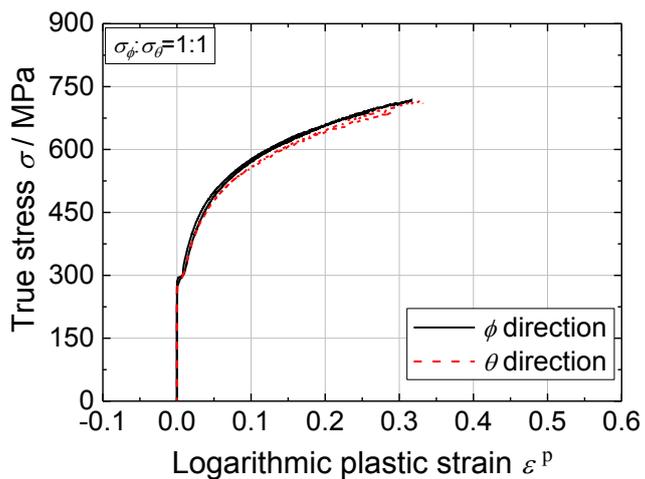


Fig. 5.5 Experimental stress path of multiaxial tube expansion test



$\sigma_{\phi} : \sigma_{\theta} =$ 4:1 2:1 4:3 1:1 3:4 1:2 1:4

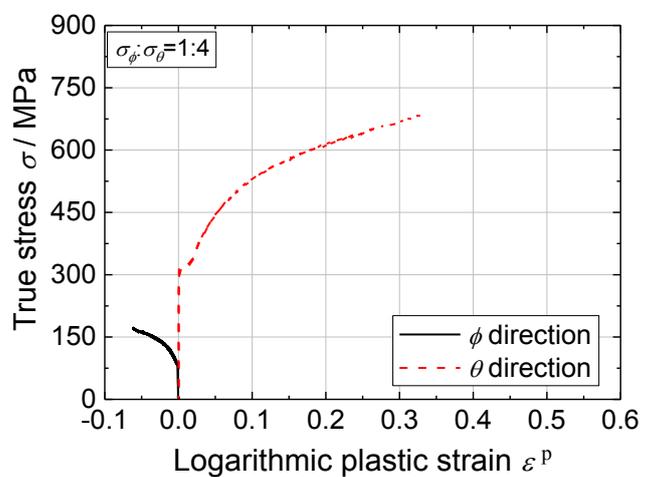
Fig. 5.6 Fractured specimens for multiaxial tube expansion test



(a1) $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$



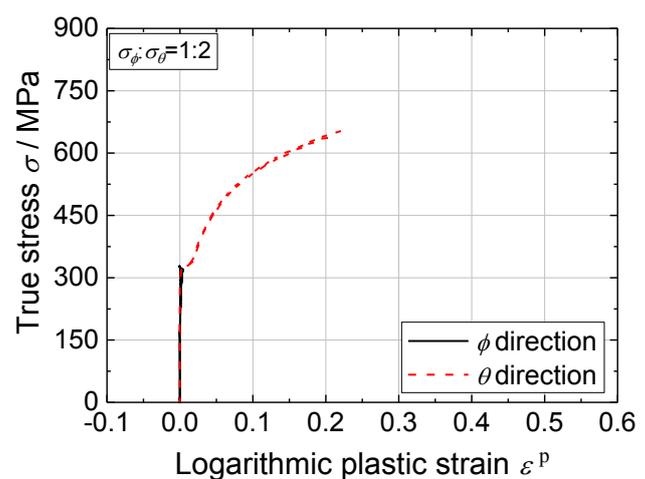
(b1)



(a2) $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:4$



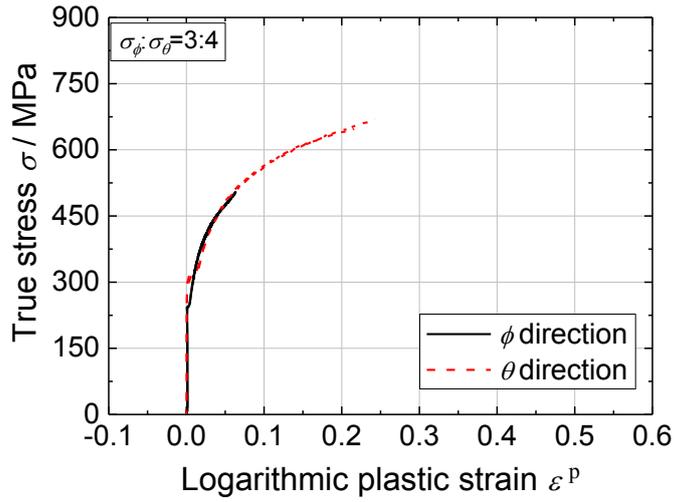
(b2)



(a3) $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2$



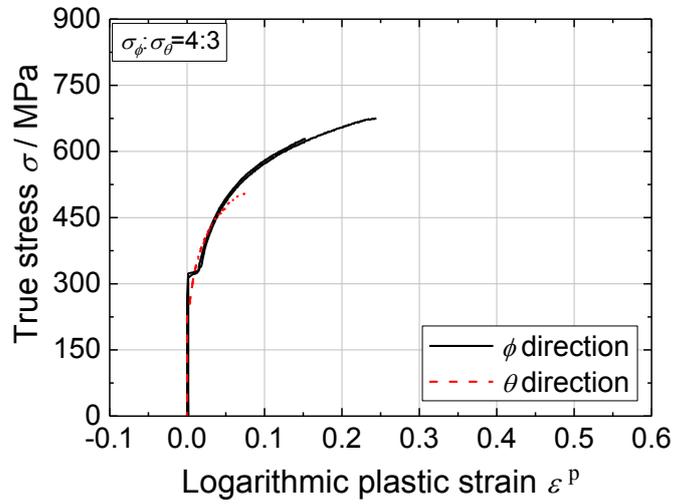
(b3)



(a4) $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 3:4$



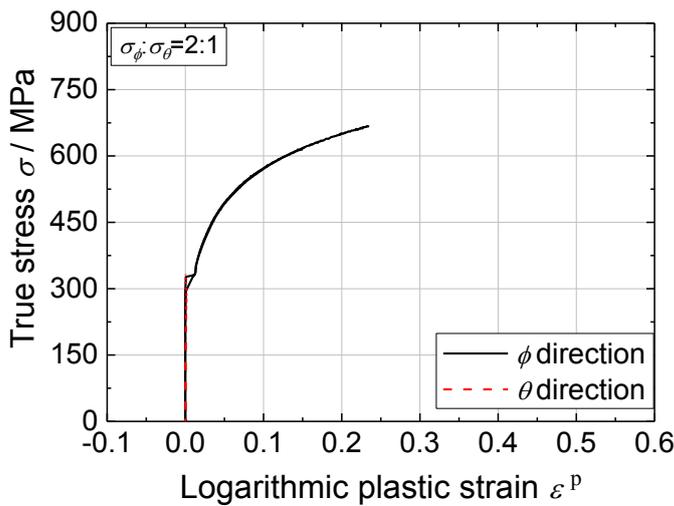
(b4)



(a5) $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 4:3$



(b5)



(a6) $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1$



(b6)

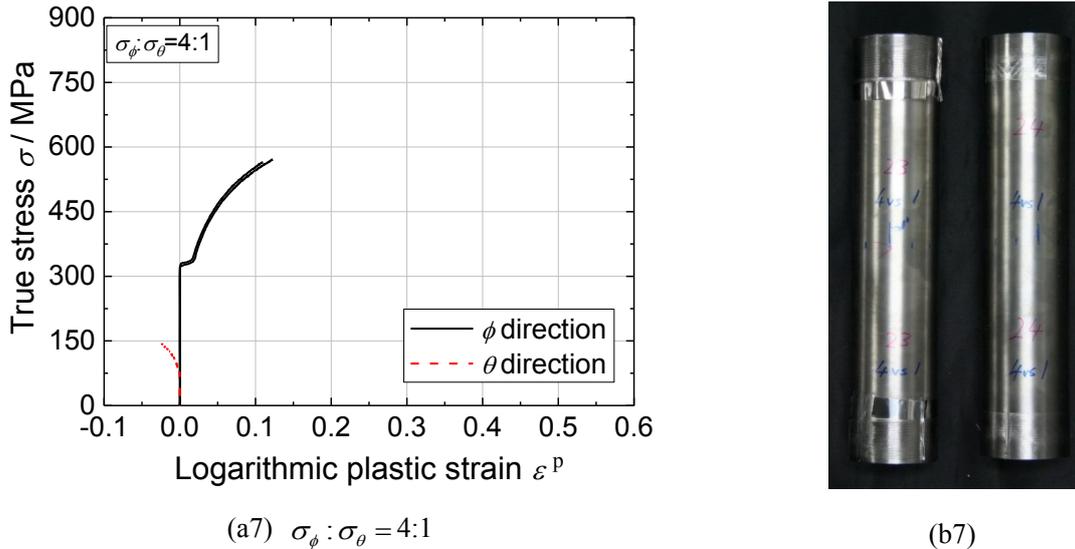


Fig. 5.7 (a) True stress-true plastic strain curves measured using tube expansion tests
(b) Specimens after multi-axial expansion test

(II) 予ひずみ後の二軸応力試験

二軸応力下での予ひずみの影響を評価するために、 $\epsilon_\phi = -0.05$ の軸方向圧縮予ひずみを付与した円管試験片に対して二軸バルジ試験を行った。すなわち、第一負荷は $\sigma_\phi : \sigma_\theta = -1:0$ の管軸方向単軸圧縮とし、第二負荷は $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0, 2:1, 1:1, 1:2, 0:1$ の5通りとした。なお、第二負荷の $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ に対しては第一、第二負荷ともに小型単軸試験片を使用した。

$\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ の実験例をFig. 5.8に示す。第一負荷の軸方向予圧縮は、全ての応力比で同一の負荷経路を経る。その後、除荷後の第二負荷において各応力状態を試験片に負荷する。

予ひずみ付与後の二軸応力試験より測定された真応力-対数ひずみ曲線をFig. 5.9に示す。ここで、第一負荷を除荷した時点のひずみを0として結果を示している。また、グラフを簡潔にするために $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1, 1:2$ に対しては最大主応力方向のみを、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ に対しては管軸方向と円周方向に分けて記載した。

まず、応力状態が同一で、最大主応力方向 (ϕ もしくは θ 方向)のみが異なるケースの実験結果に着目する ($\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ と $0:1$ および $2:1$ と $1:2$)。以下、 ϵ_1 は再負荷後に加わった最大主ひずみを示す。予ひずみ試験により、 σ_ϕ の負の方向へ前負荷を付与したため、 ϕ 方向が最大主応力となる実験 ($\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0, 2:1$)では、バウシング効果により塑性流動応力が低下している。ただし、平面ひずみ状態である(c)および(d)の比較においては、およそ $0.08 < \epsilon_1$ において前負荷の影響が消失し、両者はほぼ一致している。 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ の ϕ 方向と θ 方向の比較では、再降伏初期、すなわち遷移硬化領域において ϕ 方向がより低い塑性流動応力で変形が進展している。一方、平面ひずみ状態と同様に、およそ $0.08 < \epsilon_1$ で前負荷の影響が消失し、 ϕ, θ 方向ともにほぼ同一の結果となった。以上の実験結果より、予ひずみ付与後の二軸応力試験においては、単軸応力状態の場合と同様に、前負荷の影響がバウシング効果として表れるものの、後続の負荷経路で付与されるひずみの増大に伴い、前負荷の影響は次第に消失する傾向が観測された。したがって、背応力の

発展則は前負荷の影響が徐々に消失するモデル，例えばArmstrongとFrederick[7]により提案された背応力の発展則 $\dot{\alpha} = C(a\dot{\varepsilon}^p - \alpha\dot{\varepsilon}^p)$ の形で表わされるモデル（以下AF型）をベースにすることが望ましい。

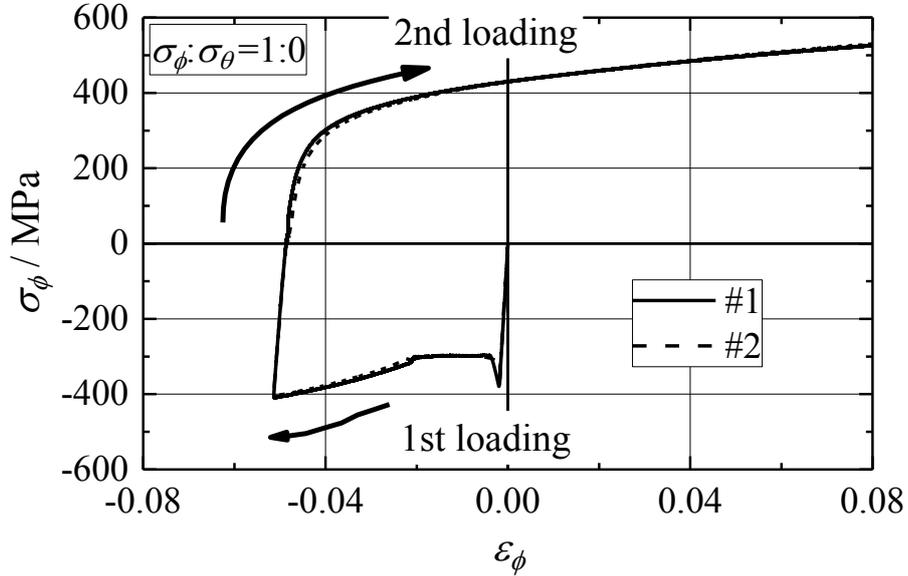
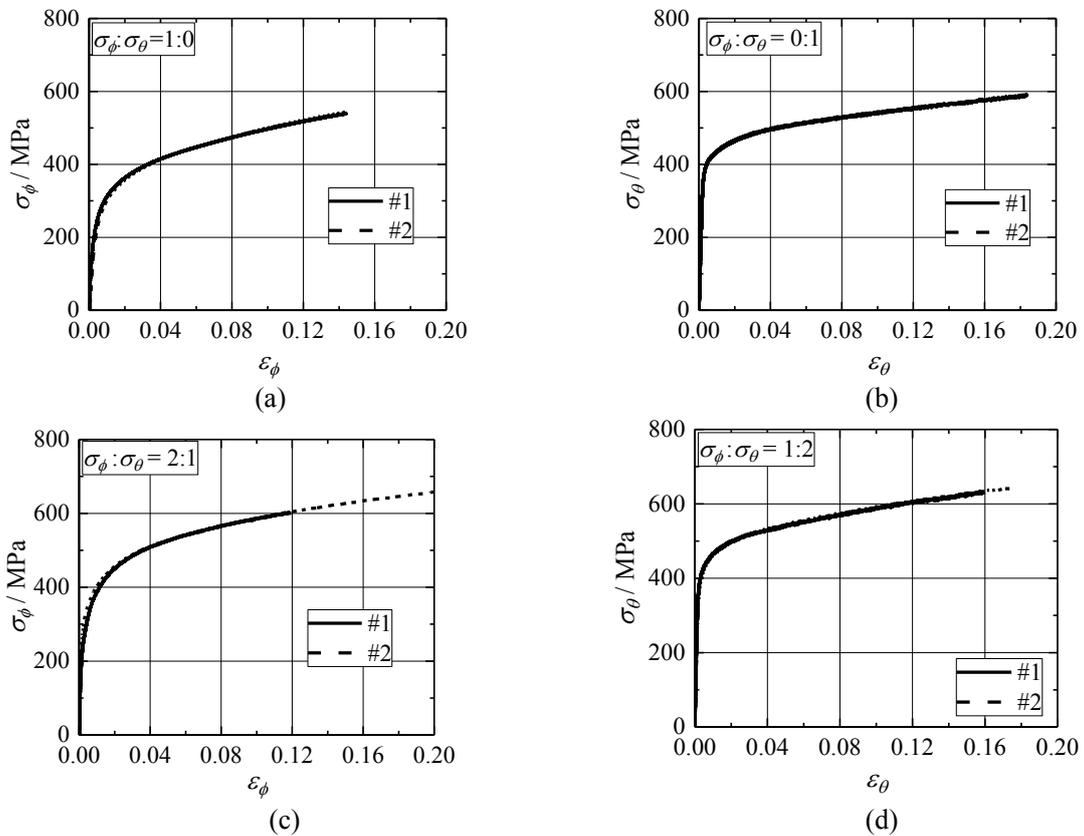


Fig. 5. 8 True stress-logarithmic strain curves measured for second loading of reverse loading tests with uniaxial compression followed by uniaxial tension in axial direction



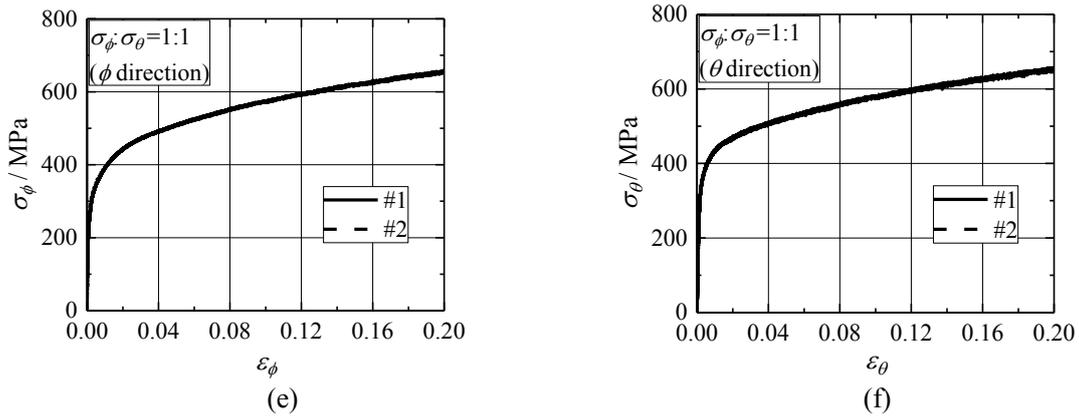


Fig. 5.9 True stress-logarithmic strain curves measured for second loading of reverse loading tests with uniaxial compression followed by biaxial tension

5.3. 材料モデリング

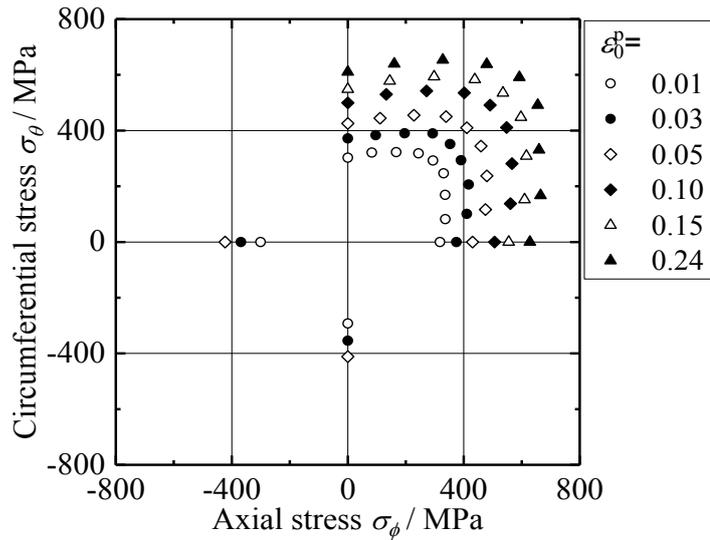
5.3.1. 比例負荷試験結果を用いた材料モデリング

単軸引張試験、および円管試験片による二軸バルジ試験により測定された供試材の塑性変形挙動を定量的に評価するために、Hillら[17, 18]が提唱した等塑性仕事面を測定した。まず管軸方向の単軸引張試験結果より、既定の基準塑性ひずみ ϵ_0^p に達した瞬間における単軸引張応力 σ_0 と、 ϵ_0^p に達するまでになされた単位体積あたりの塑性仕事 W_0 を求める。次いで、二軸バルジ試験および円周方向の単軸引張試験を行い、 W_0 と等量の塑性仕事消費された時点の応力点 $(\sigma_\phi, \sigma_\theta)$ を求め、それらを主応力空間にプロットして、 ϵ_0^p に対する等塑性仕事面を決定した。

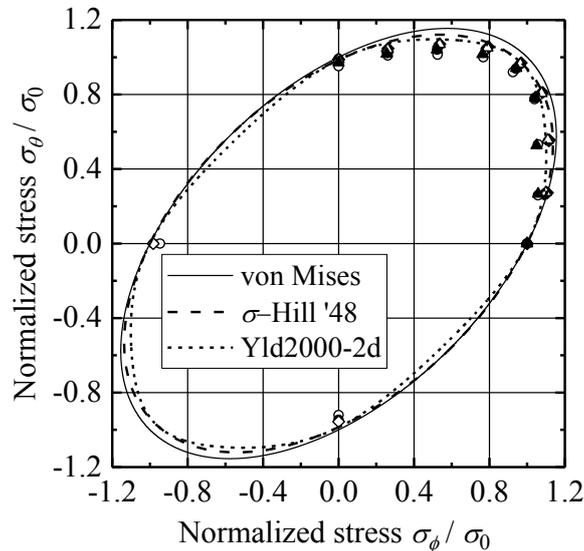
等塑性仕事面の測定結果をFig. 5.10(a)に示す。各試験での相当ひずみ速度は $(2 \sim 5) \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ であり、応力空間の第一象限（二軸引張状態）において $\epsilon_0^p = 0.24$ まで、単軸圧縮状態では $\epsilon_0^p = 0.05$ までの等塑性仕事面の測定に成功した。さらに、応力点の座標を、当該の ϵ_0^p に対応する σ_0 で除して得られた無次元等塑性仕事面を、von Mises[19]、Hillの二次[20]およびYld2000-2d降伏関数[21]の計算値とともにFig. 2(b)に示す。ここで、それぞれの降伏曲面の計算に用いたパラメータは、 $\epsilon_0^p = 0.1$ におけるvon Mises: $\sigma_{\phi uni}$, Hillの二次: $\sigma_{\phi uni}$, $\sigma_{\theta uni}$, σ_b , Yld2000-2d: $\sigma_{\phi uni}$, $\sigma_{\theta uni}$, σ_b , $r_{\phi uni}$, $r_{\theta uni}$, r_b である。ただし $\sigma_{\phi uni}$, $\sigma_{\theta uni}$, $r_{\phi uni}$, $r_{\theta uni}$ はそれぞれ管軸方向、円周方向単軸引張試験における応力および r 値、 σ_b , r_b は等二軸引張状態の応力と塑性ひずみ増分比 ($r_b \equiv d\epsilon_\theta^p / d\epsilon_\phi^p$) である。なお、単軸引張試験による応力ひずみ線図の測定値がほぼ一致し、単軸応力状態において等方性とみなせるため $r_{\phi uni} = r_{\theta uni} = 1$ とした。またYld2000-2dの次数 M は、b.c.c.材料用の推奨値である6とした[22]。Yld2000-2d降伏関数の異方性パラメータをTable 5.3に示す。なお、本章ではせん断応力が付与される応力状態の材料試験を行っていないため、Yld2000-2d降伏関数のせん断応力成分の異方性係数 α_7, α_8 は不定である。実際にFEAなどを行う際には、試験片にせん断応力成分を付与可能なねじり試験などを実施する必要がある。

Table 5.3 Anisotropic parameters for Yld2000-2d

ϵ_0^p	M	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0.10	6.0	0.9867	1.0366	1.0497	1.0180	1.0155	1.0723



(a)



(b)

Fig. 5.10 (a) Measured stress points forming contours of plastic work for different levels of ϵ_0^p , and (b) those normalized by uniaxial tensile flow stress σ_0 associated with ϵ_0^p compared with the yield loci calculated using selected yield functions

Fig. 5.10 (b)の結果より、本供試材は、線形応力下では管軸方向、円周方向および引張、圧縮の異方性はほとんど測定されなかったが、第1象限の等塑性仕事面がvon Misesよりもわずかに小さく測定された。すなわち、等塑性仕事面の形状はvon Misesよりも高次の降伏関数で表現される。議論を簡単にするために、本章ではおおむね初期等方性材料とみなし、以降の検討では面内異方性を無視してvon Mises降伏関数を用いた。また、無次元化した等塑性仕事点が一点に集まらない異方硬化挙動も測定された。

異方硬化の程度を定量的に評価するために、無次元化等塑性仕事面について各々の応力比の形状比を求めた。降伏伸びが生じているひずみ域では形状比が急激に変化し、評価することが困難

なので、形状比を基準のひずみは降伏伸びが概ね終了する $\varepsilon_0^p = 0.03$ とした。したがって、 $\varepsilon_0^p = 0.03$ 時に対応する応力点の原点からの距離を $a_{3.0}$ 、各 ε_0^p に対応する応力点までの距離を a とし、その比 $a/a_{3.0}$ をとった。材料が完全な等方硬化を示し、等塑性仕事面が $\varepsilon_0^p = 0.03$ 時の形状に対して相似形状を保っていれば形状比の値は1となる。Fig. 5. 11に形状比の算出結果を示す。形状比の推移を観察すると、降伏伸びの範囲内（約 $\varepsilon_0^p < 0.03$ ）では形状比の変化が大きく、一貫した傾向は確認できない。加工硬化領域（ $\varepsilon_0^p > 0.03$ ）においては、応力比 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1$ 以外の結果はほとんど同一の傾向を示し、形状比は $a/a_{3.0} = 1.0$ から漸増し、1.022~1.035に収斂する。 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1$ に関しては、他の応力比異なり、 $a/a_{3.0} = 1.0$ から漸減し、0.974に収斂する。 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1$ が他の応力比と異なる傾向を示す原因は明らかではないが、他の応力比では形状比の応力比間の差は少ないため、異方硬化挙動の影響は無視した。

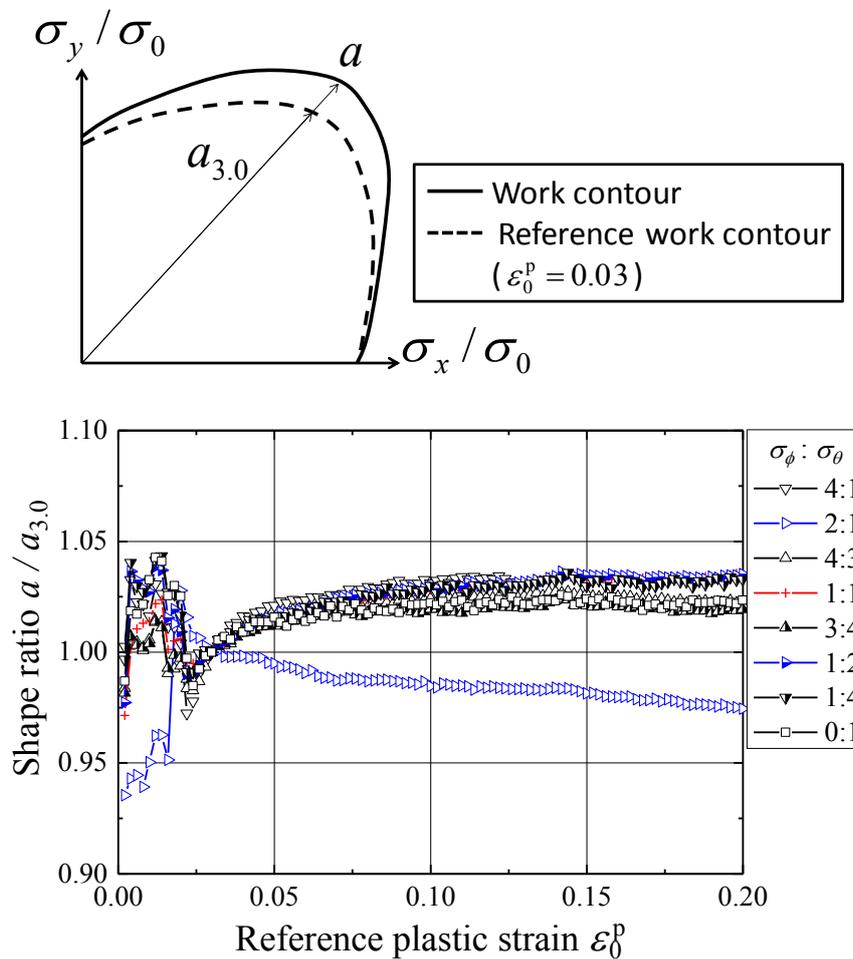


Fig. 5. 11 Variation of the shape ratio $a/a_{3.0}$ with the increase of ε_0^p

5.3.2. 反転負荷試験結果を用いた材料モデリング

供試材の反転負荷挙動の測定結果から、硬化パラメータを決定するため、Fig. 5.4(a)の測定結果を用いてモデル化を行った。なお、一般に、降伏曲面の大きさが変化せずに移動するモデルを移動硬化則、降伏曲面の大きさが変化しつつ移動するモデルを複合硬化則と呼ぶが、本章では両者まとめて移動硬化則と呼ぶ。

等方硬化 (Isotropic Hardening : IHモデル) ならびに、式 (4-1)~(4-3) に示す複合硬化則および式 (4-4)~(4-6) に示す移動硬化則による計算結果を併せてFig. 5.12に示す。移動硬化則に関しては2種類のモデルを用いた。一つは、ChabocheとRousselier[9, 23]により提案されたモデルであり、背応力がArmstrongとFrederickらの提案した非線形項[7]とPragerの提案した線形項[5]からなり、移動硬化に加えて降伏曲面の等方硬化も考慮する複合硬化モデル (CRモデル) である。

$$f_{CR} = \Phi(\sigma - \alpha_{CR}) - (Y_0 + R_{CR}) \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{CR} &= \alpha_1 + \alpha_2 \\ \dot{\alpha}_1 &= C_{CR} \left(\frac{2}{3} a_{CR} \dot{\epsilon}^p - \alpha_1 \dot{\epsilon}^p \right) \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_2 &= \frac{2}{3} H_\infty \dot{\epsilon}^p \\ \dot{R}_{CR} &= b_{CR} (Q - R_{CR}) \dot{\epsilon}^p \end{aligned} \quad (4-3)$$

ここで、 Φ は相当応力、 α_{CR} は重ね合わせされた背応力、 Y_0 は初期降伏応力、 R_{CR} は等方硬化量、 $\dot{\epsilon}^p$ は塑性ひずみ速度、 $\dot{\epsilon}^p$ は相当塑性ひずみ速度であり、CRモデルにおいて決定すべき硬化パラメータは $Y_0, C_{CR}, a_{CR}, H_\infty, b_{CR}, Q$ の6個である。

もう一つは、YoshidaとUemori[10, 24]により提案されたモデルであり、降伏曲面 f_{YU} の移動範囲を限界曲面 F の大きさを制限し、等方硬化的な挙動を限界曲面の膨張で表現する移動硬化モデル (YUモデル) である。

$$\begin{aligned} f_{YU} &= \Phi(\sigma - \alpha_{YU}) - (Y_0) \\ F &= \Phi(\sigma - \beta) - (B + R_{YU}) \end{aligned} \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{YU} &= \alpha^* + \beta \\ \dot{\alpha}^* &= C_{YU} \left(\frac{2}{3} a_{YU} \dot{\epsilon}^p - \sqrt{\frac{a_{YU}}{\Phi(\alpha^*)}} \alpha^* \dot{\epsilon}^p \right) \end{aligned} \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= k \left(\frac{2}{3} b_{YU} \dot{\epsilon}^p - \beta \dot{\epsilon}^p \right) \\ \dot{R}_{YU} &= k (R_{sat} - R_{YU}) \dot{\epsilon}^p \\ \therefore \alpha_{YU} &= B + R_{YU} - Y_0 \end{aligned} \quad (4-6)$$

ここで、 α_{YU} は背応力、 α^* は限界曲面に対する降伏曲面の相対的な移動量、 β は限界曲面の中心、 R_{YU} は限界曲面の等方硬化量であり、YUモデルにおいて決定すべき硬化パラメータは $Y_0, C_{YU}, B, b_{YU}, k, R_{sat}$ の6個である。なお、両モデルともに降伏関数を塑性ポテンシャルとみなし、関連流れ則[25] (式(4-7)) を適用した。

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\epsilon}^p = N^p \dot{\epsilon}^p \quad (4-7)$$

硬化パラメータは、実験結果と計算結果の二乗誤差が最小となるように、全てのパラメータを同時に決定した。CRおよびYUモデルの非線形移動硬化の収束速度を決定するパラメータの C_{CR} 、 C_{YU} は、初期降伏時を C_{CR1} 、 $C_{YU1} = 2000$ で一定、再降伏時を C_{CR2} 、 C_{YU2} とし、それぞれを分けて決定した[26]。決定された硬化パラメータをTable 5. 4に示す。

なお、前節にて供試材の降伏曲面はおおよそ等方性とみなせることを確認したので、以下の数値計算における降伏関数にはvon Misesを使用した。

実験値と計算値を比較すると、加工硬化に伴い降伏曲面が等方的に膨張するIHモデルではバウシニング効果を再現することはできないが、材料の硬化を降伏曲面の移動と膨張の組合せで表現するCRモデルならびに降伏曲面の移動とその移動可能範囲の膨張で表現するYUモデルでは、いずれも応力反転後の再降伏挙動を高精度に再現できた。すなわち、本供試材の単軸応力下での反転負荷挙動は、移動硬化則により高精度に表現可能である。

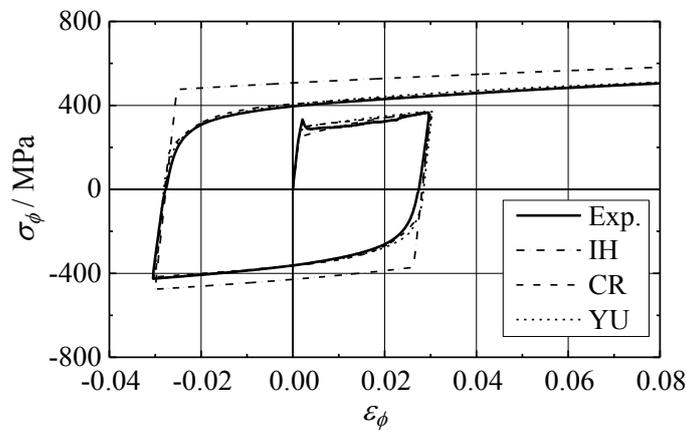


Fig. 5.12 True stress-logarithmic strain curves measured for reverse loading test, compared with those calculated using selected constitutive models

Table 5.4 Parameters of kinematic hardening models

CR model		YU model	
Y_0 / MPa	202.6	Y_0 / MPa	226.7
C_{CR1}	2000	C_{YU1}	2000
C_{CR2}	156.3	C_{YU2}	263.4
a_{CR} / MPa	94.6	B / MPa	289.5
H_∞ / MPa	865.0	b_{YU} / MPa	131.3
b_{CR}	9.32	k	11.12
Q / MPa	173.1	$R_{\text{sat}} / \text{MPa}$	157.5

5.4. 予ひずみ付与後の二軸応力試験結果と各モデルの計算値の比較

5.4.1. 応力-ひずみ線図

試験片に付与した負荷経路と、各モデルにより計算される第一負荷直後の後続降伏曲面をFig. 5. 13に示す. 後続降伏曲面の大きさは硬化則に依存して異なる. どちらの硬化則においても, 後続降伏曲面は前負荷点 (-402, 0) MPaに接しているが, IHモデルでは降伏曲面の中心が原点に停留し, CRおよびYUモデルでは前負荷方向 ($-\sigma_\phi$ 方向) に移動している. 後者間の比較では, 等方硬化に関する定式の差異が降伏曲面の大きさの差異として表れている. すなわち, CRモデルでは等方硬化を降伏曲面自体の膨張で表現しているため, 後続降伏曲面は移動しつつ膨張するが, YUモデルでは限界曲面の膨張により降伏曲面が移動可能な範囲を拡大することで等方硬化を表現しているため, 降伏曲面自体の大きさは変化しない. 尚, 本節では簡単のために降伏関数は等方性の von Mises とし, 異方硬化の影響は無視した.

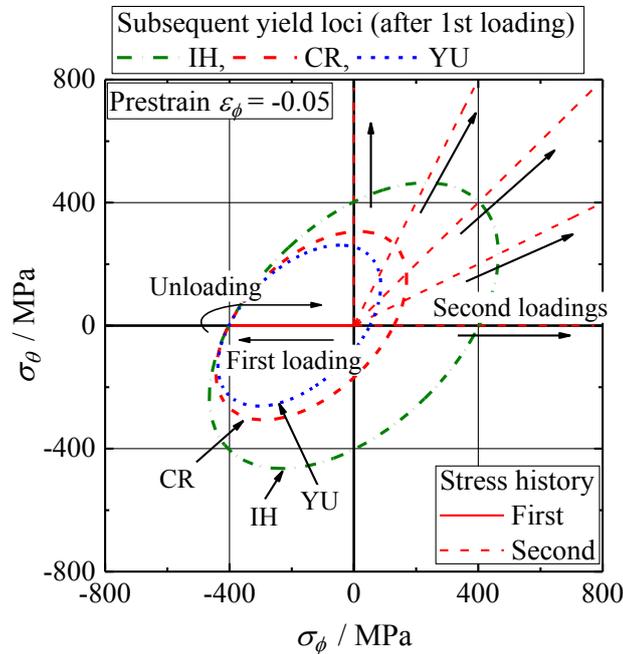


Fig. 5. 13 Loading paths and subsequent yield loci for reverse loading tests with uniaxial compression followed by biaxial tension. IH: isotropic hardening model, CR: Chaboche-Rousselier model[9, 23], and YU: Yoshida-Uemori model[10, 24].

予ひずみ付与後の二軸応力試験より測定された真応力-対数ひずみ曲線と各モデルによる計算値との比較をFig. 5. 14に示す. 各モデルと実験値の比較では, IHモデルでは実験値を再現できておらず, 予ひずみ付与後の二軸応力試験の再現においても移動硬化則の使用が必要である. 単軸応力下でほとんど同一の計算値を示したCR, YUモデル間の比較では, いずれの応力比においても再降伏初期 ($\epsilon_1 < 0.04$) ではほぼ同一の挙動を示し, 実験値に対して計算値を若干低めに算出している. 一方, $0.04 < \epsilon_1$ においては両者に顕著な差異が表れた. すなわち, CRモデルは背応力に線形項が含まれるため, ひずみの増大とともに応力の計算値は上昇し続けるが, YUモデルは背応力の発展則 (式 (4-5), (4-6)) が一定値に収束するため, 応力の増加が飽和する. また, CRモデルの背応力の線形項は, 前負荷の影響を保持し続けるため, ひずみの増大に伴う前負荷の影響の

消失を再現できない。以上の結果より、全体的にはYUモデルが実験値の再現精度に優れているものの、再降伏初期と大ひずみ域でも硬化が継続する場合 ($\sigma_\phi:\sigma_\theta=1:1$ の $\varepsilon_1 > 0.08$) での再現精度には課題が残る。

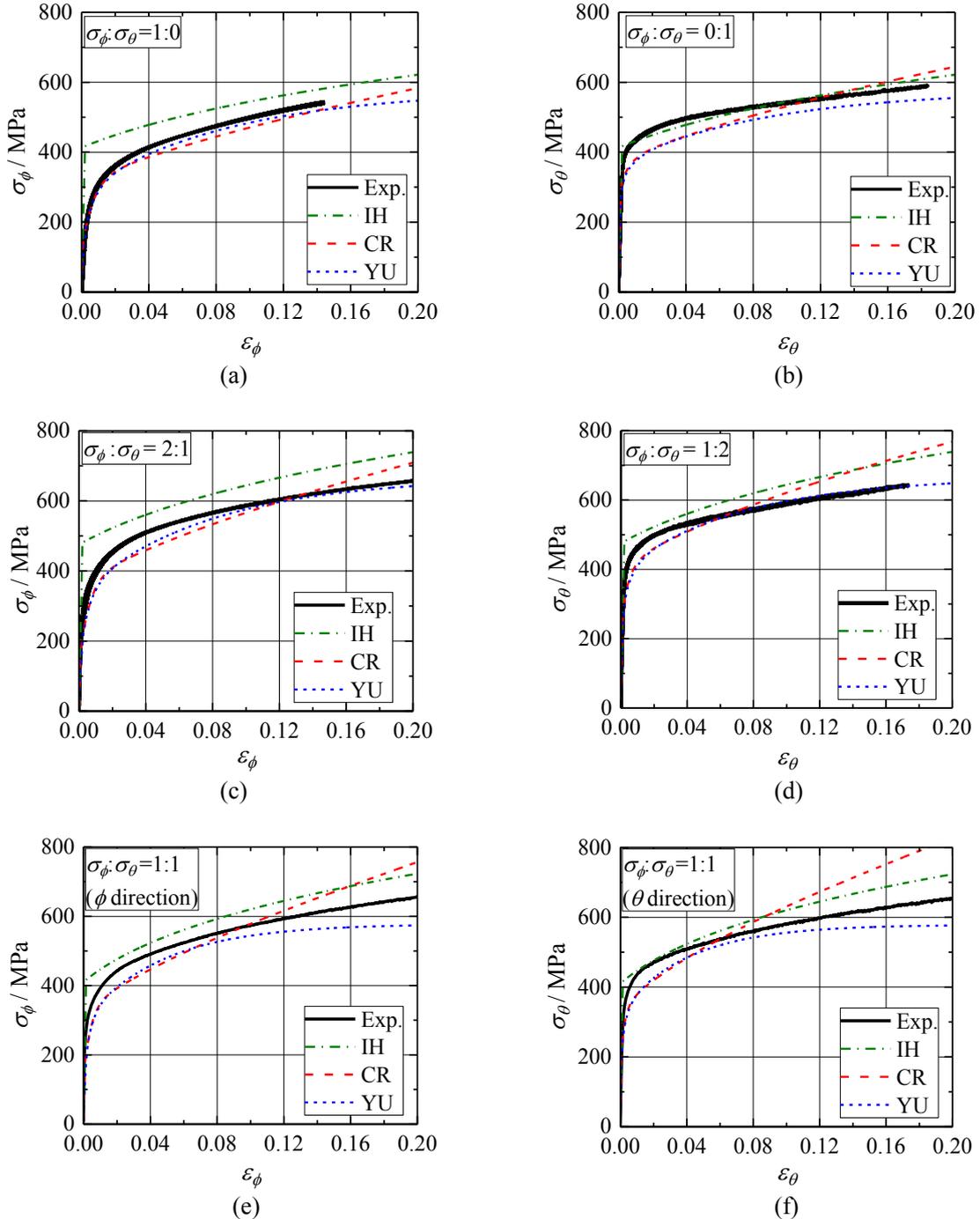


Fig. 5.14 True stress-logarithmic strain curves measured for second loading of reverse loading tests with uniaxial compression followed by biaxial tension, compared with those calculated using isotropic and kinematic hardening models

5.4.2. 塑性ひずみ速度の発生方向

二次元応力平面上における塑性ひずみ速度の方向 N^p ($\equiv \partial f / \partial \sigma$) に及ぼす硬化則と応力状態の影響に関する模式図をFig. 5. 15に示す. 従来の反転負荷挙動の測定や移動硬化則に関する実験検証は, 応力状態が単軸応力や単純せん断応力に限定されているため, 関連流れ則を仮定した際の N^p は硬化則に依らず, 等方硬化則の場合と同一である (Fig. 5. 15(a)). すなわち, 単軸応力状態やせん断応力状態での反転負荷試験は, 移動硬化則を使用した際に N^p が等方硬化則と一致する極めて限定的な実験条件といえる. しかし一般には, 移動硬化則を使用した場合の N^p は, 負荷履歴や応力状態によって様々に変化する (Fig. 5. 15(b)). 実材料の複雑な変形を高精度に予測するためには, 材料に発生する塑性ひずみ速度の方向 $\psi \equiv \tan^{-1}(d\varepsilon_\theta^p / d\varepsilon_\phi^p)$ が N^p により精度よく再現されている事を確認し, 関連流れ則の妥当性を検証する必要がある.

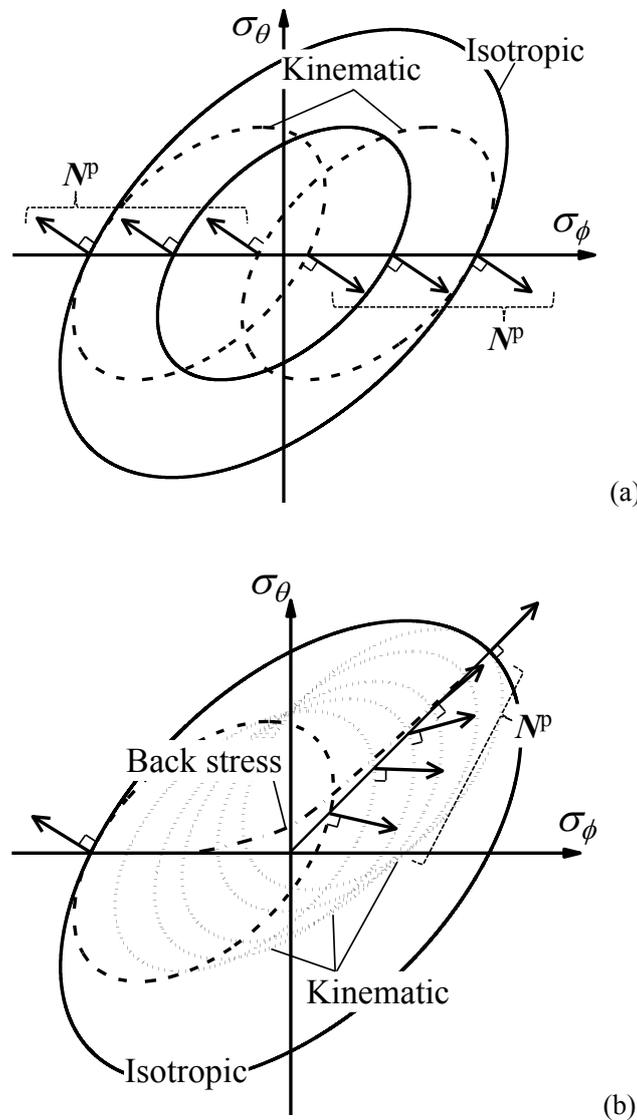


Fig. 5. 15 Schematic illustrations of the directions of plastic strain rates calculated using isotropic and kinematic hardening models: (a) monotonic loading paths, and (b) combined loading paths with uniaxial compression followed by biaxial tension

処女材および予ひずみ付与後の二軸バルジ試験により測定された塑性ひずみ速度の発生方向 ψ および N^P の計算値をFig. 5. 16に示す. ここで, グラフの横軸は, 式(4-8)に示すvon Misesの相当塑性ひずみ速度の積分値を用いた. 予ひずみ付与後の試験結果 (Fig. 5. 16(b)) に関しては, 第一負荷の除荷時をひずみの起点 ($\varepsilon^P = 0$) とした.

$$\dot{\varepsilon}^P \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_\theta^P)^2 + \dot{\varepsilon}_\phi^P \dot{\varepsilon}_\theta^P + (\dot{\varepsilon}_\phi^P)^2} \quad (4-8)$$

処女材に線形応力経路を付与した場合の ψ は, 低ひずみ域では降伏伸びの影響から多少ばらつきがあるものの, ε^P に依らずほぼ一定値を示した. N^P の計算値は硬化則の選択にかかわらず, 応力比と降伏関数により決定され, ε^P が増加しても一定である. ただし $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 3:4$ および $4:3$ においては, ψ は ε^P の増加に伴い各々漸増および漸減する傾向を示した. これは $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ 近傍において, ψ の実験値が ε^P の増加に伴いvon MisesからTresca形に徐々に変化しているためであり, 供試材が異方硬化を示していることならびに, 塑性ポテンシャルがvon Misesの2次よりも, 高次の関数で表現されることを示唆している.

予ひずみ付与後の二軸バルジ試験により測定された ψ は, 処女材の場合と異なり, ε^P の増加に伴い変化した. いずれの応力比においても, 再降伏初期の ψ は ϕ 軸方向単軸引張 ($d\varepsilon_\phi^P : d\varepsilon_\theta^P = 1 : -0.5$) の方向へ偏っているが, ε^P の増加に伴い当該の応力比に対するIHモデルの計算値に漸近した. これは, 再降伏初期においては, $-\sigma_\phi$ 方向への前負荷に起因するバウシंगा効果が発現し, $+\sigma_\phi$ 方向へ材料の塑性流動が易化した結果, ψ が単軸引張方向に偏ったためである. そして, ε^P の増加に伴い前負荷の影響が漸減した結果, ψ はIHモデルの N^P に漸近した.

移動硬化則による計算値との比較では, CR, YUモデルともに定性的に実験結果の傾向を再現できている. 再降伏初期 ($\varepsilon^P < 0.02$) に着目すると, YUモデルの方がCRモデルよりも, ε^P の増加に伴う N^P の変化が急峻である. これは等方硬化の定式の差に起因する. CRモデルは等方硬化を降伏曲面の膨張で表現しているため, 前負荷後の再降伏曲面が初期降伏曲面よりも拡大している. したがって, ε^P の増加に伴う背応力 α の変化, すなわち降伏曲面の中心が移動した際の, 負荷点における降伏曲面の外向き法線ベクトルの変化が緩やかである. 一方, YUモデルは降伏曲面の大きさが一定であるため, 降伏曲面の中心が移動した際の, 負荷点における降伏曲面の外向き法線ベクトルの変化がCRモデルと比べてわずかに急峻となる.

前負荷の影響が消失する傾向 ($0.02 < \varepsilon^P$) に着目すると, YUモデルの計算値は ε^P の増加に伴いIHモデルのそれに漸近し, 最終的には同一の値に収束する. 一方, CRモデルはIHモデルの計算値に近づくものの, 一定の偏差が残る. これは, 背応力 α の定式の違いにより説明できる. すなわち, YUモデルの α_{YU} を構成する α^*, β は共にAF型の非線形項であり, 前負荷の影響が次第に消失する. 一方, CRモデルの α_{CR} を構成する α_2 は線形項であるため, 前負荷の影響が完全には消失しない. したがって, 前負荷により生じた降伏曲面の中心の移動量が, 現負荷方向以外への降伏曲面の移動として残存する. それにより生じた N^P の差が, CRモデルとIHモデル間の偏差として残る. 実験値との比較では, 第一負荷の影響が次第に消失し, 最終的にはIHモデルに漸近するYUモデルの方が実験値の傾向を的確に表現できている.

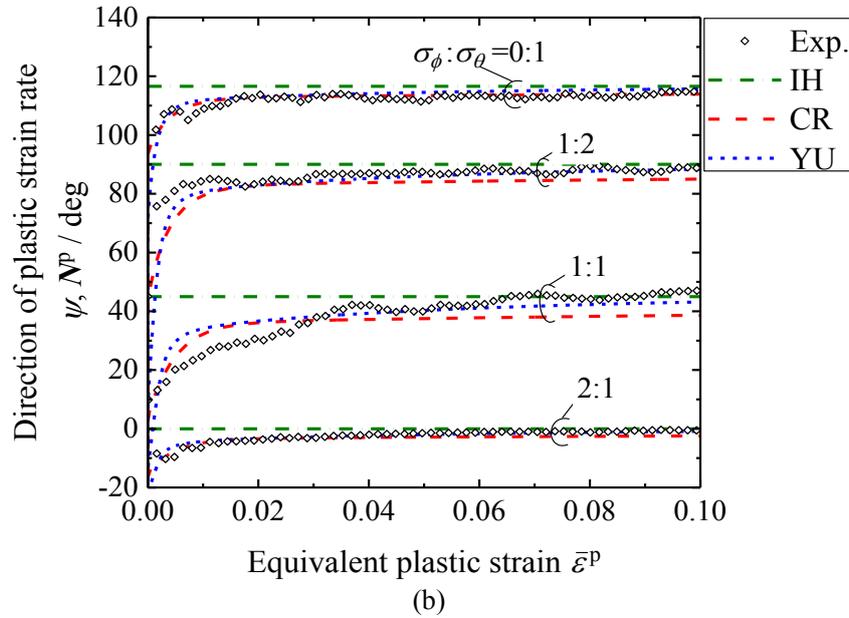
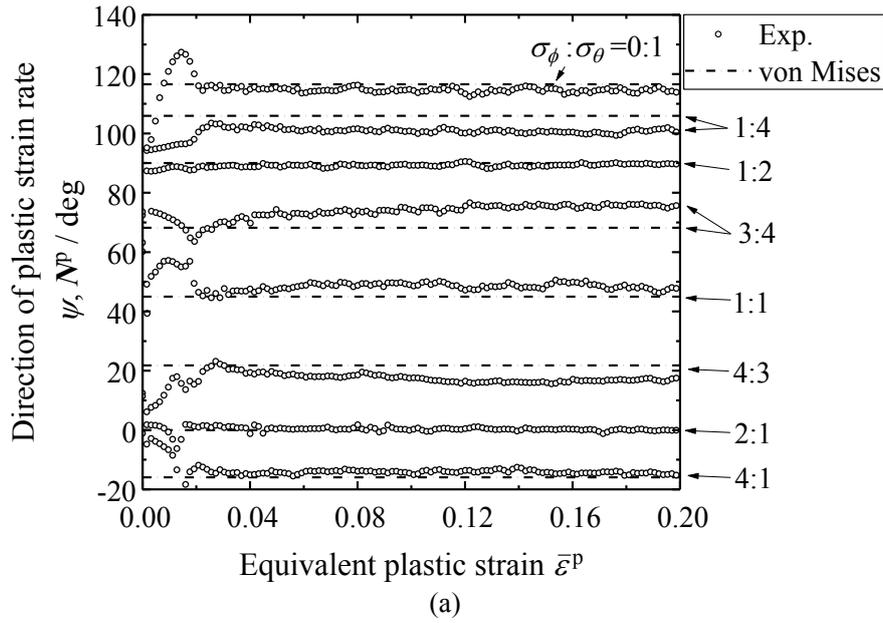


Fig. 5.16 Comparison of directions of plastic strain rates between measurement and those calculated using selected constitutive models: (a) monotonic loading paths and (b) combined loading paths with uniaxial compression followed by biaxial tension

以上総括すると、硬化則が塑性ひずみ速度の発生方向に及ぼす影響は大きく、移動硬化則を用いることにより、実験値の定性的な傾向は再現可能である。また、本供試材においては、後続負荷時のひずみの増加に伴い前負荷の影響は徐々に消失するため、背応力の発展則には漸近型が推奨される。

これらの結果は、バウシंगा効果による再降伏応力の低下を降伏曲面の移動で便宜的に再現する移動硬化則の概念が、単に再降伏応力の低下を表現するのみならず、塑性ひずみ速度の方向の変化をも的確に表現し得ることを示している。これより、本実験条件の範囲においては、移動硬

化則の構築において、降伏曲面が移動するとの仮定と、その降伏曲面が塑性ポテンシャルと一致するとの仮定が、概ね妥当であることが立証された。

5.5. 結言

継目無鋼管を供試材として、単軸応力状態での反転負荷試験と処女材および管軸方向予圧縮材の二軸バルジ試験を行い、比例負荷および応力反転を伴う複合負荷経路下における材料の弾塑性変形挙動を精密に測定した。さらに単軸応力状態における反転負荷試験から同定された移動硬化モデルを用いて、予ひずみを受けた材料の二軸応力下での弾塑性変形挙動の予測精度を検証した。その結果、以下の知見を得た。

- (I) 単軸応力状態の反転負荷挙動は、移動硬化則を使用することにより高精度に再現可能である。
- (II) 予圧縮材の二軸応力試験の結果より、後続負荷におけるひずみの増加に伴い予ひずみの影響が徐々に消失することを確認した。これを移動硬化則で再現するためには、背応力の発展則を漸近型にすることで定性的に再現可能である。
- (III) 塑性ひずみ速度の発生方向も塑性流動応力と同様に複合負荷の影響を受ける。その傾向は移動硬化則と関連流れ則の組合せにより概ね再現可能である。
- (IV) 移動硬化則の構築において、降伏曲面が移動するとの仮定と、その降伏曲面が塑性ポテンシャルに一致するとの仮定が、本章の実験条件の範囲においては概ね妥当であることが立証された。

以上により、二軸応力状態下において、材料に加わる応力が反転する場合の異方性発達挙動は、移動硬化則によるモデル化が妥当であることを示した。本章までに、比例変形状態、非比例変形状態における金属材料の冷間加工に伴う異方性発達挙動の材料モデリング手法を示し、その妥当性を検証した。次章では、金属材料の加工硬化特性および異方性の違いが成形シミュレーション精度に及ぼす影響に関して述べる。

参考文献

- [1] Ohashi, Y., Kawashima, K. & Yokochi, T. (1975). Anisotropy due to plastic deformation of initially isotropic mild steel and its analytical formulation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **23**(4), 277-294.
- [2] 吉田総仁, 池上皓三, 白鳥英亮. (1977). 塑性予変形後完全除荷された材料の組合せ再負荷時における応力-応力ひずみ関係 --異方硬化型塑性ポテンシャルによる塑性変形解析の試み. *塑性と加工*, **18**(198), 525-532.
- [3] Miastkowski, J. & Szczepiński, W. (1965). An experimental study of yield surfaces of prestrained brass, *International Journal of Solids and Structures*, **1**(2), 189-194.
- [4] Hecker, S. S. (1971). Yield surfaces in prestrained aluminum and copper. *Metallurgical and Materials Transactions B*, **2**(8), 2077-2086.
- [5] Prager, W. (1955). The theory of plasticity: a survey of recent achievements. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, **169**(1), 41-57.
- [6] Ziegler, H. (1959). A modification of Prager's hardening rule. *Quarterly of Applied mathematics*, **17**(1), 55-65.
- [7] Armstrong, P. J. & Frederick, C. O. (1966). A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect. *Central Electricity Generating Board Report*, Berkeley Nuclear Laboratories. Research & Development Department, 731.
- [8] Mróz, Z. (1967). On the description of anisotropic work hardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **15**(3), 163-175.
- [9] Chaboche, J. L. & Rousselier, G. (1983). On the plastic and viscoplastic constitutive equations—Part I: Rules developed with internal variable concept. *Journal of Pressure Vessel Technology*, **105**(2), 153-158.
- [10] Yoshida, F. & Uemori, T. (2002). A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation. *International Journal of Plasticity*, **18**(5), 661-686.
- [11] Barlat, F., Grácio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Vincze, G. (2011). An alternative to kinematic hardening in classical plasticity. *International Journal of Plasticity*, **27**(9), 1309-1327.
- [12] 吉田総仁, 村上俊正, 金子堅司, 池上皓三, 白鳥英亮. (1977). 応力経路が直線的に折れ曲がる場合の塑性変形挙動: 異方硬化型塑性ポテンシャルによる応力-ひずみ関係の検討. *日本機械学会論文集*, **43**(368), 1231-1241.
- [13] Shiratori, E., Ikegami, K. & Yoshida, F. (1979). Analysis of stress-strain relations by use of an anisotropic hardening plastic potential. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **27**(3), 213-229.
- [14] Shiratori, E. & Ikegami, K. (1968). Experimental study of the subsequent yield surface by using cross-shaped specimens. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **16**(6), 373-394.
- [15] 上森武, 倉光徹, 三登悠司, 日野隆太郎, 中哲夫, 吉田総仁. (2009). 二軸応力経路が変化する場合の高張力鋼板の弾塑性変形挙動. *塑性と加工*, **50**(576), 39-43.
- [16] Kuwabara, T. & Sugawara, F. (2013). Multiaxial tube expansion test method for measurement of

- sheet metal deformation behavior under biaxial tension for a large strain range. *International Journal of Plasticity*, **45**, 103-118.
- [17] Hill, R. & Hutchinson, J. W. (1992). Differential hardening in sheet metal under biaxial loading: a theoretical framework. *Journal of Applied Mechanics*, **59**, S1-S9.
- [18] Hill, R., Hecker, S. S. & Stout, M. G. (1994). An investigation of plastic flow and differential work hardening in orthotropic brass tubes under fluid pressure and axial load. *International Journal of Solids and Structures*, **31**(21), 2999-3021.
- [19] Mises, R. V. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand, Göttingen Nachrichten. *Mathematical Physics Klasse*, 582-592.
- [20] Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London A*, **193**(1033), 281-297.
- [21] Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H. & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, **19**(9), 1297-1319.
- [22] Logan, R. W. & Hosford, W. F. (1980). Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming $\langle 111 \rangle$ -pencil glide. *International Journal of Mechanical Sciences*, **22**(7), 419-430.
- [23] Chaboche, J. L. (1986). Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. *International Journal of Plasticity*, **2**(2), 149-188.
- [24] Yoshida, F. & Uemori, T. (2003). A model of large-strain cyclic plasticity and its application to springback simulation. *International Journal of Mechanical Sciences*, **45**(10), 1687-1702.
- [25] Drucker, D. C. (1951). A More Fundamental Approach to Plastic Stress-Strain Relations. *Proceedings of the First US National Congress on Applied Mechanics*, 487-491.
- [26] ト部正樹, 岡田達夫, 吉田総仁 & Toropov, V. V. (1998). 薄板の曲げ試験による繰返し塑性構成モデル中の材料パラメータの同定. *日本機械学会論文集 A 編*, **64**(619), 737-742.

第6章

結言

6.1. 本研究のまとめ

本研究では、金属材料が多軸応力状態下で様々な変形履歴をたどる際の硬化特性の差異，すなわち金属材料の非等方硬化現象を正確に測定し，それにより得られた材料の弾塑性変形挙動のモデリング手法の提案，ならびに同定した材料モデルが数値シミュレーション精度に及ぼす影響を調査することを目的として，比例負荷，非比例負荷かつ二軸応力状態における材料試験とその弾塑性変形挙動のモデリングを行い，有限要素解析を用いた妥当性検証を行った．その結果として以下の知見を得た．

第2章では，化学組成が同一で集合組織が異なるがゆえに，加工硬化特性および二軸応力下での変形挙動が異なる2種類のアルミニウム合金板を供試材として，二軸引張試験ならびに種々の異方性降伏関数と加工硬化式を用いた材料モデリングを行い，選択した材料モデルが張出し成形時のFEA精度に及ぼす影響を明らかとし，現象論マクロモデル化手法の有用性を立証した．

第3章では，市販の汎用有限要素解析ソフトの材料構成則に，ユーザーサブルーチン機能を介して任意の異方性降伏関数を用いた異方硬化挙動を導入するために，後退オイラー法による陰的積分法を用いた応力積分方法と，整合接線係数の導出方法を示し，FEAにおける異方硬化挙動の再現を確認した．

第4章では，二軸引張試験および軸力-内圧型二軸応力試験を行い，アルミニウム合金板の低ひずみ域～10%を超える大ひずみ域までの異方硬化挙動を詳細に測定し，Yld2000-2d降伏関数を用いて異方性パラメータおよび降伏関数の次数が変化する異方硬化モデリングを行い，張出し成形における実験検証により，FEA精度の向上には異方硬化挙動の再現が有効であることを明らかにした．

第5章では，熱間仕上げ継目無鋼管の，二軸応力下かつ応力の正負反転を伴う複雑応力下での弾塑性変形挙動の測定とモデル化を行い，単軸の反転負荷試験によりパラメータを同定した移動硬化則を用いることで，複雑変形時の塑性流動応力および塑性ひずみ速度の発生方向の変化が概ね表現できることを示した．

以上の検討により，金属材料の変形に伴う異方性発達挙動を正確にモデル化し，成形シミュレーションに適用することは，解析精度の向上に有効であることを示した．とくに，解析対象の変形状態に応じて，比例変形時は異方硬化則を，非比例変形は移動硬化則を用いるように，材料に加わる変形状態に近い応力試験を用いて材料モデルを構築することが冷間成形シミュレーションの高精度化には必要である．

6.2. 今後の課題

本研究では、材料の変形状態に応じて、比例変形状態のモデル化には異方硬化挙動を、非比例変形状態には移動硬化則を使用することで、金属材料の成形シミュレーションの高精度化に資することを示唆した。ただし、実際の金属材料の1次加工、2次加工プロセスにおいては、解析対象全体が一様な変形状態とみなせる場合は少ない。したがって、材料加わる変形状態に依存しない高精度な材料モデル化が今後の課題となる。そのためには、異方硬化と移動硬化が同時に生じるような場合における効率的な材料モデリング方法開発が望まれる。近年、バウシング効果や交差効果を降伏曲面の移動ではなく、降伏曲面の形状変化で表現可能な新しいモデルも提案されているように[1]、従来の現象論的材料モデリングの枠にとらわれない斬新な発想が望まれる。

参考文献

- [1] Barlat, F., Grácio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Vincze, G. (2011). An alternative to kinematic hardening in classical plasticity. *International Journal of Plasticity*, **27**(9), 1309-1327.

付録 降伏関数

A. von Mises降伏関数[1]

等方性のvon Mises降伏関数の相当応力は、以下の二次式で表現される。

$$f_{mises}(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \right\} \quad (1)$$

x 方向の単軸引張試験で得られた応力ひずみ関係を基準とすると、 $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$ なので、 $\bar{\sigma} = \sigma_x$ であり、 x 方向の降伏応力は相当応力と一致する。

平面応力状態を仮定すると、相当応力は下式となる。

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 6\sigma_{xy}^2 \right\} \quad (2)$$

関連流れ則(式(3))を仮定すると、塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^p$ は塑性乗数 $d\lambda$ を用いて下式で表わされる。ここで、せん断ひずみはテンソル成分のせん断ひずみとする。

$$d\varepsilon_{ij}^p \equiv \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (3)$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^p &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_x} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} (2\sigma_x - \sigma_y) d\lambda \\ d\varepsilon_y^p &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_y} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} (-\sigma_x + 2\sigma_y) d\lambda \\ d\varepsilon_{xy}^p &= \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{xy}} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} (3\sigma_{xy}) d\lambda \end{aligned} \quad (4)$$

相当塑性ひずみ増分を塑性仕事増分に関して共役関係(式(5))が成り立つように定義すると、次式で表わされる。

$$dW^p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^p = \sigma d\varepsilon^p \quad (5)$$

$$d\bar{\varepsilon}^p \equiv (\sigma_x d\varepsilon_x^p + \sigma_y d\varepsilon_y^p + 2\sigma_{xy} d\varepsilon_{xy}^p) / \bar{\sigma} \quad (6)$$

式(6)に式(2)を代入すると、下式が求まり、仕事共役なスカラーひずみを相当塑性ひずみとして採用した場合、相当塑性ひずみ増分と塑性乗数は等しい。

$$d\bar{\varepsilon}^p = d\lambda \quad (7)$$

B. Hillの二次降伏関数[2]

Hillはvon Misesの等方性の二次降伏関数を一般化して、次のような降伏関数を提案した。

$$f_{hill}(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} \left\{ F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2(L\sigma_{yz}^2 + M\sigma_{zx}^2 + N\sigma_{xy}^2) \right\} \quad (8)$$

ここで F, G, H, L, M, N は材料の異方性を表現する係数である。x方向の単軸引張試験で得られた応力ひずみ関係を相当応力と定義すると $\bar{\sigma} = \sigma_x$ かつ、 $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$ なので、相当応力は下式で定義される。なお、異方性パラメータを $F = G = H = 1$ 、 $L = M = N = 3$ とすると、von Mises降伏関数と一致する。

$$f_{hill}(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} \left\{ (G + H) \bar{\sigma}^2 \right\}$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2(L\sigma_{yz}^2 + M\sigma_{zx}^2 + N\sigma_{xy}^2)}{G + H} \quad (9)$$

平面応力状態を仮定すると、相当応力は下式となる。

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{F\sigma_y^2 + G\sigma_x^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2N\sigma_{xy}^2}{G + H} \quad (10)$$

関連流れ則を適用した場合の塑性ひずみ増分は下式で定義される。

$$d\varepsilon_x^p = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_x} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \left(\frac{2G\sigma_x + 2H(\sigma_x - \sigma_y)}{G + H} \right) d\lambda$$

$$d\varepsilon_y^p = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_y} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \left(\frac{2F\sigma_y - 2H(\sigma_x - \sigma_y)}{G + H} \right) d\lambda \quad (11)$$

$$d\varepsilon_{xy}^p = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{xy}} d\lambda = \frac{1}{2\bar{\sigma}} \left(\frac{2N\sigma_{xy}}{G + H} \right) d\lambda$$

ここで関連流れ則を適用し、次式を得る。

$$d\varepsilon_x^p = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_x} d\lambda = \frac{-G(\sigma_z - \sigma_x) + H(\sigma_x - \sigma_y)}{G + H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}}$$

$$d\varepsilon_y^p = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_y} d\lambda = \frac{F(\sigma_y - \sigma_z) - H(\sigma_x - \sigma_y)}{G + H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}} \quad (12)$$

$$d\varepsilon_z^p = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_z} d\lambda = \frac{-F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x)}{G + H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}}$$

$$d\varepsilon_{xy}^p = d\varepsilon_{yx}^p = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{xy}} d\lambda = \frac{N\sigma_{xy}}{G + H} \frac{d\lambda}{\bar{\sigma}}$$

仕事共役なひずみを相当塑性ひずみと定義すると下式を得る。

$$d\bar{\varepsilon}^p = \left[\sigma_x \left\{ -G(\sigma_z - \sigma_x) + H(\sigma_x - \sigma_y) \right\} + \sigma_y \left\{ F(\sigma_y - \sigma_z) - H(\sigma_x - \sigma_y) \right\} \right. \\ \left. + \sigma_z \left\{ -F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x) \right\} + \sigma_{xy} \left\{ 2N\sigma_{xy} \right\} \right] d\lambda / (G + H) \bar{\sigma}^2 \quad (13)$$

$$= \frac{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2N\sigma_{xy}^2}{G + H} d\lambda / \bar{\sigma}^2$$

$$d\bar{\varepsilon}^p = d\lambda \quad (14)$$

B.1. r 値を用いた異方性係数の表現

r 値を用いた異方性係数の決定法 (r -Hill) を以下に示す. 薄板材の単軸引張試験にて測定された $\sigma_0, r_0, r_{45}, r_{90}$ を用いて, 異方性係数 F, G, H, N を決定する. 圧延方向単軸引張試験より r_0 が, 圧延直角方向単軸引張試験より r_{90} が定まる. 各試験における応力状態と r 値の定義より次式を得る.

$$r_0 = \frac{d\varepsilon_y^p}{d\varepsilon_z^p} = \frac{F(\sigma_y - \sigma_z) - H(\sigma_x - \sigma_y)}{-F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x)} = \frac{H}{G}$$

$$\because \sigma_{xy} = 0 \quad (15)$$

$$r_{90} = \frac{d\varepsilon_x^p}{d\varepsilon_z^p} = \frac{-G(\sigma_z - \sigma_x) + H(\sigma_x - \sigma_y)}{-F(\sigma_y - \sigma_z) + G(\sigma_z - \sigma_x)} = \frac{H}{F}$$

$$\because \sigma_{xy} = 0$$

さらに, 圧延方向から 45° 方向に採取した材料の単軸引張応力状態 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{xy} = 1/2\sigma_{45}$ を用いると下式を得る. ただし, σ_{45} は測定された単軸降伏応力である.

$$r_{45} = \frac{2N - F - G}{2F - 2G} \quad (16)$$

0° 方向の単軸引張試験で得られた応力ひずみ関係を相当応力と定義すると, $\bar{\sigma} = \sigma_0$ なので, $\sigma_0, r_0, r_{45}, r_{90}$ を用いて F, G, H, N を表現すると, Hillの二次降伏関数は次式で表記される.

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{r_{90}(1+r_0)} \left\{ r_0(\sigma_y - \sigma_z)^2 + r_{90}(\sigma_z - \sigma_x)^2 + r_0 r_{90}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)\sigma_{xy}^2 \right\} \quad (17)$$

B.2. 応力値を用いた異方性係数の表現

応力値を用いた異方性係数の決定法 (σ -Hill) を以下に示す. 単軸引張試験および等二軸引張試験によって得られた降伏応力 $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ の4つのパラメータを用いる. ただし, σ_b は等二軸引張応力状態の降伏応力. 各々の材料試験の降伏応力比は, 下式で表わされる.

$$\left(\frac{\sigma_{90}}{\sigma_0} \right)^2 = \frac{G+H}{F+H} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\sigma_{45}}{\sigma_0} \right)^2 = \frac{4(G+H)}{F+G+2N} \quad (19)$$

$$\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_0} \right)^2 = \frac{G+H}{F+G} \quad (20)$$

0° 方向の単軸引張試験で得られた応力ひずみ関係を相当応力と定義すると, $\bar{\sigma} = \sigma_0$ なので, $\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$ を用いて F, G, H, N を表現すると, Hillの二次降伏関数は次式で表記される.

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_x^2 + \frac{1}{\sigma_{90}^2} \sigma_y^2 - \left(1 + \frac{1}{\sigma_{90}^2} - \frac{1}{\sigma_b^2} \right) \sigma_x \sigma_y + \left(-\frac{1}{\sigma_b^2} + \frac{4}{\sigma_{45}^2} \right) \sigma_{xy}^2 \quad (21)$$

C. Yld2000-2d高次降伏関数[3]

Barlatらは, Hershey[4], Hosford[5]によって提案された高次降伏関数をさらに発展させ, 次に示す平面応力問題用の線形変換型 M 次同次関数を提案した.

$$\phi = \phi' + \phi'' = 2\bar{\sigma}^M \quad (22)$$

ここで, ϕ', ϕ'' はそれぞれ下式で表わされる.

$$\begin{aligned} \phi' &= |X'_1 - X'_2|^M \\ \phi'' &= |2X''_1 - X''_2|^M + |X''_1 - 2X''_2|^M \end{aligned} \quad (23)$$

X'_1, X'_2, X''_1, X''_2 はそれぞれ応力テンソルを線形変換して得られる2階のテンソル $\mathbf{X}', \mathbf{X}''$ の主値である. $\mathbf{X}', \mathbf{X}''$ は偏差応力に4階の異方性テンソル $\mathbf{C}', \mathbf{C}''$ を作用させることにより下式で求まる. ただし \mathbf{s} は偏差応力テンソル.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \mathbf{C}' : \mathbf{s} \\ \mathbf{X}'' &= \mathbf{C}'' : \mathbf{s} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & & \\ C'_{21} & C'_{22} & & \\ & & C'_{66} & \\ & & & \end{bmatrix}, \mathbf{C}'' = \begin{bmatrix} C''_{11} & C''_{12} & & \\ C''_{21} & C''_{22} & & \\ & & & C''_{66} \end{bmatrix} \quad (25)$$

さらに, 応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ を偏差応力テンソルへ変換する線形作用素を \mathbf{T} とすると, 式(24)は下式で表わされる.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \mathbf{C}' : \mathbf{T} : \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{X}'' &= \mathbf{C}'' : \mathbf{T} : \boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & & \\ -1/3 & 2/3 & & \\ & & & 1 \end{bmatrix}.$$

異方性テンソルおよび偏差応力変換テンソルの積を $\mathbf{L}' = \mathbf{C}' : \mathbf{T}, \mathbf{L}'' = \mathbf{C}'' : \mathbf{T}$ とすると, $\mathbf{X}', \mathbf{X}''$ は下式で表わされる.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\alpha_1 & -\frac{1}{3}\alpha_1 & & \\ -\frac{1}{3}\alpha_2 & \frac{2}{3}\alpha_2 & & \\ & & & \alpha_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}'' &= \begin{bmatrix} -2\alpha_3 + 2\alpha_4 + 8\alpha_5 - 2\alpha_6 & \alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + 4\alpha_6 & & \\ 4\alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + \alpha_6 & -2\alpha_3 + 8\alpha_4 + 2\alpha_5 - 2\alpha_6 & & \\ & & & \alpha_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{L}' = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\alpha_1 & -\frac{1}{3}\alpha_1 & & \\ -\frac{1}{3}\alpha_2 & \frac{2}{3}\alpha_2 & & \\ & & & \alpha_7 \end{bmatrix}, \mathbf{L}'' = \begin{bmatrix} -2\alpha_3 + 2\alpha_4 + 8\alpha_5 - 2\alpha_6 & \alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + 4\alpha_6 & & \\ 4\alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + \alpha_6 & -2\alpha_3 + 8\alpha_4 + 2\alpha_5 - 2\alpha_6 & & \\ & & & \alpha_8 \end{bmatrix}.$$

すなわち，Yld2000-2d降伏関数の本質的な異方性パラメータは α_i ($i=1\sim 8$) と，関数の次数 M の9つである．なお $\alpha_i=1$ ($i=1\sim 8$) とすると， M 次等方性降伏関数となる．

異方性パラメータは以下の手法で決定した．まず，降伏関数の次数 M の値を仮定して，単軸引張試験および等二軸引張試験材料試験により測定された降伏応力と r 値 ($\sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b, r_{45}, r_{90}, r_b$) の8つの実験値から導かれる8元連立方程式をNewton-Raphson法により解くことで α_i ($i=1\sim 8$) を求めた．ここで， r_b は等二軸引張応力状態でのひずみ速度比 $r_b \equiv d\epsilon_y^p / d\epsilon_x^p$ ．

さらに，二軸応力試験で求めた等塑性仕事点と理論降伏曲面の原点からの距離の平均二乗誤差 (式(28)) が最も小さくなるように，一度仮定した M の値を変化させ，最適な異方性パラメータの組合せ α_i ($i=1\sim 8$)， M を求めた．ここで n は等塑性仕事点の実験値が存在する応力比の個数， k は線形応力経路の番号である．

$$\delta_r = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (r'_k - r_k)^2}{n-1}} \quad (28)$$

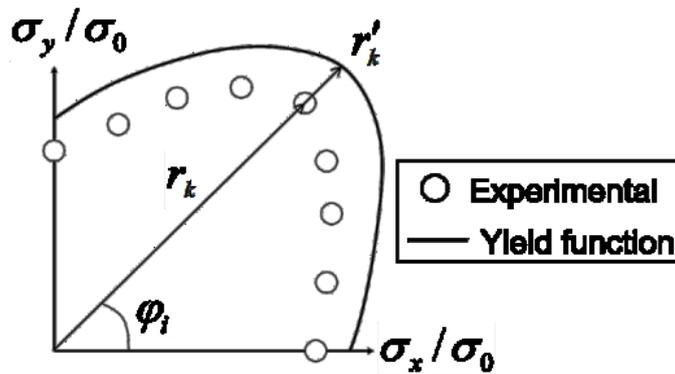


Fig. 1 Schematics for the calculation of the distance of a calculated yield locus from the measured work contour

参考文献

- [1] Mises, R. V. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand, Göttingen Nachrichten. *Mathematical Physics Klasse*, 582-592.
- [2] Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London A*, **193**(1033), 281-297.
- [3] Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H. & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, **19**(9), 1297-1319.
- [4] Hershey, A. V. (1954). The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face-centered cubic crystals. *Journal of Applied Mechanics*, **21**(3), 241-249.
- [5] Hosford, W. F. (1972). A generalized isotropic yield criterion. *Journal of Applied Mechanics*, **39**(2), 607-609.

本論文に関連する研究報告

学術論文

- [1] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2012). 異方性降伏関数を用いた6000系アルミニウム合金板の液圧バルジ成形シミュレーションと実験検証. *軽金属*, **62**(1), 7-13.
- [2] Yanaga, D., Kuwabara, T., Uema, N. & Asano, M. (2012). Material modeling of 6000 series aluminum alloy sheets with different density cube textures and effect on the accuracy of finite element simulation. *International Journal of Solids and Structures*, **49**(25), 3488-3495.
- [3] 彌永大作, 瀧澤英男, 桑原利彦. (2014). 6000系アルミニウム合金板の異方硬化の定式と有限要素解析への適用. *塑性と加工*, **55**(636), 55-61.
- [4] 彌永大作, 黒田浩一, 矢板理志, 桑原利彦. (2017). 予ひずみを受けた継目無鋼管の二軸応力下での塑性変形挙動. *塑性と加工*, **58**(674), 222-228.

国際会議論文

- [5] Yanaga, D., Kuwabara, T., Uema, N. & Asano, M. (2011). Material modeling of 6000 series aluminum alloy sheets with different density cube textures and effect on the accuracy of finite element simulation. *Proceeding of NUMISHEET 2011*, 800-806.
- [6] Yanaga, D., Kuwabara, T., Uema, N. & Asano, M. (2012). Biaxial work hardening characteristics of 6000 series aluminum alloy sheet for large strain range. In *ASME 2012 International Manufacturing Science and Engineering Conference collocated with the 40th North American Manufacturing Research Conference and in participation with the International Conference on Tribology Materials and Processing*, 113-118.
- [7] Kuwabara, T., Yoshida, K. & Yanaga, D. (2012). Material testing and modeling of aluminum alloy sheet in support of forming simulations. In: Hasso Weiland, Anthony D. Rollett, William A. Cassada (Eds.), *13th International Conference on Aluminum Alloys*, 665-674.
- [8] Yanaga, D., Kuroda, K., Yaita, S. & Kuwabara, T. (2015). Reverse loading tests of steel tube under biaxial stress states. *Proceedings of the XIII International Conference on Computational Plasticity*, 101-111.
- [9] Yanaga, D., Kuroda, K., Yaita, S. & Kuwabara, T. (2015). Measurement and analysis of the bauschinger effect of a steel tube subjected to axial preloading followed by biaxial stretching. *Proceedings of Asia steel 2015*, 528-529.

講演論文

- [10] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2010). 二軸引張試験による6000系アルミニウム合金板の材料モデリングと成形性評価. *軽金属学会第119回秋期大会講演概要*, 105-106.
- [11] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2011). 6000系アルミニウム合金板の液圧バルジ成形シミュレーションに及ぼす異方性降伏関数の影響. *平成23年度塑性加工春季講演会論文集*, 251-252.
- [12] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2011). 6000系アルミニウム合金板の液圧バルジ成形に及ぼす集合組織の影響: 有限要素解析と実験検証. *軽金属学会第120回春期大会講演概要*, 393-394.
- [13] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2012). 異方硬化を示す6000系アルミニウム合金板の液圧バルジ成形シミュレーションと実験検証. *計算工学講演会論文集*, 17.
- [14] 彌永大作, 成田周平, 上間直幸, 浅野峰生, 桑原利彦. (2012). 高いCube方位密度を有する6000系アルミニウム合金板の二軸応力下での加工硬化特性. *平成24年度塑性加工春季講演会論文集*, 279-280.
- [15] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2012). 高いCube方位密度を有する6000系アルミニウム合金板の材料モデリングとFEMへの適用. *軽金属学会第123回秋期大会講演概要*, 245-246.
- [16] 彌永大作, 桑原利彦, 上間直幸, 浅野峰生. (2012). 異方硬化を示す6000系アルミニウム合金板の材料モデリングと実験検証. *第63回塑性加工連合講演会論文集*, 91-92.
- [17] Yanaga, D., Takizawa, H. & Kuwabara, T. (2013). Measurement and modeling of differential work hardening behavior of 6000 series aluminum alloy sheet. *PLASTICITY 2013*, 3-8.
- [18] 彌永大作, 瀧澤英男, 桑原利彦. (2013). 異方硬化する金属薄板の液圧バルジ成形シミュレーション. *理論応用力学講演会 講演論文集*, 62(0), 19.
- [19] 彌永大作, 黒田浩一, 矢板理志, 桑原利彦. (2017). 二軸応力下における反転負荷挙動の測定とモデリング. *CAMP-ISIJ (日本鉄鋼協会第173回春季講演大会)*, 30, 105-108.